



# Incertidumbre por Desadaptación en RF

## Parte 1

---

G. Monasterios  
H. Silva  
A. Henze  
N. Tempone  
Lab. Metrología RF & Microondas, INTI

<http://www.inti.gov.ar/electronicaeinformatica/metrologiarf>  
[guillem@inti.gov.ar](mailto:guillem@inti.gov.ar)

Septiembre 2011 (rev. 08/2012)

# Índice

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2. Marco Teórico</b>  | <b>2</b>  |
| 2.1. Distribuciones de probabilidad marginales . . . . .             | 2         |
| 2.1.1. Distribución Anillo Uniforme . . . . .                        | 2         |
| 2.1.2. Distribución Disco Uniforme . . . . .                         | 3         |
| 2.2. Distribución de probabilidad del producto de vectores . . . . . | 3         |
| <b>3. Mismatch en mediciones de potencia</b>                         | <b>4</b>  |
| 3.1. Definición . . . . .  | 4         |
| 3.2. Varianza . . . . .  | 4         |
| 3.3. Distribuciones de probabilidad . . . . .                        | 5         |
| 3.3.1. Distribución Anillo/Anillo . . . . .                          | 5         |
| 3.3.2. Distribución Anillo/Disco . . . . .                           | 6         |
| 3.3.3. Distribución Disco/Disco . . . . .                            | 6         |
| <b>4. Mismatch en transmisión</b>                                    | <b>6</b>  |
| 4.1. Definición . . . . .  | 6         |
| 4.2. Varianza . . . . .  | 7         |
| <b>5. Resumen</b>  | <b>8</b>  |
| <b>6. Ejemplos</b>   | <b>8</b>  |
| 6.1. Ejemplo 1. Generador de RF . . . . .                            | 8         |
| 6.2. Ejemplo 2. Analizador de espectro . . . . .                     | 10        |
| 6.3. Ejemplo 3. Atenuación . . . . .                                 | 11        |
| <b>Bibliografía</b>  | <b>13</b> |

## 1. Introducción

El siguiente documento describe las metodologías de cálculo empleadas en la evaluación de la incertidumbre por Desadaptación o Mismatch en sistemas de medición de RF. El Mismatch se produce como consecuencia de las múltiples reflexiones ocasionadas en una línea de transmisión cuando los extremos presentan una impedancia distinta a la impedancia característica de la línea,  $Z_0$ . Una impedancia distinta a  $Z_0$  implica un coeficiente de reflexión  $\Gamma \neq 0$ , siendo  $\Gamma$  una magnitud bidimensional (variable compleja) de la cual muchas veces se desconoce el valor de su fase, lo que trae aparejado que el vector  $\Gamma$  esté ubicado dentro de una región circular centrada en el origen del plano complejo ya que cualquier valor de fase es posible. Como consecuencia se tiene una incertidumbre del valor de la coordenada que representa al coeficiente de reflexión.

En la sección 3 se presentan los casos más comunes según la información disponible de los coeficientes de reflexión presentes en el esquema de medición. También se analizan diversos ejemplos como referencia para las estimaciones de las incertidumbres cuando se realizan mediciones en RF.

## 2. Marco Teórico

### 2.1. Distribuciones de probabilidad marginales

Una distribución marginal es la proyección de cierta distribución de probabilidad de más de una dimensión, en este caso en el plano complejo, sobre el eje  $Re$  o  $Im$ . La distribución de los posibles valores del vector coeficiente de reflexión viene dada por la información disponible tanto del módulo como de la fase del mismo. En la práctica se presentan principalmente los siguientes casos<sup>1</sup>:

1. Se conoce el valor del módulo del coeficiente de reflexión. Se desconoce el valor de la fase.
2. Se conoce el máximo especificado<sup>2</sup> del módulo del coeficiente de reflexión. Se desconoce el valor de la fase.

