

INTI/cid  
4490  
X

3 AGO 2006

FACULTAD DE INGENIERÍA INSTITUTO NACIONAL DE  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES TECNOLOGÍA INDUSTRIAL  
(FIUBA) (INTI)  
Departamento de Electrónica

**PUENTE SEMIAUTOMÁTICO PARA LA  
MEDICIÓN DE RESISTORES PATRONES EN  
CORRIENTE ALTERNA**

Tesis de Ingeniería

Alumno: Ricardo Javier Iuzzolino

Padrón 69360

Director: Ing. Julio Schuchner (Prof. FIUBA-Electrónica)

Co-Director: Dr. Ing. Héctor Laiz (INTI)

Mayo 2003

Aprobada:

---

---

---



Instituto Nacional  
de Tecnología Industrial  
Extensión y Desarrollo  
División Biblioteca

304528

304528

FACULTAD DE INGENIERÍA      INSTITUTO NACIONAL DE  
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES      TECNOLOGÍA INDUSTRIAL  
(FIUBA)      (INTI)

Departamento de Electrónica

PUENTE SEMIAUTOMÁTICO PARA LA  
MEDICIÓN DE RESISTORES PATRONES EN  
CORRIENTE ALTERNA

Tesis de Ingeniería

Alumno: Ricardo Javier Iuzzolino

Padrón 69360



Instituto Nacional  
de Tecnología Industrial  
Extensión y Desarrollo  
División Biblioteca

Director: Ing. Julio Schuchner (Prof. FIUBA-Electrónica)

Co-Director: Dr. Ing. Héctor Laiz (INTI)

Mayo 2003 - 23/06/03

Aprobada: 8 (ocho)

Libro 06-128 - Folio 151

66.22 APRCB DE 6.128F 151

*Manca*

*J. Schuchner*

*Héctor Laiz*

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Abstract</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	1
1.2. Principio de medición . . . . .	2
1.2.1. Funcionamiento del puente . . . . .	2
1.2.2. Sistema de detección . . . . .	3
1.2.3. Divisor de tensión inductivo binario automático . . . . .	3
<b>2. Resistores Patrones en Corriente Alterna</b>	<b>5</b>
2.1. Definición de la magnitud de medición . . . . .	5
2.2. Resistor de comportamiento calculable con la frecuencia . . . . .	9

<b>3. Métodos de medición de resistencia eléctrica en corriente alterna</b>	<b>14</b>
3.1. Introducción . . . . .	14
3.2. Puentes utilizando componentes pasivos . . . . .	15
3.3. Puentes utilizando transformadores . . . . .	16
3.4. Capacidades parásitas. Tierra de Wagner . . . . .	18
3.5. Instrumentos vectoriales . . . . .	19
3.6. Lectura adicional . . . . .	20
<b>4. Descripción general del puente de alterna</b>	<b>22</b>
4.1. Diagrama en bloques . . . . .	22
4.1.1. Descripción general del bloque A . . . . .	25
4.1.2. Descripción general del bloque B . . . . .	25
4.1.3. Descripción general del bloque C . . . . .	26
4.2. Principio de funcionamiento . . . . .	26
4.3. Ecuaciones del puente . . . . .	27
4.4. Sensibilidad del puente . . . . .	31
<b>5. Amplificador de bajo nivel de señal</b>	<b>36</b>
5.1. Introducción . . . . .	36
5.2. Características del amplificador . . . . .	36
5.3. Descripción . . . . .	37

5.4. Diseño . . . . .	38
5.4.1. Etapa 1 -Amplificador diferencial . . . . .	38
5.4.2. Etapa 2 - Amplificador . . . . .	41
5.4.3. Etapa 3 - Aislación . . . . .	41
5.4.4. Etapa 4 - Amplificación . . . . .	42
5.4.5. Fuentes de Alimentación . . . . .	42
5.4.6. Ganancia total del Amplificador . . . . .	43
5.5. Simulación . . . . .	43
5.5.1. Simulación en AC . . . . .	44
5.6. Sistema de Detección Sensitivo a la fase PSD (Phase Sensitive Detector) o Lock-In . . . . .	47
5.6.1. Introducción . . . . .	47
5.6.2. Descripción del sistema Lock-In desarrollado . . . . .	51
5.6.3. Muestreo y filtrado adicional . . . . .	54
5.6.4. Resultados . . . . .	55
5.7. Caracterización del sistema . . . . .	55
5.7.1. Ganancia y fase en modo diferencial . . . . .	57
5.7.2. Ganancia en modo común y Relación de rechazo de modo común (RRMC) . . . . .	58
5.8. Compensación por desplazamiento en la fase . . . . .	60

