

MÉTODO ALTERNATIVO PARA LA DETERMINACIÓN DE ERRORES DE INDICACIÓN Y DE LINEALIDAD EN MICROBALANZAS

Fernando Kornblit ⁽¹⁾, Juan Leiblich ⁽¹⁾, Jorge Sanchez ⁽²⁾

⁽¹⁾ Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI), Av. Gral Paz 5445, P. de San Martín, Prov de Buenos Aires, Argentina, Tel 54 11 47525402, ferk@inti.gob.ar, leiblich@inti.gob.ar

⁽²⁾ Dolz hnos S.R.L, Fonrouge 1867, C.A.B.A., Argentina
Tel 54 11 46388890, dolzhnos@speedy.com.ar

Resumen: Los procedimientos habituales de calibración de balanzas de baja capacidad pueden producir incertidumbres mayores a las adecuadas para el uso de estos instrumentos, debido a que a las pesas patrón que se utilizan suelen tener asignadas incertidumbres relativamente altas. En este trabajo se analiza un método para determinar errores de indicación y de linealidad, a partir de una sola pesa de referencia, de valor cercano a la capacidad máxima de la balanza. En el mismo proceso se determina la masa convencional de un conjunto de pesas auxiliares, las que pueden ser posteriormente utilizadas por los usuarios para verificaciones intermedias.

1. INTRODUCCIÓN

En diversas ocasiones, laboratorios farmacéuticos, clínicos, químicos y otros, deben pesar pequeñas cantidades de substancia con alta exactitud. Para esto, disponen de balanzas de bajo alcance, o *microbalanzas*, típicamente de capacidad máxima (M_{\max}) de entre 0,8 g y 20 g, y resolución (d), igual a 1 μg o a 0,1 μg

El uso correcto de estos equipos requiere, como parte de su calibración, determinar sus errores de indicación (e_i , $i=1, \dots, n$) en n puntos de prueba, o bien sus errores de linealidad, que serán descriptos en 3. Para estimar los e_i , existen métodos establecidos y muy extendidos, ([1], [2]) que se basan en ajustar la sensibilidad del instrumento con una pesa interna de carga m_{aj} , (usualmente similar a M_{\max}) y luego aplicar pesas patrón para cada estado de carga bajo calibración, y comparar las indicaciones con los valores de masa convencional de aquéllas.

El problema que presentan estos procedimientos es que las pesas suelen tener asignadas como incertidumbres una fracción de sus errores máximos permisibles (emp), según [3]. Aún considerando la mejor clase posible (E_1), los emp , varían entre 8 μg y 25 μg para masas de entre 0,5 g y 20 g, o bien, en términos relativos, de entre $16 \cdot 10^{-6}$ y $1,3 \cdot 10^{-6}$ (un análisis sobre las incertidumbres típicas en la calibración de pesas puede verse en [4]). Debido a esto, se originan incertidumbres de calibración relativamente altas comparadas con los exigentes requerimientos de uso de las balanzas.

Entonces, se vuelve necesario buscar métodos alternativos, que conlleven menores incertidumbres. Se han publicado procedimientos, basados en el

uso de una sola pesa trazable, del máximo valor posible de masa, y por lo tanto, con la menor incertidumbre relativa. En [5] se propone ajustar la sensibilidad con una pesa externa trazable de valor nominal igual a M_{\max} , y luego realizar un ensayo de linealidad en 4 puntos de la escala, utilizando pesas auxiliares de densidad similar, con valores nominales 1/2 y 1/4 de M_{\max} , las cuales no requieren estar calibradas inicialmente. Más recientemente, en [6] se retoma este planteo, pero enfocado a una calibración completa, con pesas intermedias no calibradas, y aplicando el método de sustitución de cargas.

En definitiva, ambas propuestas tienen similitud con los métodos de calibración de pesas por subdivisión: basarse en referencias de mayor valor de masa, y, en base a un modelo de cálculo dado, obtener resultados en valores menores. El trabajo actual puede ser visto como una generalización de lo aplicado en [5] y [6]. Acá también proponemos utilizar, como única fuente de trazabilidad, una pesa de valor nominal igual o cercano a M_{\max} (idealmente, de clase E_1 o mejor), y un conjunto de pesas auxiliares, de valores intermedios, sin calibración previa. Durante el proceso, se estimarán los e_i , y, al mismo tiempo la masa convencional de las pesas auxiliares. Éstas pueden ser utilizadas, en el futuro, para verificaciones intermedias de la balanza por parte del usuario.