#### 2.1.1. Distribución Anillo Uniforme

En este caso se conoce el módulo del coeficiente de reflexión,  $|\Gamma|$ , pero se desconoce el valor de su fase, por lo que a la misma se la considera uniformemente distribuida (distribución rectangular). La forma de distribución de  $\Gamma$  es la de un anillo (*uniform ring*) centrado en el origen de coordenadas, donde la proyección en el eje  $Re$  e  $Im$  sigue una distribución de probabilidad marginal del tipo “*arcoseno*” cuya función de densidad es la llamada *Tipo U* como se ve en la Fig. 1.

Considerando que el radio del anillo es el módulo  $|\Gamma|$ , la varianza marginal de esta distribución es:

$$\sigma^2(\Gamma) = \frac{|\Gamma|^2}{2} \quad (1)$$

<sup>1</sup>Se puede dar el caso de conocer tanto el módulo como la fase de  $\Gamma$ . Este caso se tratará en la segunda parte del presente trabajo.

<sup>2</sup>El valor “máximo especificado” se refiere al valor declarado por el fabricante, que suele ser un valor conservador.

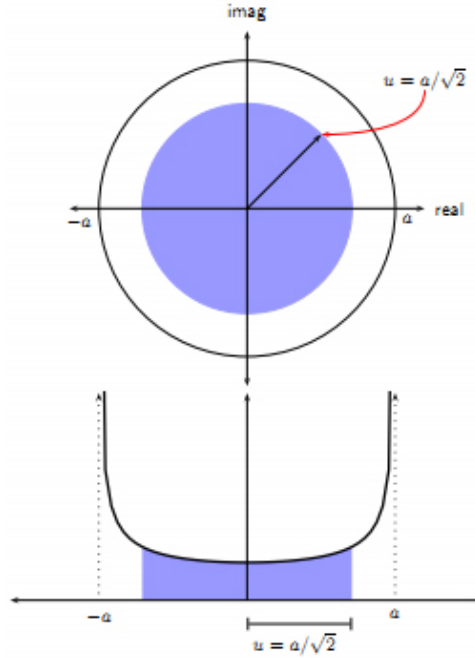


Figura 1: Densidad de Probabilidad de  $\text{Re}\{\Gamma\}$  cuando  $\Gamma$  varía según un Anillo [4]

y la matriz covarianza de  $\Gamma$  es:

$$v(\Gamma) = \frac{|\Gamma|^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

### 2.1.2. Distribución Disco Uniforme

En este caso se conoce el máximo especificado del módulo del coeficiente de reflexión, pero se desconoce su fase, por lo que el valor del vector  $\Gamma$  tiene igual probabilidad de situarse en cualquier punto dentro de un círculo de radio  $|\Gamma|$  centrado en el origen. La forma de distribución en este caso es la de un disco (*uniform disk*). La varianza de la distribución marginal de esta distribución es:

$$\sigma^2(\Gamma) = \frac{|\Gamma|^2}{4} \quad (3)$$

y la matriz covarianza de  $\Gamma$  es:

$$v(\Gamma) = \frac{|\Gamma|^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

## 2.2. Distribución de probabilidad del producto de vectores

Se demuestra en [7] que si dos vectores  $V_1$  y  $V_2$  tienen una distribución de probabilidad coincidentes con las presentadas en la sección 2.1, la varianza de la parte real (o marginal) del producto de

estos vectores bidimensionales es igual a 2 veces el producto de las varianzas de las distribuciones marginales individuales:

$$\sigma^2[\Re(V_1 V_2)] = 2 \sigma^2(V_1) \sigma^2(V_2) \quad (5)$$

### 3. Mismatch en mediciones de potencia

#### 3.1. Definición

En un sistema donde un generador de RF inyecta una señal en una línea de transmisión, la potencia incidente  $P_i$  en la carga está dada por [1]:

$$P_i = |bs|^2 \frac{1}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (6)$$

donde  $\Gamma_G$  y  $\Gamma_L$  son los coeficientes de reflexión del generador y de la carga respectivamente. En el caso que la carga tenga una impedancia igual a la impedancia característica  $Z_0$  de la línea, entonces  $|\Gamma_L| = 0$  por lo que  $P_{i|Z_0} = |bs|^2$ .