5.8.1. Diseño de la red R-C . . . . .	60
5.8.2. Resultados de la simulación . . . . .	61
5.8.3. Error de fase . . . . .	63
5.9. Conclusiones . . . . .	65
5.10. Fotografías . . . . .	67
<b>6. Divisor de tensión binario</b>	<b>72</b>
6.1. Introducción . . . . .	72
6.2. Divisores de tensión inductivos (IVDs) . . . . .	73
6.2.1. Tipos de divisores de tensión . . . . .	74
6.2.2. Divisores de tensión de un solo núcleo . . . . .	74
6.2.3. Divisores de tensión de doble núcleo . . . . .	77
6.3. Descripción . . . . .	80
6.4. Diseño . . . . .	83
6.4.1. Divisor Inductivo . . . . .	83
6.4.2. Divisor Resistivo . . . . .	88
6.5. Ajuste del error de ganancia del conversor D/A . . . . .	90
6.6. Control por computadora . . . . .	90
6.7. Mediciones y Caracterización . . . . .	92
6.7.1. Impedancia de entrada . . . . .	92

6.7.2.	Impedancia de salida . . . . .	94
6.7.3.	Error de división - Calibración . . . . .	94
6.8.	Conclusiones . . . . .	99
6.9.	Fotografías . . . . .	100
<b>7.</b>	<b>Sistema completo de medición</b>	<b>106</b>
7.1.	Introducción . . . . .	106
7.2.	Diagrama de conexiones del puente . . . . .	106
7.3.	Calibración de resistores patrones en corriente alterna . . . . .	108
7.4.	Incertidumbre en la medición de la relación de resistencia . . . . .	109
7.5.	Comparación de resistores de valores nominales 30 $\Omega$ y 60 $\Omega$ . . . . .	112
7.6.	Comparación de las mediciones con el Physikalisch-Technische Bundesanstalt . . . . .	114
7.7.	Conclusiones . . . . .	115
7.8.	Fotografías . . . . .	117
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>120</b>
<b>A.</b>	<b>Cálculo de los componentes del amplificador</b>	<b>123</b>
A.1.	Ganancia del In-Amp,( $R_G$ ) . . . . .	123
A.1.1.	Acoplamiento en alterna del Amplificador de Instrumentación . . . . .	124
A.2.	Amplificador no-inversor OP-77 ( $R_1$ ; $R_2$ ) . . . . .	125

A.3. Amplificador no-inversor OP-07 ( $R_4$ ; $R_5$ ) . . . . .	125
<b>B. Estabilidad del Amplificador</b>	<b>127</b>
B.1. Modelo de un sistema realimentado . . . . .	127
B.1.1. Primer sistema: amplificador de instrumentación AD620 . . . . .	128
B.1.2. Segundo sistema: amplificador de tensión OP-77 . . . . .	128
B.1.3. Tercer Sistema : amplificador de Aislación ISO 120G . . . . .	131
B.1.4. Etapa de amplificación OP-07 . . . . .	131
B.2. Conclusión . . . . .	131
<b>C. Divisor de tensión Binario - Caracterización y Mediciones</b>	<b>135</b>
C.1. Núcleos . . . . .	135
<b>D. Análisis de la incertidumbre de medición</b>	<b>137</b>

# Agradecimientos

Quiero agradecer a las siguientes personas que han hecho posible la realización de este trabajo y las personas que me apoyaron y ayudaron en toda mi carrera.

Quiero agradecer especialmente a Héctor Laiz por brindarme la oportunidad de realizar este trabajo y por ayudarme a completar mi formación profesional. A Julio Schuchner por dirigir este trabajo.