2. MÉTODO PROPUESTO Y MODELO ASOCIADO

Si bien el método que aquí se desarrollará es aplicable a balanzas de distintas capacidades y características, será ejemplificado específicamente

para los dos equipos indicados a continuación, con los cuales se han efectuado los ensayos mencionados más abajo:

- Comparador de masa Sartorius CCE6
 $Máx = 6,1 \text{ g}, d = 0,1 \text{ } \mu\text{g}$
- Balanza / comparador de masa Mettler MC5
 $Máx = 5,1 \text{ g}, d = 1 \text{ } \mu\text{g}$

En lo que sigue se indicará de qué manera se determinaron los errores de indicación de ambas, desde 0,5 g hasta 5 g, con pasos de 0,5 g (en total, 10 puntos de calibración).

Como referencia de trazabilidad se empleó una pesa de masa convencional $m_5 = 5 \text{ g} + 9,6 \text{ } \mu\text{g}$, previamente calibrada, con incertidumbre estándar $u_p = 2,0 \text{ } \mu\text{g}$. Además, se utilizó un juego de 6 pesas auxiliares no calibradas a priori (el mismo juego para ambos equipos), cuyos valores nominales se describen en la tabla 1.

Identificación de las pesas auxiliares	Valor nominal	Masa convencional
0.5	0,5 g	$m_{0.5-1}$
0.5*	0,5 g	$m_{0.5-2}$
1	1 g	m_{1-1}
1*	1 g	m_{1-2}
2	2 g	m_{2-1}
2*	2 g	m_{2-2}

Tabla.1. Lista de pesas auxiliares utilizadas

Es posible efectuar distintas pesadas dentro del rango bajo calibración de cada balanza, seleccionando diferentes subconjuntos dentro del conjunto total de pesas. A modo de ejemplo, seleccionando las pesas 0.5, 1 y 2, puede efectuarse una pesada en el valor nominal 3,5 g, que se representa por el modelo siguiente:

$$i = m_{0.5-1} + m_{1-1} + m_{2-1} + e_{3.5} + b$$

donde

- i es la indicación obtenida
- $e_{3.5}$ es el error sistemático de indicación de la balanza en 3,5 g
- b es la corrección por empuje del aire

Similarmente, el modelo correspondiente a una pesada de la pesa de referencia es:

$$i' = -m_5 + e_5 + b'$$

2.1. Diseño completo. A partir del conjunto de pesas de la tabla 1, es posible extraer en total 52 subconjuntos que generan valores nominales de masa en el alcance de 0,5 g a 5 g. Si se decidiera efectuar una única vez cada una de estas pesadas estas pesadas, el proceso puede representarse por el siguiente modelo matricial (*diseño completo*):

$$I = A \cdot E + m_5 P + B \tag{1}$$

donde:

- $I = (i_1, \dots, i_{52})^t$ es el vector de las indicaciones obtenidas durante las pesadas.
 - A es la matriz del diseño, mostrada en la Tabla 2 al final del trabajo, conteniendo sólo coeficientes 0 y 1. A posee 16 columnas, las primeras 10 de las cuales se relacionan con los errores de indicación en los 10 puntos de calibración, y las últimas 6, con la masa convencional de cada una de las pesas auxiliares. Cada fila de A representa una pesada. Para cada fila, aparecen coeficientes 1 en las columnas asociadas al error de indicación para la carga nominal aplicada en dicha pesada, y en las asociadas a las pesas intervinientes en ella. El resto de los coeficientes de la fila es 0.
- En la tabla 2, las celdas grises cumplen el propósito de rotular, y no forman parte de la matriz, y las líneas intermedias horizontales agrupan pesadas con el mismo valor nominal de masa. Observar que, a diferencia de los métodos usuales de calibración de pesas por subdivisión, no se hacen pesadas por comparación, por lo cual no se hacen pesadas por comparación, por lo cual no aparecen términos iguales a -1.

- el vector a estimar $E = (e_{0.5}, \dots, e_5, m_{0.5-1}, \dots, m_{2-2})^t$ contiene, en sus 10 primeras componentes los errores de indicación de la balanza en los puntos bajo calibración, y en sus 6 últimas, la masa convencional de las pesas auxiliares.
- P es un vector de longitud igual al número de pesadas, que contiene 1 en la posición correspondiente a las pesadas de la masa de referencia, y 0 en las otras
- $B = (b_1, \dots, b_{52})^t$ es un vector conteniendo las correcciones por empuje del aire en cada pesada. En lo que sigue se supondrá que los b_i poseen valor medio 0, o sea, que no se realizan correcciones, (aunque se tendrá en cuenta este componente al cuantificar las incertidumbres). Esta simplificación resulta razonable cuando la densidad del aire es cercana a $\rho_0 = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$, y la densidad de las pesas involucradas es cercana a $\rho_c = 8 \text{ 000 kg m}^{-3}$. Si esto no se diera, la aplicación de correcciones por empuje del aire distintas de 0 no conlleva demasiada dificultad adicional.