La variación en la potencia incidente entre el caso de carga adaptada a  $Z_0$  y el caso en que tanto  $\Gamma_G$  como  $\Gamma_L$  son  $\neq 0$  se conoce como Mismatch o  $M$  donde:

$$M = \frac{1}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} \quad (7)$$

Expandiendo el denominador se llega a:

$$M = \frac{1}{1 - 2|\Gamma_G||\Gamma_L| \cos(\phi_G + \phi_L) + |\Gamma_G|^2 |\Gamma_L|^2} \quad (8)$$

Dado que los valores de  $|\Gamma_L|$  y  $|\Gamma_G|$  comúnmente son cercanos a cero se puede despreciar el término cuadrático, quedando la siguiente relación:

$$M = \frac{1}{1 - 2|\Gamma_G||\Gamma_L| \cos(\phi_G + \phi_L)} \quad (9)$$

o también, de forma de recalcar la naturaleza vectorial de los coeficientes de reflexión:

$$M = \frac{1}{1 - 2 \Re(\Gamma_G \Gamma_L)} \quad (10)$$

$$M \approx 1 + 2 \Re(\Gamma_G \Gamma_L) \quad (11)$$

En este documento, al segundo miembro del segundo término se lo denomina “Error por Mismatch”.

### 3.2. Varianza

A partir de (11) tenemos que la varianza del error por Mismatch es:

$$\sigma^2(M) = 4 \sigma^2[\text{Re}(\Gamma_G \Gamma_L)] \quad (12)$$

y teniendo en cuenta la ecuación (5) donde  $V_1$  y  $V_2$  representan a  $\Gamma_G$  y  $\Gamma_L$  respectivamente, se tiene que:

$$\sigma^2(M) = 8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) \quad (13)$$

### 3.3. Distribuciones de probabilidad

Según la información disponible sobre  $|\Gamma_G|$  y  $|\Gamma_L|$  se tienen distintas expresiones para las respectivas varianzas de las distribuciones marginales y por ende se tienen distintas distribuciones de probabilidad del error por Mismatch. A continuación se enumeran distintas posibilidades que se presentan en la práctica<sup>3</sup>:

1. Se conocen los valores del módulo de ambos coeficientes de reflexión.
2. Se conoce el valor de un coeficiente de reflexión y el máximo especificado del segundo.
3. Se conocen los máximos especificados del módulo de ambos coeficientes de reflexión.

Al considerar que las distribuciones de probabilidad del coeficiente de reflexión están centradas en el origen entonces el valor medio o “esperado” de las distribuciones de probabilidad del error por Mismatch será siempre igual a cero. Esto indica que ante esta situación no es posible corregir dicho error y que solamente puede estimarse un desvío standard asociado al mismo.

#### 3.3.1. Distribución Anillo/Anillo

Si se conocen los módulos de los dos coeficientes de reflexión,  $|\Gamma_G|$  y  $|\Gamma_L|$ , se obtiene una distribución de probabilidad comúnmente conocida como *Tipo U*. Entonces según (1) y (13) queda:

$$\sigma^2(M) = 8 \frac{|\Gamma_G|^2}{2} \frac{|\Gamma_L|^2}{2} = 2 |\Gamma_G|^2 |\Gamma_L|^2 \quad (\text{varianza}) \quad (14)$$

$$\sigma(M) = \sqrt{2} |\Gamma_G| |\Gamma_L| \quad (\text{desvío standard 1-sigma}) \quad (15)$$

La distribución resultante de  $M$  tiene la siguiente forma:

<sup>3</sup>Se asume que no se tiene información respecto a  $\phi(\Gamma)$  de ninguno de los dos vectores