Quiero expresar un profundo agradecimiento a Ricardo Garcia por su incondicional ayuda y apoyo al desarrollo de este trabajo. Por el aporte en el diseño, ensayo y armado del divisor de tensión binario, por las discusiones científicas mantenidas y por su disposición en todo momento.

También, a Günther Ramm y Manfred Klonz, PTB-Alemania, por la calibración de los resistores utilizados en el marco de este trabajo y discusiones científicas que me ayudaron a resolver algunos problemas. A Pablo Layño por su ayuda en el armado de los divisores de tensión y a Marcelo Cazabat por su ayuda en mediciones con el Lock-In. A Alejandra Tonina por la revisión de este documento y por discusiones científicas. A Moisés Tischler por discusiones científicas y por brindarme la posibilidad de estar trabajando con estas excelentes personas. A Patricia Giorgio, por traducciones desde el Alemán. A Lucas Di Lillo por su ayuda en la revisión del capítulo 6. A Marcelo Jiménez por revisión de gran parte del capítulo 4. A Roderick Ratcliff, Texas A&M University - USA, por el armado y mediciones sobre el prototipo del amplificador.

A todo el personal del area electricidad del INTI-CEFIS por su apoyo. En especial a Marta Porfiri y Jorge Cioffi.

Quiero extender mis agradecimientos a toda las personas que me ayudaron en esta etapa. Especialmente a Norma Rodriguez por su constante apoyo durante todos estos años de estudio. Al personal del sector computación y cálculo del INTI, en especial a Claudio Rigueti, Jorge Di Lorenzo y Jorge Halatio con quién aprendí a programar. Al personal del sector micro-electrónica del INTI. A mis compañeros de estudio Jorge Graña, Mauricio Ezquerra, Cristian Boaglio y Ricardo Tellería. A Juan Melo con quién compartí gratas horas de trabajo.

Al Prof. Philippe Renaud, Universidad Politécnica Federal de Lausanne (EPFL) - Lausanne - Suiza, por brindarme la posibilidad de trabajar en su grupo. A Harald van Lintel, Ralf Longwitz, Gerhard Lammel y Shady Gawad por su ayuda durante mi estadía en el EPFL.

Ricardo Javier Iuzzolino

## Resumen

En el marco de este trabajo se desarrolló un puente para la comparación de resistores en corriente alterna, en el rango de valores comprendido entre  $10\ \Omega$  y  $10\ \text{k}\Omega$ , y en un rango de frecuencias comprendido entre 40 Hz y 2000 Hz, con tensiones máximas de 5 V a una frecuencia de 50 Hz y de 200 V a una frecuencia de 2000 Hz.

Este puente tiene un brazo divisor de tensión compuesto por un divisor de tensión binario programable de 24 bits de resolución. Para el desarrollo de este divisor de tensión se eligió una solución que propone un divisor de tensión mixto, compuesto por un divisor de tensión inductivo de doble núcleo que conforma los 12 bits más significativos (MSB) y un divisor de tensión resistivo que conforma los 12 bits menos significativos (LSB), utilizándose para este último propósito un conversor Digital/Analógico (DAC) de 12 bits de resolución. El divisor de tensión posee una interfaz GPIB/IEEE-488 para su control y programación por una computadora. También, se desarrolló el sistema de detección, el cual consiste en un Lock-In que permite descomponer la señal error presente entre los brazos del puente, en una componente en fase y otra componente en cuadratura respecto a la tensión aplicada al puente. Este sistema Lock-In está compuesto por un amplificador y un software de procesamiento de señales. La señal de salida del amplificador es digitalizada y procesada por un sistema de adquisición instalado en una computadora personal. A partir del conocimiento de estas componentes se obtiene la resistencia efectiva y la constante de tiempo del resistor bajo calibración.

La exactitud alcanzada en este puente fue de  $\pm 1.7 \times 10^{-6}$  y de  $\pm 17\ \mu\text{rad}$  (@  $f=400\text{Hz}$ ), en la parte real y en la parte imaginaria de la relación de impedancias. Esta exactitud permite conocer la resistencia efectiva con una incertidumbre relativa de  $\pm 4.7 \times 10^{-6}$  y la constante de tiempo con una incertidumbre absoluta de  $\pm 7.7\ \text{ns}$  a una frecuencia de trabajo de 400 Hz.

