

Cálculo de incertidumbres y correlaciones por simulación numérica en procesos de STEP-UP

Di Lillo, L. ⁽¹⁾; Kornblit, F. ⁽¹⁾
⁽¹⁾INTI-Física y Metrología

Introducción

Los patrones de transferencia AC-DC de los Institutos Nacionales de Metrología denominados termoconvertidores (TC) son usualmente calibrados por medio de un proceso conocido como step-up. En este proceso, para cada nivel de tensión o corriente, se comparan de a dos las diferencias de transferencia AC-DC entre n patrones, y se toma como referencia la diferencia conocida de transferencia AC-DC de m de ellos ($m < n$). Con estos valores, y mediante el método de cuadrados mínimos ^[1], se asignan los valores de transferencia AC-DC para los restantes ($n-m$) patrones que intervienen en el proceso de calibración.

Para poder asignar valores de diferencias AC-DC a los TC involucrados, es necesario conocer la diferencia AC-DC de uno de ellos. Este valor se obtiene de una calibración previa realizada en PTB. Una vez asignados valores de diferencia AC-DC a 1,5 V para cada uno de los TC, y, suponiendo que la misma no depende del nivel de tensión al cual se los utilice (dentro del rango de funcionamiento), se realiza la calibración de otros TC a distintos niveles de tensión o corriente.

Posteriormente, otro de los patrones calibrados en el paso anterior es utilizado como referencia para otro proceso, a un nuevo nivel de tensión o corriente. (ver Figura 1)

En cada una de las etapas aparecen componentes de incertidumbre asociados. Debido a la dificultad para representar todas las etapas en un único modelo explícito, la combinación de todas esas componentes, y la estimación de sus correlaciones se vuelve dificultosa si se desea aplicar un cálculo analítico siguiendo la metodología habitual.

En cambio, en este trabajo, se propone la utilización de métodos de simulación numérica ^[2,3]. Conociendo las distribuciones de probabilidad de las componentes de incertidumbre en cada etapa, se simulan valores aleatorios de acuerdo a estas distribuciones, y se obtienen resultados de mediciones virtuales. Repitiendo este proceso numerosas veces, es posible estimar numéricamente las características estadísticas de los resultados de medición. En particular, la incertidumbre de calibración de cada elemento, y las correlaciones entre ellos y con el o los patrones

de referencia, cuyo conocimiento es necesario para la evaluación de resultados de intercomparaciones.

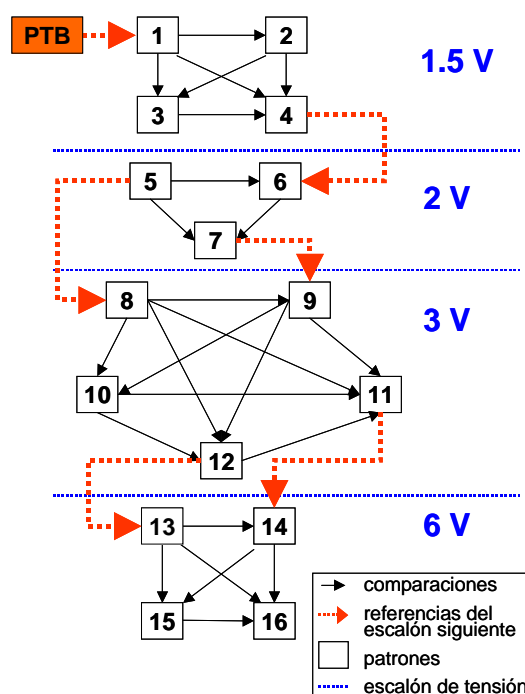


Figura 1. Proceso de Step-Up

Metodología: Enfoque analítico

El modelo usado para el cálculo de los valores de los termoconvertidores en cada escalón es

$$b = A \cdot \delta + u_M + u_A \quad (1)$$

donde

- b es un vector conteniendo los resultados de cada comparación de a pares y los valores conocidos de los patrones,
- A (matriz del diseño) contiene 1 y -1 para señalar qué termoconvertidores intervienen en cada comparación,
- δ es el valor que será asignado a cada TC
- u_M y u_A son vectores de errores debido a la falta de ajuste lineal y falta de repetibilidad del modelo, estimables por medios estadísticos.