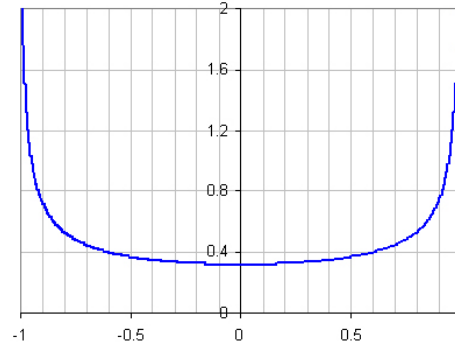


Figura 2: Densidad de probabilidad normalizada si se conocen los módulos de ambos  $\Gamma$

### 3.3.2. Distribución Anillo/Disco

Si se conoce el valor máximo especificado del módulo de  $\Gamma_G$  y el valor del módulo de  $\Gamma_L$  o viceversa, entonces según (1), (3) y (13) queda (suponiendo máximo  $|\Gamma_G|$  especificado):

$$\sigma^2(M) = 8 \frac{|\Gamma_G|^2}{4} \frac{|\Gamma_L|^2}{2} = |\Gamma_G|^2 |\Gamma_L|^2 \quad (\text{varianza}) \quad (16)$$

$$\sigma(M) = |\Gamma_G| |\Gamma_L| \quad (\text{desvío standard 1-sigma}) \quad (17)$$

La distribución tiene la forma indicada por la Fig. 3.

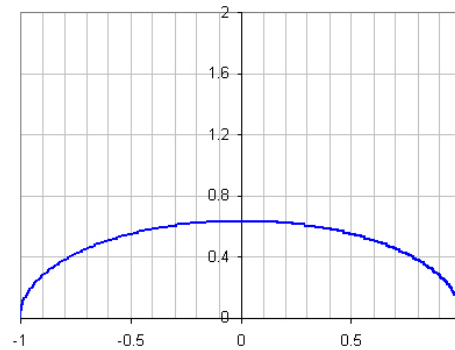


Figura 3: Densidad de Probabilidad normalizada si se conoce el módulo de un solo  $\Gamma$

### 3.3.3. Distribución Disco/Disco

Si solo se conocen los valores máximos especificados de los módulos de ambos coeficientes de reflexión  $\Gamma_G$  y  $\Gamma_L$ , entonces según (3) y (13) queda:

$$\sigma^2(M) = 8 \frac{|\Gamma_G|^2}{4} \frac{|\Gamma_L|^2}{4} = \frac{1}{2} |\Gamma_G|^2 |\Gamma_L|^2 \quad (\text{varianza}) \quad (18)$$

$$\sigma(M) = \frac{1}{\sqrt{2}} |\Gamma_G| |\Gamma_L| \quad (\text{desvío standard 1-sigma}) \quad (19)$$

La distribución tiene la forma indicada por la Fig. 4.

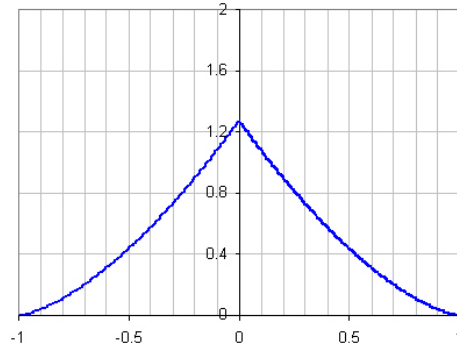


Figura 4: Densidad de probabilidad si se conocen los máximos valores de los módulos de ambos  $\Gamma$

## 4. Mismatch en transmisión

### 4.1. Definición

Cuando se mide la atenuación de un dispositivo de 2 puertos (DUT) como se ve en la Fig. 7 aparecen desadaptaciones tanto en la entrada como en la salida del DUT. Aplicando la regla de Mason al diagrama de flujo del esquema en cuestión, se llega a la siguiente expresión [3] que expresa el valor absoluto del error por Mismatch debido a estas desadaptaciones cuando se mide  $|S_{21}|$ :

$$M[\text{dB}] = 10 \times \log \left| \frac{(1 - \Gamma_G S_{11})(1 - \Gamma_L S_{22}) - \Gamma_G \Gamma_L S_{12} S_{21}}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \right|^2 \quad (20)$$

donde  $\Gamma_G$  y  $\Gamma_L$  son los coeficientes de reflexión del generador de RF y del sensor de potencia respectivamente, y  $S_{xx}$  son los parámetros S del DUT.