Estos resultados fueron verificados en una comparación con los valores determinados para los mismos resistores en el PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt - Braunschweig - República Federal de Alemania) durante el mes de Enero del 2003.

## Abstract

The goal of this work is to develop an automatic alternating current bridge for the comparison of resistors with values between  $1\ \Omega$  to  $10\ \text{k}\Omega$ , at a frequency range within 40 Hz and 2000 Hz. The voltage range extends from 5 V at 50 Hz to 200 V at 2000 Hz.

The voltage ratio arm of the bridge consists of a programmable 24-bit binary voltage divider. This voltage divider was built using a combination of a 12-bit two-stage binary inductive voltage divider (BIVD) and a 12-bit multiplying Digital/Analog converter (DAC). The BIVD forms the most significant bits (MSB) and the DAC forms the least significant bits. The voltage divider is connected to and controlled by a computer via GPIB/IEEE-488 interface. In addition, a detector system was developed which consists of a Lock-In amplifier. Such a system decomposes the error signal in its in-phase and in-quadrature components referred to a reference voltage applied to the bridge. The Lock-In consists of a low-level signal amplifier and a signal processing software. The output signal of the amplifier is connected to a data acquisition system, that is installed in a computer, so as it is digitized and processed. Thus, the effective resistance and time constant of the resistor under calibration is calculated and reported.

The accuracy achieved of the impedance ratio was  $\pm 1.7 \times 10^{-6}$  and  $\pm 17\ \mu\text{rad}$  (at  $f=400\text{Hz}$ ), for the real part and imaginary part, respectively. Resistances can be determined with a relative uncertainty of  $\pm 4.7 \times 10^{-6}$  and time constants can be measured with an absolute uncertainty of  $\pm 7.7\ \text{ns}$  at a frequency equal to 400 Hz.

These results were verified in a comparison with resistors calibrated by PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt - Braunschweig - Germany) on January, 2003.



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Objetivos

Las unidades de resistencia ( $\Omega$ ), de capacidad (F) y de inductancia (H) se derivan de la realización del Faradio por medio del capacitor calculable de Thomson-Lampard. El descubrimiento del Efecto Hall Cuántico (QHE) y su adopción para la reproducción del Ohm en 1990, permite un camino alternativo. Partiendo del Ohm definido con el QHE se pueden derivar las demás unidades de impedancia [1]. En este procedimiento un resistor es calibrado contra el QHE en DC y luego es usado como patrón en un puente de cuadratura para calibrar un capacitor en AC. Este proceso implica el conocimiento de la diferencia ac-dc del resistor. Por lo cual es necesario desarrollar un puente que permita calibrar resistores en alterna. La utilidad de la medición de resistores en alterna no se agota en esta particular aplicación metrológica. Tiene otras aplicaciones importantes como la calibración de termorresistencias o de shunts para la medición de corrientes alternas.

Las especificaciones de diseño del puente son:

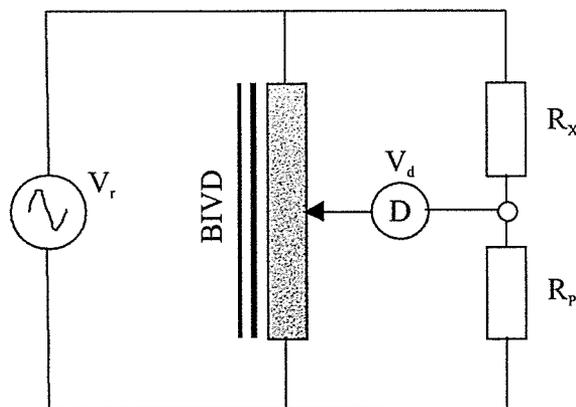
- Rango de resistencias: 10 a 10.000  $\Omega$

- Rango de frecuencias: 50 a 2000 Hz
- Orden de exactitud:  $\approx 1 \cdot 10^{-6}$

## 1.2. Principio de medición

### 1.2.1. Funcionamiento del puente

El esquema simplificado de funcionamiento del puente se presenta en la Fig. 1.1. El resistor desconocido  $R_X$  es comparado con uno de valor y constante de tiempo conocido  $R_P$  que es utilizado como patrón. La comparación se realiza utilizando un divisor de tensión inductivo binario (BIVD), que es objeto de diseño y construcción dentro del marco de este trabajo. Las componentes en fase y en cuadratura de la tensión diferencia  $V_d$  presente en la rama de desbalance son medidas por un sistema que también es objeto de desarrollo. Tanto la lectura de la tensión de desbalance como el control del BIVD son realizadas en forma automática desde una computadora (PC) en donde son presentados los resultados de la calibración.