Para estimar E y determinar la incertidumbre Σ_E asociada a dicha estimación, se aplicará el método de cuadrados mínimos ordinarios.

2.2. Diseño incompleto. Es posible abreviar el proceso de calibración, optando por seleccionar sólo algunos de entre todos los subconjuntos posibles de pesas auxiliares, efectuando así menos pesadas.

(1) sigue siendo aplicable, pero se reduce la dimensión de sus vectores y la cantidad de filas de A . El único requisito a tener en cuenta para la aplicación de un modelo reducido, es que $A^t A$ resulte inversible, a fin de poder aplicar el método de cuadrados mínimos. Por supuesto, es importante tener en cuenta que la incertidumbre final depende del diseño y de sus grados de libertad.

Específicamente, para la calibración de los dos equipos mencionados arriba, se ha aplicado un diseño incompleto, de acuerdo a la matriz de 31 filas indicada en la tabla 3. De acuerdo a él, se realizaron tres pesadas para cada valor nominal de masa dentro del rango de calibración, salvo para 0,5 g, en que se realizan dos pesadas. La matriz de diseño A fue seleccionada al azar entre todas las que presentaban tales características. Las incertidumbres alcanzadas con este diseño abreviado no resultaron considerablemente mayores que las correspondientes al diseño completo.

Teniendo en cuenta que, de acuerdo al método propuesto, las mediciones no se realizan por comparación, sino por medición directa, debe prestarse extrema atención a eliminar las posibles derivas a corto plazo del factor de sensibilidad. Para ello, la balanza debe ser ajustada muy frecuentemente durante el proceso de calibración, en el cero, y en m_{aj} con su pesa interna. En los ensayos realizados, este ajuste fue hecho una vez cada 3 pesadas. Además, para controlar las posibles derivas del cero, las pesadas fueron efectuadas aplicando ciclos “cero – carga –cero” y restando del valor de carga, el promedio de ambas indicaciones en cero. Las diferencias entre ambas indicaciones del cero fueron tenidas en cuenta como control de la estabilidad del cero.

La primera y última fila de A (rotuladas “5-EXT” en la tabla 3) corresponden a pesadas con la pesa externa de 5 g, y a la consiguiente asignación de un valor trazable a la pesa interna de ajuste. Se repite esta pesada al principio y al final del proceso. Por esto, el vector P de (1) contiene 1 en su primera y última componentes, y 0 en el resto de ellas.

2.3. Cálculos

Para la aplicación del método de cuadrados mínimos es conveniente reescribir (1) agrupando en

el primer miembro a aquellos componentes conocidos a priori u observados durante las mediciones:

$$Y = A \cdot E + R \tag{2}$$

donde $Y = I - m_s P - B$. La ecuación (2) contiene una matriz diagonal R asociada a los residuos del modelo; esto es, a posibles inconsistencias que puedan producirse en el proceso de medición al cambiar de valor nominal de carga. Los coeficientes en la diagonal de R poseen valor medio 0, y varianza σ_{resid}^2

El vector E y la matriz de incertidumbres asociadas U_E se determinan a partir (2) por las fórmulas habituales de cuadrados mínimos ordinarios (ver por ejemplo [7]):

$$E = (A^t A)^{-1} A^t Y$$

$$U_E = [(A^t A)^{-1} A^t] U_Y [A(A^t A)^{-1}] \tag{3}$$

donde U_Y es la matriz de incertidumbre (de 31 x 31) asociada al proceso de medición, que debe ser previamente calculada. Los componentes de incertidumbre que integran U_Y son la varianza residual y los asociados a las indicaciones, a la pesa de referencia, y al empuje del aire. Simbólicamente:

$$U_Y = s_{resid}^2 Id_{31 \times 31} + u_{ind}^2 Id_{31 \times 31} + u_p^2 PP^t + U_B \tag{4}$$

donde:

- el primer término corresponde a la estimación estadística habitual de σ_{resid}^2 :

$$s_{resid}^2 = \frac{(Y - AE)^t (Y - AE)}{15}$$

multiplicada por la matriz identidad de orden 31, $Id_{31 \times 31}$. El número de grados de libertad en el denominador proviene de la diferencia entre el número de pesadas: 31, y el de parámetros a estimar: 16

- el segundo término contiene la incertidumbre asociada a las indicaciones en cada punto de calibración, multiplicada por $Id_{31 \times 31}$. u_{ind} es evaluada como la combinación entre el componente asociado a la mínima división de la balanza (d), y la desviación estándar s_p correspondiente al promedio de las 3 carreras realizadas en cada

punto, que fue estimada en forma global, promediando las varianzas de las 3 carreras en cada punto:

$$u_{ind}^2 = \frac{d^2}{12} + \frac{s_p^2}{3}$$

En la tabla 4 se muestran los valores de s_{res} , d , s_p y u_{ind} obtenidos en los equipos utilizados

	CCE6	MC5
$s_{resid}/\mu g$	0,3	0,4
$s_p/\mu g$	0,3	0,4
$d/\mu g$	0,1	1
$u_{ind}/\mu g$	0,3	0,5

Tabla 4. Desviaciones estándares residuales alcanzadas en ambos equipos, e incertidumbres por resolución y repetibilidad

- El tercer término de (4) representa la incertidumbre asociada a la pesa de referencia de 5 g. Según lo indicado en 1, $u_p = 2,0 \mu g$. La matriz PP^t contiene coeficientes 1 en cada una de sus 4 esquinas, y 0 en el resto.
- El último término de (4) contiene las incertidumbres asociadas al empuje del aire. Todas las pesas involucradas en las mediciones aquí descritas poseen densidades que difieren de ρ_c en menos de 200 kg m^{-3} , y, por otra parte, la densidad del aire difirió de ρ_0 en menos del 10%. Por estos motivos, la incertidumbre estándar relativa asociada al efecto de empuje en todas las mediciones pudo evaluarse en $4 \cdot 10^{-7}$. Con esta consideración, los diferentes elementos de la diagonal de U_B , resultaron proporcionales a los valores nominales de masa correspondientes. Para completar los términos fuera de la diagonal, se asignó valor 1 a las correlaciones entre los efectos de empuje en pesadas distintas.

Luego de haber calculado U_Y , se calculó U_E de acuerdo a (3). Esta matriz contiene, en su diagonal, a las varianzas en las estimaciones de E , y fuera de la diagonal, a las correspondientes covarianzas.

3. ERRORES DE INDICACIÓN Y ERRORES DE LINEALIDAD.

Cada vez que una balanza es ajustada con su pesa interna de masa convencional m_{aj} , se genera un error sistemático asociado al ajuste, (o error convencional de la pesa interna) que, en balanzas de bajo alcance, puede ser significativo, dados los mayores errores relativos en pesas de ajuste de bajos valores de masa.. Este error, que se traslada

a los e_i , con efectos proporcionales a los valores de masa en cada punto, puede estimarse aplicando la pesa calibrada sobre el instrumento recién ajustado. Por su parte, el error de linealidad (e_L) puede entenderse como el error de indicación que se obtendría cuando el error convencional de la pesa de ajuste (e_{aj}) sea igual a 0. La relación entre el error de indicación y el error de indicación para un dado valor de masa (m) puede modelarse como:

$$e_L = e_i - \frac{m}{m_{aj}} e_{aj} \tag{5}$$

Así, la curva de errores de linealidad puede deducirse de curva característica ([1]) o curva de errores de indicación. Aplicar (6) equivale a rotar la pendiente de esta curva, hasta llevar a 0 los errores en el cero y en m_{aj} .

Si, en el uso habitual de las balanzas, se realizan pesadas en forma directa, deben conocerse los errores de indicación para efectuar correcciones y/o asignar incertidumbres globales a las pesadas.

Sin embargo, en muchos casos, los usuarios de microbalanzas realizan pesadas por diferencias (por ejemplo, entre un recipiente conteniendo una masa m_x de substancia, y el mismo recipiente vacío). En estos casos, el error de indicación asociado a la estimación de m_x resulta:

$$e_i(m_x) = (e_L - e_L^1) + \frac{m_x}{m_{aj}} e_{aj} \tag{6}$$

Donde e_L y e_L^1 representan los errores de linealidad al pesar el recipiente lleno y vacío respectivamente. Si la magnitud a pesar es de unos pocos miligramos, seguramente ambos términos en (6) podrán considerarse despreciables, el primero porque los errores de linealidad en dos puntos muy cercanos pueden considerarse idénticos, y el segundo porque el factor m_x / m_{aj} alcanza un valor suficientemente bajo. Entonces, los errores sistemáticos de indicación podrán ser eliminados de la incertidumbre de la pesada (la que incluirá sin embargo otros efectos asociados a la balanza, como repetibilidad, excentricidad, resolución).