Asumiendo que el DUT es un dispositivo recíproco ( $S_{21} = S_{12}$ ) y considerando que  $S_{11}$  y  $S_{22}$  son valores pequeños, operando se llega a que:

$$M[\text{dB}] = 10 \times \log \left| 1 - \underbrace{\Gamma_G S_{11} - \Gamma_L S_{22} - |S_{21}|^2 \Gamma_G \Gamma_L + \Gamma_G \Gamma_L}_x \right|^2 \quad (21)$$

Si  $x \approx 0$  se cumple que  $|1 + x|^2 \approx 1 + 2 \text{Re}\{x\}$ :

$$M[\text{dB}] \approx 10 \times \log(1 + 2 \text{Re}\{-\Gamma_G S_{11} - \Gamma_L S_{22} - |S_{21}|^2 \Gamma_G \Gamma_L + \Gamma_G \Gamma_L\}) \quad (22)$$

$$M[\text{dB}] \approx 4,34 \times \ln(1 + 2 \text{Re}\{-\Gamma_G S_{11} - \Gamma_L S_{22} - |S_{21}|^2 \Gamma_G \Gamma_L + \Gamma_G \Gamma_L\}) \quad (23)$$

Teniendo en cuenta que si  $x \approx 0$ ,  $\ln(1 + 2x) \approx 2x$ , queda:

$$M[\text{dB}] \approx 4,34 (-2 \text{Re}\{\Gamma_G S_{11}\} - 2 \text{Re}\{\Gamma_L S_{22}\} - 2 \text{Re}\{|S_{21}|^2 \Gamma_G \Gamma_L\} + 2 \text{Re}\{\Gamma_G \Gamma_L\}) \quad (24)$$

## 4.2. Varianza

La varianza de (24) se calcula como la suma de las varianzas individuales de cada uno de sus términos debido a que el desconocimiento de las fases implica que todos son independientes entre sí y por lo tanto no existen covarianzas entre los mismos.

Se observa que cada término del segundo miembro tiene la forma del término de error de (11) y sus varianzas individuales se calculan según (13). De la medición de atenuación se conoce el valor de  $|S_{21}|$ , por lo que puede asumirse que el término que incluye el lazo a través del DUT tiene la forma dada en (13) donde  $|S_{21}|^2$  aparece como constante.

Finalmente:

$$\sigma^2(M) \approx 8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(S_{11}) + 8 \sigma^2(\Gamma_L) \sigma^2(S_{22}) + 8 |S_{21}|^4 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) + 8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) \quad (25)$$

$$\sigma(M)[\text{dB}] \approx \sqrt{(4,34)^2 [8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(S_{11}) + 8 \sigma^2(\Gamma_L) \sigma^2(S_{22}) + 8 |S_{21}|^4 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) + 8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L)]} \quad (26)$$

## 5. Resumen

A continuación se resumen los parámetros característicos de los distintos casos presentados:

| Información                             | $\sigma(M)$  | Distribución | Tipo          |
|---|--|--------------|---------------|
| $ \Gamma_G $ y $ \Gamma_L $             | $\sqrt{2} \times  \Gamma_G  \times  \Gamma_L $           | Tipo-U       | Anillo/Anillo |
| $ \Gamma_G $ y $ \Gamma_L _{max}$       | $ \Gamma_G  \times  \Gamma_L $                           | -            | Disco/Anillo  |
| $ \Gamma_G _{max}$ y $ \Gamma_L _{max}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} \times  \Gamma_G  \times  \Gamma_L $ | -            | Disco/Disco   |

Cuadro 1: *Casos posibles - Incertidumbre standard por Mismatch*

## 6. Ejemplos

1. Medición del nivel de salida de un generador de RF
2. Medición de exactitud de un analizador de espectro
3. Medición de los parámetros S de un dispositivo de 2 puertos

### 6.1. Ejemplo 1. Generador de RF

En el caso de medir la potencia absoluta de salida de un generador de RF como muestra la Fig. 5,  $\Gamma_G$  representa el coeficiente de reflexión del generador y  $\Gamma_L$  el del sensor de potencia. En general la información que se conoce de  $\Gamma_G$  es la especificación de  $|\Gamma_G|_{max}$  o  $ROE_{max}$  que informa el fabricante mientras que el  $\Gamma_L$  puede ser medido por medio de un VNA<sup>4</sup> para conocer su módulo. De esta forma se tiene el caso presentado en la sección 3.3.2.