*Figura 1.1: Diagrama simplificado del puente de alterna*

### 1.2.2. Sistema de detección

El sistema de detección de la tensión diferencia  $V_d$  tiene que ser capaz de descomponer una tensión del orden de los microvolts en sus componentes en fase y en cuadratura con la tensión de referencia. El sistema a desarrollar comprende las siguientes etapas:

1. Amplificación de  $V_d$  de  $\mu V$  a  $mV$ , con niveles de ruido y offset compatibles con la exactitud pretendida
2. Adquisición de la señal amplificada del orden de  $mV$  y de la señal de referencia  $V_r$  del orden de algunos volt.
3. Procesamiento digital para obtener las componentes en fase y en cuadratura de  $V_d$  respecto a  $V_r$ .

### 1.2.3. Divisor de tensión inductivo binario automático

El divisor de tensión inductivo binario, BIVD, está basado en el descrito en la referencia [2]. El mismo posee una resolución de 24 bits y una exactitud del orden de  $10^{-7}$  respecto a la tensión de entrada. La operación de este divisor es completamente automática. Un divisor inductivo de doble núcleo forma los primeros 12 bits del divisor y un conversor digital/analógico (DAC) los 12 bits menos significativos. También tiene un proceso de autocalibración del error del DAC para lograr la exactitud deseada. El divisor es controlado por una computadora.

# Bibliografía

- [1] Anne-Marie Jeffery, R.E. Elmquist, Lai H. Lee, John Q. Shields and R. F. Dziuba, "NIST Comparison of the Quantized Hall Resistance and the Realization of the SI OHM Through the Calculable Capacitor", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 46, No. 2, pp 264-268, April 1997.
- [2] Günther Ramm, Reinhold Vollmert, and Hans Bachmair, "Microprocessor - Controlled Binary Inductive Voltage Dividers", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-34, No. 2, pp 335-337, June 1985.

## Capítulo 2

# Resistores Patrones en Corriente Alterna

### 2.1. Definición de la magnitud de medición

Los resistores manifiestan distintos comportamientos para corriente continua y para corriente alterna. Para la corriente continua solo se manifiesta la resistencia óhmica, en cambio para la corriente alterna se ponen de manifiesto también las componentes reactivas de la misma, conocidas como reactancias. Estas reactancias capacitiva e inductiva son debidas a la disposición y forma de los elementos del resistor. También el valor de resistencia efectiva está afectado por el efecto pelicular, las pérdidas dieléctricas y las corrientes parásitas inducidas en los alrededores del resistor.

Cuando se aplica a un resistor una tensión eléctrica alterna senoidal, se desarrolla una corriente del mismo tipo, senoidal y alterna. La relación entre dicha tensión y corriente es una medida de la impedancia y puede ser representada por un número complejo. Este número complejo puede ser expresado como dos componentes cartesianas  $A$  y  $B$ , o polares  $\rho$  y un ángulo de fase  $\theta$ .  $A$ ,  $B$  y  $\rho$  tienen unidades de ohm ( $\Omega$ ) y  $\theta$  en radianes o en grados.

La componente  $A$  es referida como la “componente activa” y la componente  $B$  como la “componente reactiva”. La componente  $A$  es muy poco dependiente de la frecuencia, en cambio la componente  $B$  es la que depende altamente de la frecuencia.

Un modelo circuital elemental de parámetros concentrados para un resistor real en c.a. (corriente alterna) se muestra en la Figura 2.1, compuesto por una resistencia ( $R$ ), una inductancia ( $L$ ) en serie y una capacidad ( $C$ ) en paralelo. De éste se puede desprender la expresión para la impedancia  $Z$ , ver ecuación (2.1).