En cambio, si la magnitud a pesar es del orden, digamos, del gramo, la expresión (6) permite, o bien corregir los errores de linealidad, o bien asignar menores incertidumbres a la pesada. Evaluar la incertidumbre, desdoblado el error de indicación según (6), equivale a aplicar una curva característica lineal (ver C.2.2.2. de [1]). O, en otras palabras, a aplicar, no un factor de sensibilidad

global, sino el calculado localmente, en el entorno donde efectivamente la pesada se efectuó.

4. RESULTADOS OBTENIDOS

En la tabla 5 y en los gráficos 1 a 4 se indican los errores de indicación de ambas balanzas con sus incertidumbres, determinados según (3), y los errores de linealidad, según (5).

carga nominal / g	CCE6			MC5		
	$e_i / \mu\text{g}$	$e_L / \mu\text{g}$	$U / \mu\text{g}$	$e_i / \mu\text{g}$	$e_L / \mu\text{g}$	$U / \mu\text{g}$
0,0	0	0,0	0,1	0	0,0	0,1
0,5	0,5	1,1	0,9	-5,6	-1,3	1,3
1,0	1,1	2,3	0,9	-9,6	-1,1	1,2
1,5	1,3	3,2	1,2	-13,6	-0,8	1,5
2,0	1,2	3,7	1,4	-18,2	-1,1	1,7
2,5	0,5	3,5	1,7	-21,9	-0,6	1,9
3,0	0,0	3,7	1,9	-25,8	-0,2	2,2
3,5	-1,1	3,2	2,2	-30,2	-0,4	2,4
4,0	-2,2	2,8	2,5	-34,1	0,0	2,7
4,5	-4,5	1,0	2,8	-39,0	-0,6	3,0
5,0	-6,1	0,0	2,9	-42,6	0,0	3,0

Tabla 5. Errores de indicación (e) y de linealidad (e_L), obtenidos para ambos equipos, con sus incertidumbres U ($k=2$)

Puede observarse que el comparador CCE6 posee menores errores de indicación, probablemente a causa de que su pesa interna tiene menor error convencional que la de la balanza MC5. Sin embargo, posee mayores errores de linealidad, lo que es explicable porque ha sido diseñado exclusivamente como comparador de masa, no como balanza. De cualquier modo, a los propósitos de este trabajo, la utilización de los dos equipos y los resultados de la tabla 5, permiten validar el procedimiento propuesto, y especialmente demostrar que las posibles derivas son neutralizadas al ajustar el equipo periódicamente durante el ensayo.

En la Tabla 6 se indican las estimaciones de los errores convencionales de las pesas auxiliares, a partir de las mediciones efectuadas por ambas balanzas, y en su última columna el indicador E_n de equivalencia entre ellos, calculado como la diferencia entre ambas estimaciones, dividido por su incertidumbre:

$$E_n = \frac{e_c(CCE6) - e_c(MC5)}{2\sqrt{u_{CCE6}^2 + u_{MC5}^2}}$$

Se observa un cierre muy satisfactorio entre las determinaciones realizadas con ambos equipos.

pesas	CCE6		MC5		En
	$E_c / \mu\text{g}$	$U / \mu\text{g}$	$E_c / \mu\text{g}$	$U / \mu\text{g}$	
0,5 g	-6,5	0,8	-6,6	0,6	0,0
0,5 g*	-1,6	0,7	-1,3	0,5	-0,4
1 g	-235,6	1,0	-235,7	0,8	0,1
1 g*	-110,9	0,9	-110,6	0,7	-0,3
2 g	-66,1	1,4	-65,7	1,3	-0,2
2 g*	-185,3	1,5	-185,3	1,3	0,0

Tabla 6. Errores convencionales (E_c) de las pesas auxiliares, con sus incertidumbres (U)

5. CONCLUSIONES

Todo lo mencionado para los dos equipos involucrados puede ser reproducido sin demasiada dificultad para cualquier balanza en el alcance mencionado en 1.