Como ejemplo, supongamos tener los siguientes equipos en nuestro esquema de medición para medir la salida de un generador en 18 GHz :

- **Generador de RF**

Marca: Rohde & Schwarz  
Modelo: SMR40  
Especificación:  $ROE < 2$

- **Sensor de potencia**

Marca: Agilent  
Modelo: E4412  
Especificación:  $ROE < 1,27$  (10 GHz a 18 GHz)  
Datos de certificado de calibración:  $|\Gamma_L| = 0,016$

Utilizando el módulo del coeficiente de reflexión del sensor informado en su certificado de calibración y según lo explicado en la sección 3.3.2, el desvío standard del error por Mismatch (1-sigma) se calcula según el caso Anillo/Disco:

$$ROE_G = 2 \Rightarrow |\Gamma_G|_{max} = 0,33 \quad (27)$$

<sup>4</sup>VNA: Vector Network Analyzer

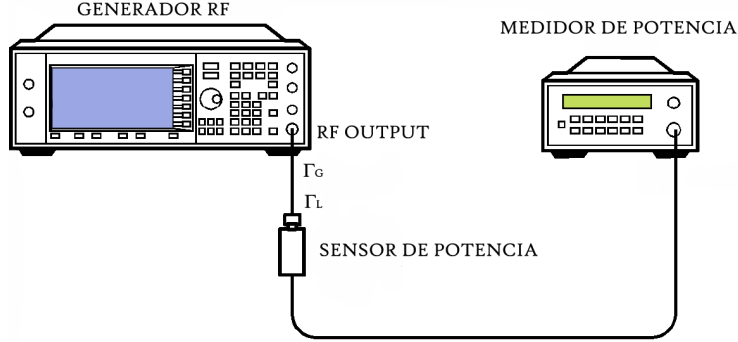


Figura 5: Medición del nivel de salida de un generador de RF

$$|\Gamma_L| = 0,016 \quad (28)$$

$$\sigma(M) = 0,33 \times 0,016 = 0,005 \quad (29)$$

Si en vez de utilizar los datos del certificado de calibración del sensor, se utiliza la especificación del fabricante, entonces el desvío standard del error por Mismatch se comporta de acuerdo al caso Disco/Disco visto en la sección 3.3.3:

$$\text{ROE}_G = 2 \Rightarrow |\Gamma_G|_{\max} = 0,33 \quad (30)$$

$$\text{ROE}_L = 1,27 \Rightarrow |\Gamma_L|_{\max} = 0,12 \quad (31)$$

$$\sigma(M) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 0,33 \times 0,12 = 0,028 \quad (32)$$

Como se puede apreciar, el desvío standard calculado es aproximadamente 5 veces mayor si se usan las especificaciones aseguradas por el fabricante que si se extrae el valor medido del certificado de calibración.

## 6.2. Ejemplo 2. Analizador de espectro

En el caso de medir la exactitud de escala de un analizador de espectro (fidelidad), la señal que se inyecta al analizador se nivela como se ve en la Fig. 6. Por lo tanto el  $\Gamma_G$  es el correspondiente al coeficiente de reflexión equivalente  $\Gamma_{eq}$  del divisor de potencia [5]. La forma de calcular el mismo es a través de la medición de los parámetros S del divisor de potencia y luego por medio de la ecuación (33), se obtiene el módulo y fase de  $\Gamma_{eq}$ . En este caso se considera que la salida hacia el DUT se conecta en el puerto 3 del divisor de potencia:

$$\Gamma_{eq} = \frac{S_{33} - (S_{13}S_{32})}{S_{12}} \quad (33)$$

Se conoce  $|\Gamma_L|_{\max}$  o  $\text{ROE}_{\max}$  de la especificación del fabricante correspondiente al analizador de espectro, que indica un peor caso para el módulo de  $\Gamma_L$  pero no brinda información sobre su fase.