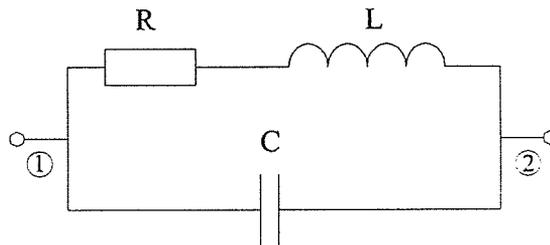


Figura 2.1: Modelo circuital para un resistor real en c.a.

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C} \quad (2.1)$$

Partiendo de la ecuación (2.1) y después de ciertas transformaciones algebraicas se puede expresar la impedancia  $Z$  como:

$$Z = \frac{R}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} \left[ 1 + j\omega \left( \frac{L}{R} - RC - \omega^2 \frac{L^2 C}{R} \right) \right] \quad (2.2)$$

y si se desprecian los términos de tercer orden y superiores de la frecuencia angular  $\omega$ , resulta que:

$$Z = \frac{R}{1 - \omega^2(2LC - R^2C^2)} \left[ 1 + j\omega \left( \frac{L}{R} - RC \right) \right] \quad (2.3)$$

donde se puede definir la resistencia efectiva,  $R_{AC}$ ,

$$R_{AC} = \frac{R}{1 - \omega^2(2LC - R^2C^2)} \quad (2.4)$$

y la constante de tiempo,  $\tau$ ,

$$\tau = \frac{L}{R} - RC \quad (2.5)$$

quedando claramente definida la impedancia  $Z$ , según la ecuación:

$$Z = R_{AC}(1 + j\omega\tau) \quad (2.6)$$

El valor de la resistencia aparente de la impedancia se obtiene a partir del módulo del número complejo  $Z$ , como se muestra en la siguiente ecuación:

$$Z = |Z| = R_{AC}\sqrt{1 + \omega^2\tau^2} \approx R_{AC} \left( 1 + \frac{\omega^2\tau^2}{2} \right) \quad (2.7)$$

la aproximación es válida porque para resistores en c.a. se cumple la condición  $\omega^2\tau^2 \ll 1$ [1]. En la Tabla 2.1 se muestran valores de la constante de tiempo ( $\tau$ ) de algunos resistores que posee el INTI. Considerando una  $f=2$  kHz,  $\omega^2\tau^2$  resulta igual a  $\approx 8 \times 10^{-9} \ll 1$ .

Valor Nominal	$\tau$
60 $\Omega$	5.2 ns
30 $\Omega$	7.1 ns

*Tabla 2.1: Constante de tiempo de algunos resistores que posee el INTI*

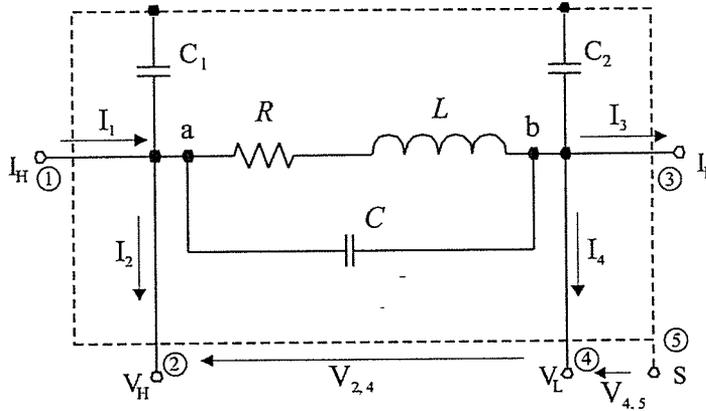
Finalmente se puede calcular el ángulo de fase como:

$$\theta \Big|_{rad} = \arctan(\omega\tau) \approx \omega\tau \quad (2.8)$$

Para esta ultima aproximación debe cumplirse que  $|\omega\tau| \ll 1$ .