Esta propuesta permite mejorar la exactitud de uso de microbalanzas. Si los usuarios disponen de una pesa trazable de valor cercano a $M_{\text{máx}}$, de las pesas auxiliares, y de un instructivo o planilla de cálculo apropiados, pueden calibrar internamente sus equipos, y disponer de pesas intermedias para efectuar verificaciones con la frecuencia deseada.

Las incertidumbres así logradas, mostradas en la tabla 5, resultan considerablemente menores que las obtenidas por los métodos tradicionales ([1], [2]).

REFERENCIAS

1. *Guía para la calibración de instrumentos de pesar de funcionamiento no automático*, SIM MW-G7/cg 01/2008, traducción de EURAMET cg-18/v.02
2. OIML R76-1 *Non-automatic weighing instruments Metrological and technical requirements*: 2006
3. OIML R-111-1 *Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1-2, M2, M2-3 and M3. Metrological and technical requirements*: 2004
4. **García, F.**, *Propuesta para la declaración armonizada de CMC en el marco de acreditaciones de laboratorios de calibración de instrumentos de pesaje no automático*, Simposio de Metrología 2010, CENAM
5. **Shonover, R.M., Jones, F.E.**, *Highly Accurate Direct Mass Measurements Without the Use of External Mass Standards*, The International Journal of Metrology, CAL LAB, May-Jun 1997
6. **Santo, C., Vázquez, J.**, *Evaluación de procedimientos para calibración de microbalanzas con el objetivo de minimizar la componente de incertidumbre debido a a incertidumbre de*

calibración de las pesas patrón. Simposio de metrología 2010, CENAM.

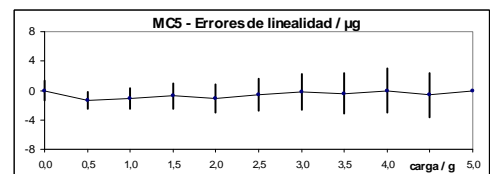
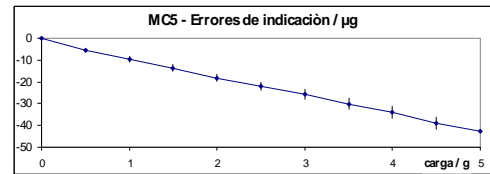
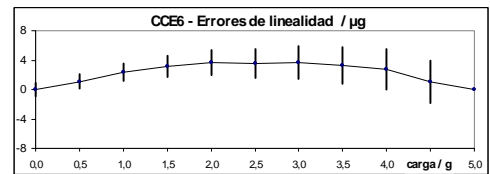
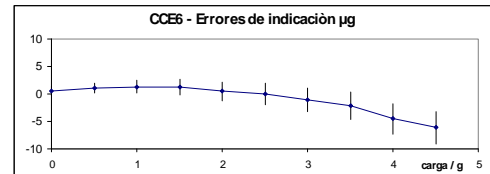
7. Bich W., Variances, Covariances and Restraints in Mass Metrology, Metrologia, 1990, 27, n°3

VN / g	errores de indicación										masas convencionales					
	e0,5	e1	e1,5	e2	e2,5	e3	e3,5	e4	e4,5	e5	m0,5-1	m0,5-2	m1-1	m1-2	m2-1	m2-2
5-EXT										1						
0,5	1										1	1				
1		1											1			
1,5			1								1	1	1			
2				1							1	1	1	1		
2,5					1						1	1	1	1	1	
3						1					1	1	1	1	1	1
3,5							1				1	1	1	1	1	1
4								1			1	1	1	1	1	1
4,5									1		1	1	1	1	1	1
5										1	1	1	1	1	1	1
5-EXT										1						

Tabla.2. Matriz A para el diseño completo indicado en 2.1.

VN / g	errores de indicación										masas convencionales					
	e0,5	e1	e1,5	e2	e2,5	e3	e3,5	e4	e4,5	e5	m0,5-1	m0,5-2	m1-1	m1-2	m2-1	m2-2
5-EXT										1						
0,5	1										1	1				
1		1											1			
1,5			1								1	1	1			
2				1							1	1	1	1		
2,5					1						1	1	1	1	1	
3						1					1	1	1	1	1	1
3,5							1				1	1	1	1	1	1
4								1			1	1	1	1	1	1
4,5									1		1	1	1	1	1	1
5										1	1	1	1	1	1	1
5-EXT										1						

Tabla.3. Matriz A para el diseño incompleto indicado en 2.2.



Gráficos 1, 2, 3 y 4. Errores de indicación y de linealidad para ambos equipos