En este caso también se tiene la combinación Anillo/Disco.

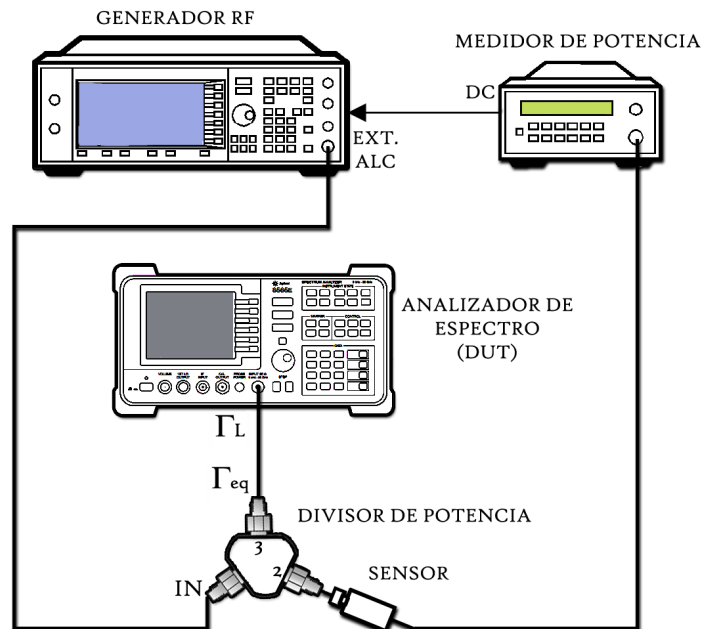


Figura 6: *Esquema de medición de la Fidelidad de Escala de un analizador de espectro*

Como ejemplo, se tienen los siguientes equipos para medir el nivel de salida de un generador en 30 GHz:

- **Divisor de potencia**

Marca: Agilent

Modelo: 11636C

Datos de certificado de calibración @30 GHz:  $|\Gamma_{eq_{puerto3}}| = 0,105$

- **Analizador de espectro**

Marca: Agilent

Modelo: E4448A PSA

Especificación: ROE < 1,57 (26,5 GHz a 50 GHz)

En este caso el desvío standard del error por Mismatch se calcula como sigue:

$$|\Gamma_G| = |\Gamma_{eq_{puerto3}}| = 0,105 \quad (34)$$

$$ROE_L = 1,57 \Rightarrow |\Gamma_L|_{max} = 0,22 \quad (35)$$

$$\sigma(M) = 0,105 \times 0,22 = 0,023 \quad (36)$$

### 6.3. Ejemplo 3. Atenuación

Se realiza la medición de atenuación [3] de un dispositivo pasivo en 15 GHz, con un esquema de medición como se ve en la Fig. 7. Los equipos utilizados se indican a continuación:

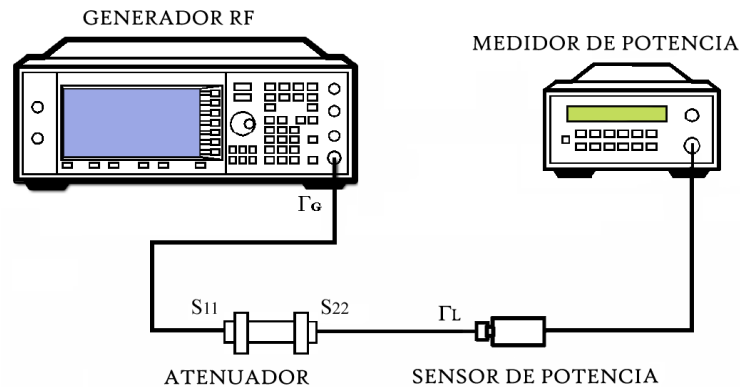


Figura 7: Esquema de medición de Atenuación

- **Generador de RF**

Marca: Rohde & Schwarz

Modelo: SMR40

Especificación: ROE < 2

- **Sensor de potencia**

Marca: Agilent

Modelo: E4412A

Datos de certificado de calibración @15 GHz:  $|\Gamma_L| = 0,020$

■ **Atenuador Agilent 8491B - 30 dB**

$|S_{11}|_{15 \text{ GHz}} \leq 0,20$  (valor máximo especificado)