Por ejemplo, para el segundo escalón de la figura 1, el modelo deviene en:

$$\begin{pmatrix} b_{2-1} \\ b_{2-2} \\ b_{2-3} \\ \delta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \end{pmatrix} + u_A + u_M \quad (2)$$

δ_6 resulta igual a δ_4 (escalón anterior). A su vez, los valores obtenidos para δ_5 y δ_7 serán utilizados como referencias en el vector b del escalón siguiente. El vector δ es estimado por la fórmula habitual de cuadrados mínimos:

$$\delta = C \cdot b \quad (3)$$

$$C = (A^t A)^{-1} A^t \quad (4)$$

Para el cálculo de la incertidumbre asociada a esta estimación, se tienen en cuenta los siguientes componentes, a saber:

- la incertidumbre asignada al patrón de referencia externo en el primer escalón,
- en los siguientes escalones, la incertidumbre asignada a los TC utilizados como referencia, obtenida en los escalones anteriores
- la falta de ajuste del modelo, estimada estadísticamente como la desviación standard residual u_M
- la repetibilidad de cada comparación, estimada estadísticamente a partir de las desviaciones standard entre las repeticiones de cada comparación u_A

La combinación de estos componentes de incertidumbre puede verse en la referencia [1]

Metodología: Enfoque numérico (Monte Carlo)

Se realizaron simulaciones de los valores obtenidos de las comparaciones, como variables normales con medias y varianzas obtenidas de los datos

experimentales. Para el cálculo de simulación numérica se procedió de la siguiente manera:

1. A partir de resultados experimentales, se postularon valores para los siguientes parámetros:
 - El valor estimado del patrón de referencia y su incertidumbre standard
 - El valor medio de cada comparación y su incertidumbre standard (estimador de la incertidumbre asociada con la repetibilidad de la comparación)
 - Desviación standard residual del ajuste en cada escalón
2. Con estos parámetros se generaron números pseudoaleatorios gaussianos, que simulan el comportamiento de cada una de las variables de interés al realizar el proceso de medición.
3. Se realizó el proceso de **step-up** con estos valores simulados, obteniendo resultados que simulan a los valores de diferencia ACDC de cada TC.
4. Los pasos 2 y 3 fueron repetidos 20000 veces. Los valores de diferencia AC-DC de cada TC fueron estimados a partir del promedio de los

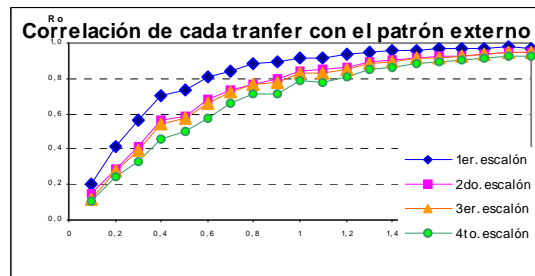
resultados obtenidos, y sus incertidumbre standard como la desviación standard de los resultados obtenidos.

Resultados

En la tabla 1 se muestran estos resultados, junto con los obtenidos analíticamente para 1 kHz. Los valores son informados con 3 decimales a fin de observar la gran semejanza con entre ambos métodos, sobre todo en los primeros escalones.

Escalón	Diferencia ACDC		Incertidumbre standard		
	Nº de TC	Cálculo analítico	Simulación	Cálculo analítico	Simulación
1	1-PATRON	2,000	2,002	0,5	0,503
	2	1,166	1,167	0,612	0,61
	3	1,88	1,88	0,577	0,579
	4	1,704	1,705	0,602	0,6
2	5	1,88	1,88	0,577	0,579
	6	0,044	0,043	0,791	0,793
	7	2,142	2,139	0,767	0,767
3	8	0,227	0,227	0,609	0,608
	9	1,521	1,52	0,566	0,628
	10	1,151	1,155	0,626	0,684
	11	0,635	0,632	0,664	0,714
4	12	1,929	1,932	0,684	0,735
	13	1,641	0,861	0,642	0,452
	14	0,923	0,406	0,638	0,321
	15	3,711	3,066	0,753	0,555
	16	1,287	0,64	0,683	0,456

Además, se estimaron los coeficientes de correlación entre cada elemento y el patrón de referencia. En el siguiente gráfico se observa el coeficiente de correlación entre cada TC y el patrón externo para cada escalón. Estos valores se obtuvieron por simulación habiendo variado la incertidumbre del patrón externo entre 0 y 2 ppm.



Conclusiones

El método de Monte-Carlo es aplicable a situaciones como las presentadas en este trabajo, obteniéndose resultados equivalentes a los del cálculo de incertidumbre tradicional. Adicionalmente facilita la estimación de las correlaciones entre los elementos entre sí y con los patrones externos. Este procedimiento puede ser generalizado a otros procesos de comparación que presenten configuraciones similares.

Referencias

- [1] H. Laiz, M.Klonz et al., "New AC-DC Transfer Step-up calibration and uncertainty calculation in PTB and INTI", *Digest Conf. Prec. Electromagnetic Meas.*, CPEM 2000, 12-19 May, 2000, Sydney, Australia, pp 490-491
- [2] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, Supplement 1: Numerical Methods for the Propagation of Distributions*. 2004, JCGM (Joint Committee for Guides in Metrology),

[3] F.Kornblit. *From the propagation of uncertainties towards the propagation of distributions: Comments On Gum Supplement 1*, publicado en INFOSIM, Agosto 2004, Buenos Aires, pp.22-29

Para mayor información contactarse con:
Lucas Di Lillo - ldilli@inti.gov.ar,
Fernando Kornblit ferk@inti.gov.ar