



Transferencia de potencia en RF

N. Tempone
A. Henze
H. Silva
G. Monasterios

Lab. Metrología RF & Microondas, INTI

<http://www.inti.gov.ar/electronicaeinformatica/metrologiarf>
ntempone@inti.gov.ar

Mayo 2012

Índice

1. Formulación clásica de RF	2
2. Formulación con múltiples reflexiones	3
3. Definición de P_d , P_{Z_0} y P_{av}	5
4. Formulación clásica de teoría de circuitos	5
5. Medición de potencia	6

Resumen

La Figura 1 muestra un circuito muy simple. Su estudio, sin embargo, puede realizarse a partir de análisis muy diferentes.

El objetivo principal de este artículo es presentar diferentes formas de resolver y analizar esta situación.

Además, a partir de estos resultados, se deducen las expresiones utilizadas en la medición de potencia en RF.

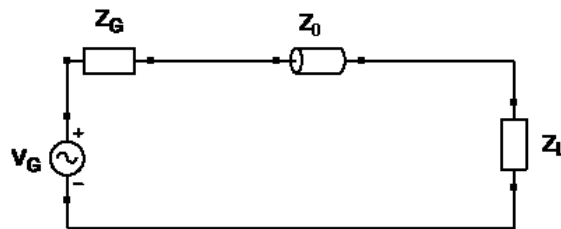


Figura 1: Circuito estudiado.

1. Formulación clásica de RF

Sean, en la Figura 2, a y b las ondas de tensión incidente y reflejada a la carga, respectivamente. La línea de transmisión no tiene pérdidas, y su impedancia característica es Z_0 .

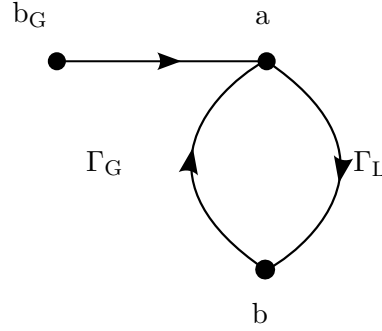


Figura 2: Diagrama de flujo de ondas de tensión.

El generador produce una onda de tensión incidente, generalmente llamada V_+ . Esta es la tensión incidente debida a V_G en una línea de transmisión cargada con una impedancia igual a Z_0 :

$$V_+ = \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} V_G \quad (1)$$

Esta onda de tensión, normalizada a la raíz de Z_0 , representa la pseudo-onda b_G :

$$b_G = \frac{V_+}{\sqrt{Z_0}} = \frac{Z_0}{(Z_G + Z_0)\sqrt{Z_0}} V_G = \frac{\sqrt{Z_0}}{Z_G + Z_0} V_G \quad (2)$$

Entonces las potencias incidente P_i y reflejada P_r resultan:

$$P_i = |a|^2 \quad P_r = |b|^2 \quad (3)$$

Los coeficientes de reflexión a la entrada, Γ_G , y a la salida, Γ_L , son respectivamente:

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (4)$$

Por otro lado:

$$\Gamma_L = \frac{b}{a} \quad (5)$$

La potencia disipada en la carga Z_L es la diferencia entre la potencia incidente y la reflejada:

$$P_d = P_i - P_r = |a|^2 - |b|^2 = |a|^2(1 - |\Gamma_L|^2) = P_i(1 - |\Gamma_L|^2) \quad (6)$$

Del diagrama de flujo resulta:

$$a = b_G + \Gamma_G b = b_G + a \Gamma_G \Gamma_L \quad (7)$$

Reordenando se obtiene:

$$a = \frac{b_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \quad (8)$$

Reemplazando en (6):

$$P_d = \frac{|b_G|^2(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (9)$$

2. Formulación con múltiples reflexiones

Se considera un esquema como el de la Figura 3, en el que V_G es la tensión RMS del generador. Los coeficientes de reflexión a la entrada, Γ_G , y a la salida, Γ_L , son respectivamente:

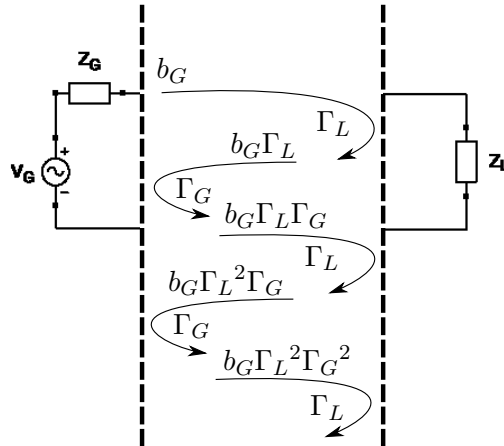


Figura 3: Múltiples reflexiones.

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (10)$$

Donde Z_0 es la impedancia característica de la línea de transmisión.

Se consideran las pseudo-ondas a y b , como indica la Figura 3. La onda incidente debida al generador, b_G , fue definida en la sección 1. De esta manera:

$$b = b_G \Gamma_L + b_G \Gamma_G \Gamma_L^2 + b_G \Gamma_G^2 \Gamma_L^3 + \dots + b_G \Gamma_G^n \Gamma_L^{n+1} + \dots \quad (11)$$

$$= b_G \Gamma_L \left[\sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{(\Gamma_G \Gamma_L)^n}_{\alpha} \right] \quad (12)$$

Por lo tanto, se tiene una serie geométrica del tipo $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n$, que converge si $|\alpha| < 1$. Como los módulos de los coeficientes de reflexión son menores que 1, la serie converge. En particular, converge a:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n = \frac{1}{1 - \alpha} \quad (13)$$

Reemplazando el valor de α :

$$b = \frac{b_G \Gamma_L}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \quad (14)$$

La relación entre las pseudo-ondas a y b está dada por el coeficiente de reflexión en la carga:

$$\Gamma_L = \frac{b}{a} \quad (15)$$

A partir de estas relaciones, la potencia incidente P_i y reflejada P_r quedan definidas como:

$$P_i = |a|^2 = \frac{|b_G|^2}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (16)$$

y

$$P_r = |b|^2 = \frac{|b_G|^2 |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (17)$$

La potencia disipada en la carga, P_d , está dada por la diferencia entre las potencias incidente y reflejada:

$$\boxed{P_d = P_i - P_r = \frac{|b_G|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2}} \quad (18)$$

Esta expresión es la misma que (9).

3. Definición de P_d , P_{Z_0} y P_{av}

La expresión en (9) o (18) es un resultado general, que relaciona la potencia disipada en la carga P_d con la potencia incidente $|b_G|^2$ en función de los coeficientes de reflexión a la entrada y a la salida.

A partir de esta expresión, se define P_{Z_0} como la potencia entregada por el generador a una carga igual a la impedancia característica, esto es, $Z_L = Z_0$. En esta situación, $\Gamma_L = 0$, resultando:

$$P_{Z_0} = |b_G|^2 \quad (19)$$

De forma similar, se puede definir la potencia disponible en el generador, P_{av} , que es la máxima potencia que éste es capaz de entregar. Se puede demostrar que la condición para máxima transferencia de potencia es $Z_L = Z_G^*$, o bien $\Gamma_L = \Gamma_G^*$. Por lo tanto:

$$P_{av} = P_{d(\Gamma_L = \Gamma_G^*)} = |b_G|^2 \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_G|^2} = \frac{|b_G|^2}{1 - |\Gamma_G|^2} \quad (20)$$

Despejando $|b_G|^2$ en (20) y reemplazando en (9), queda:

$$P_d = P_{av} \frac{(1 - |\Gamma_G|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (21)$$

La expresión (21) relaciona la potencia disipada en una carga Z_L con la potencia disponible del generador, en función de los coeficientes de reflexión a la entrada y a la salida.