$|S_{12}|_{15 \text{ GHz}} = 0,0311$  (valor medido con el esquema de la Fig. 7)

$|S_{21}|_{15 \text{ GHz}} = 0,0311$  (valor medido con el esquema de la Fig. 7)

$|S_{22}|_{15 \text{ GHz}} \leq 0,20$  (valor máximo especificado)

Utilizando la ecuación (26):

$$\sigma(M)[\text{dB}] \approx \sqrt{(4,34)^2 [8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(S_{11}) + 8 \sigma^2(\Gamma_L) \sigma^2(S_{22}) + 8 |S_{21}|^4 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) + 8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L)]}$$

se deduce que el primer término del segundo miembro coincide con el caso Disco/Disco:

$$8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(S_{11}) = \frac{1}{2} \times 0,33^2 \times 0,20^2 = 2,18 \times 10^{-3} \quad (37)$$

En el caso del próximo término se tiene el caso Disco/Anillo:

$$8 \sigma^2(\Gamma_L) \sigma^2(S_{22}) = 0,020^2 \times 0,20^2 = 16,0 \times 10^{-6} \quad (38)$$

En el caso del término que incluye el lazo a través del DUT, se conoce el módulo de  $\Gamma_L$ , pero se desconoce  $\phi(\Gamma_G)$ . Se puede considerar que este caso es el Disco/Anillo:

$$8 |S_{21}|^4 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) = |S_{21}|^4 \times |\Gamma_G|^2 \times |\Gamma_L|^2 = 0,0311^4 \times 0,33^2 \times 0,020^2 \approx 0 \quad (39)$$

Por último se tiene:

$$8 \sigma^2(\Gamma_G) \sigma^2(\Gamma_L) = |\Gamma_G|^2 |\Gamma_L|^2 = 0,33^2 \times 0,020^2 = 43,610 \times 10^{-6} \quad (40)$$

Sumando todas las contribuciones, queda:

$$\sigma^2(M) = 2,18 \times 10^{-3} + 16,0 \times 10^{-6} + 43,6 \times 10^{-6} = 2,24 \times 10^{-3} \quad (41)$$

$$\sigma(M) = \sqrt{(4,34)^2 \times 2,24 \times 10^{-3}} = 0,205 \text{ dB} \quad (42)$$

---

## Referencias

- [1] Agilent (AN 1449-3): Fundamentals of RF and Microwave Power Measurements (Part 3), Apr 2011.
- [2] Harris, I.A.; Warner, F.L., “Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation”, *Microwaves, Optics and Antennas, IEE Proceedings H* , vol.128, no.1, pp.35-41, Feb 1981.
- [3] Warner, F.L., “Microwave attenuation measurement”, (Peter Peregrinus, 1977) , chaps 2, 8 & 14.
- [4] Blair Hall: The uncertainty of a complex quantity with unknown phase, 33<sup>th</sup> ANAMET Meeting, May 2010.
- [5] Engen, G.F., “Amplitude Stabilization of a Microwave Signal Source”, *Microwave Theory and Techniques, IRE Transactions on* , vol.6, no.2, pp.202-206, Apr 1958.
- [6] Guldbrandsen, T., “Uncertainty contributions from mismatch in microwave measurements”, *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings -* , vol.148, no.6, pp.393-397, Dec 2001.
- [7] Blair Hall: Mismatch uncertainty: representations for complex calculations, 29<sup>th</sup> ANAMET Meeting, March 2008.