4. Formulación clásica de teoría de circuitos

Sea V_G y V_L la tensión RMS del generador y en la carga, respectivamente. La tensión y la corriente en la carga vale:

$$V_L = \frac{V_G Z_L}{Z_G + Z_L} \quad (22)$$

$$I_L = \frac{V_G}{Z_G + Z_L} \quad (23)$$

$$(24)$$

La potencia disipada en la carga se expresa como la parte real del producto entre la tensión y el conjugado de la corriente:

$$P_d = \Re(V_G I_L^*) = \frac{|V_G|^2 \Re(Z_L)}{|Z_G + Z_L|^2} \quad (25)$$

La potencia máxima disponible, P_{av} , se desarrolla sobre la carga cuando se cumple que $Z_G = Z_G^*$. En esta situación, dado que $|Z_G + Z_L^*|^2 = |2 \Re(Z_G)|^2$:

$$P_{av} = \frac{|V_G|^2 \Re(Z_G^*)}{|2 \Re(Z_G)|^2} = \frac{|V_G|^2}{4 \Re(Z_G)} \quad (26)$$

De esta manera:

$$P_d = P_{av} \frac{4 \Re(Z_G) \Re(Z_L)}{|Z_G + Z_L|^2} \quad (27)$$

Empleando la definición de coeficiente de reflexión, se puede escribir:

$$Z_{G,L} = Z_0 \left(\frac{1 + \Gamma_{G,L}}{1 - \Gamma_{G,L}} \right) \rightarrow \Re(Z_{G,L}) = Z_0 \frac{1 - |\Gamma_{G,L}|^2}{|1 - \Gamma_{G,L}|^2} \quad (28)$$

Por otra parte:

$$|Z_G + Z_L|^2 = \frac{4 Z_0^2 |1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_G|^2 |1 - \Gamma_L|^2} \quad (29)$$

Por lo tanto, reemplazando (28) y (29) en (27) se obtiene:

$$P_d = P_{av} \frac{(1 - |\Gamma_G|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (30)$$

Este es el mismo resultado hallado en (21).

5. Medición de potencia

Cuando se mide potencia en RF, la magnitud que interesa conocer es la potencia que el generador le entregaría a una carga perfectamente adaptada ($Z_L = Z_0$), es decir, P_{Z_0} .

Dado que $P_{Z_0} = |b_G|^2$ y utilizando la expresión (9), se obtiene:

$$P_{Z_0} = P_d \frac{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2}{1 - |\Gamma_L|^2} \quad (31)$$

Haciendo uso de (6) y (31) se puede escribir:

$$P_{Z_0} = P_i \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{1 - |\Gamma_L|^2} |1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2 = P_i |1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2 \quad (32)$$

Se utiliza esta expresión dado que los sensores de potencia emplean un parámetro llamado factor de calibración [1], K , que relaciona la potencia incidente P_i con la potencia de sustitución de continua, P_{sub} :

$$K = \frac{P_{sub}}{P_i} \quad (33)$$

A su vez, otro factor utilizado es la eficiencia efectiva, η_e , que indica qué porción de la potencia disipada en la carga es efectivamente convertida en potencia de sustitución:

$$\eta_e = \frac{P_{sub}}{P_d} \quad (34)$$

Puede verse que:

$$K = \eta_e (1 - |\Gamma_L|^2) \quad (35)$$

Despejando P_i en (33) y reemplazando en (32) se obtiene:

$$P_{Z_0} = \frac{P_{sub}}{K} \underbrace{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2}_M \quad (36)$$

El término M se debe a las reflexiones múltiples entre el generador y la carga, y puede ser menor o mayor que uno dependiendo de las fases de Γ_G y Γ_L .

Referencias

- [1] Agilent Application Note 64-1C, *Fundamentals of RF and Microwave Measurements*. USA, Abril, 2004.