Un resistor debe cumplir ciertas exigencias para ser utilizado en metrología. Debe poseer al menos 4 terminales de conexión, para evitar la influencia de la resistencia de los contactos y de los cables de conexión en el valor de la resistencia y un blindaje que ofrezca protección contra campos electromagnéticos externos. Es así como del modelo de la Figura 2.1 se pasa a un modelo para el resistor en c.a. de 5 terminales, como el que se muestra en la

Figura 2.2. Entre los puntos a y b se encuentra el circuito de la Figura 2.1, y además se incluyen las capacidades parásitas,  $C_1$  y  $C_2$  que existen entre los puntos a y b y blindaje S.



- $I_H$  ① : terminal de conexión de corriente (+)
- $I_L$  ③ : terminal de conexión de corriente (-)
- $V_H$  ② : terminal para la medición de tensión (+)
- $V_L$  ④ : terminal para la medición de tensión (-)
- S ⑤ : terminal de conexión del blindaje

Figura 2.2: Modelo circuital de c.a. para un resistor de 5 terminales

Una diferencia de potencial entre los puntos a o b y el blindaje provoca corrientes que circulan a través de  $C_1$  y  $C_2$  que influyen sobre  $I_1$  e  $I_3$ . Esto resulta en una dependencia de esta diferencia de potencial de la impedancia  $Z$ ; es así que la impedancia  $Z$  de un resistor en c.a., que tiene la forma de la ecuación (2.6), queda definida por la ecuación (2.9) [1],

$$Z = \frac{V_{2,4}}{I_3} \quad \text{con} \quad V_{4,5} = 0 \quad \text{e} \quad I_2 = I_4 = 0 \quad (2.9)$$

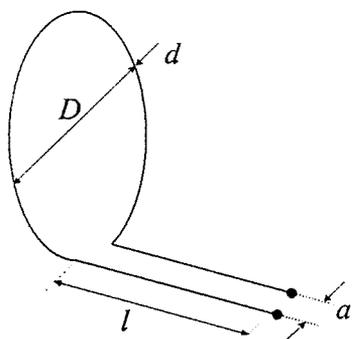
La condición  $V_{4,5} = 0$  determina la diferencia de potencial entre el blindaje y el terminal  $V_L$ , con lo cual se elimina la influencia de la capacidad  $C_2$ . La influencia de la capacidad  $C_1$  es desafectada por la definición de  $Z$ , la cual se define a partir de la corriente  $I_3$  y no tiene en cuenta la corriente en  $C_1$ . La condición  $I_2 = I_4 = 0$  expresa que el circuito de medición no debe tomar corriente entre los terminales ② y ④ para no producir una

caída de potencial sobre la resistencia de contacto que pueda influir sobre el resultado de la medición.

## 2.2. Resistor de comportamiento calculable con la frecuencia

El valor de resistencia efectiva,  $R_{AC}$ , y de la constante de tiempo,  $\tau$ , de los resistores utilizados en metrología deben conocerse con mucha exactitud. Tal fin se alcanza por medio de los resistores calculables, donde el valor de resistencia, inductancia y capacidad son obtenidos a partir de su geometría y la dimensión del cableado. Para este propósito los resistores son construidos en forma circular, rectangular o alambres paralelos, dado que el valor de las inductancias y capacidades, para estas geometrías, pueden ser obtenidos exactamente a partir de las ecuaciones.

La forma circular, mostrada en la Figura 2.3, es conveniente para resistores de  $20 \Omega$  o menor valor. Para esta geometría se cumple que  $RC \ll L/R$  por lo tanto los efectos capacitivos son despreciables y solo es necesario calcular el valor de la inductancia.



- $D$ : diámetro del círculo
- $d$ : diámetro del alambre
- $l$ : long. de los terminales de conexión
- $a$ : long. de separación de los alambres

*Figura 2.3: Resistor de geometría circular*

Para un alambre de diámetro  $d_1$ , doblado de forma tal que forme un círculo completo de

diámetro  $D$ , la ecuación para el cálculo de la inductancia es:

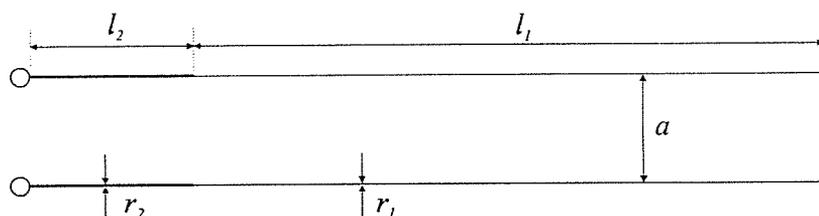
$$L = \left\{ 2\pi D \left( 1 - \frac{a}{\pi D} \right) \left[ \left( 1 + \frac{d_1^2}{8D^2} \right) \ln \frac{8D}{d_1} + \frac{d_1^2}{24D^2} - 1.75 \right] + 4l \left( \ln \frac{2a}{d_2} + \frac{1}{4} - \frac{a}{l} \right) \right\} \text{ nH} \quad (2.10)$$

En la Tabla 2.2 se observan los valores de resistencia y de constante de tiempo para resistores de  $1 \Omega$  y  $10 \Omega$  de geometría circular, tomados de la referencia [2].

Resistencia ( $\Omega$ )	$D$ (mm)	$d_1$ (mm)	$a$ (mm)	$l$ (mm)	$d_2$ (mm)	$\tau$ (s)
1	74	0.355	10	69.5	1.02	$33.8 \times 10^{-8}$
10	86.7	0.125	10	91	0.705	$4.9 \times 10^{-8}$

Tabla 2.2: Valores de resistores de geometría circular tomados de la referencia [2]

Para resistores de valor superior a  $20 \Omega$ , la construcción basada en alambres paralelos es la más adecuada. La Figura 2.4 muestra el diagrama de este tipo de resistor.



- $r_1$ : radio del alambre del resistor
- $l_1$ : long. alambre del resistor
- $r_2$ : radio del alambre de conexión
- $l_2$ : long. alambre de conexión
- $a$ : separación entre los alambres

Figura 2.4: Resistor de alambres paralelos

Para el cálculo de la inductancia y la capacidad este tipo de resistor debe ser tratado

como una línea de transmisión corto-circuitada en uno de los extremos, teniendo una inductancia y una capacidad uniformemente distribuida. Para un resistor de la geometría que se muestra en la Figura 2.4, la inductancia  $L$  es:

$$L = \left[ 4l_1 \left( \ln \frac{a}{r_1} + \frac{1}{4} \right) + 4l_2 \left( \ln \frac{a}{r_2} + \frac{1}{4} \right) - 4a \right] \text{ nH} \quad (2.11)$$

La capacidad total entre los alambres, es:

$$C = \left( \frac{l_1}{3.6 \ln \frac{a}{r_1}} + \frac{l_2}{3.6 \ln \frac{a}{r_2}} \right) \text{ pF} \quad (2.12)$$

La impedancia  $Z$  de este resistor de alambres paralelos es aproximadamente:

$$Z = R + j\omega \left( L - \frac{CR^2}{3} \right) \quad (2.13)$$

Su constante de tiempo  $\tau$  es:

$$\tau = \frac{L}{R} - \frac{CR}{3} \quad (2.14)$$

En la Tabla 2.3 se muestran valores de resistencia, inductancia, capacidad y constante de tiempo de distintos resistores de geometría de alambres paralelos, tomados de la referencia [2].

Resistencia ( $\Omega$ )	30	50	100	300	500	1000
$l_1$ (cm)	93.1	99.7	99.8	111	95.1	190.7
$r_1$ (cm)	0.009	0.0075	0.005	0.003	0.0025	0.0025
$l_2$ (cm)	9.75	11.85	12.0	8.65	9.85	9.95
$r_2$ (cm)	0.02	0.02	0.0175	0.02	0.02	0.02
$L$ (nH)	2008	2245	2420	2830	2536	4927
$C$ (pF)	6.18	6.50	6.06	5.91	5.10	9.546
$\tau$ ( $\mu$ s)	6.69	4.48	2.40	0.884	0.422	0.174

Tabla 2.3: Valores de resistores de alambres paralelos, tomados de la referencia [2]

Una descripción de estas técnicas de construcción y de los factores de influyen en el comportamiento de los resistores en función de la frecuencia puede encontrarse en las referencias [2] a [5].

# Bibliografía

- [1] Günther Ramm, “Calibración de Resistencias de Medición de Corriente Alterna”, PTB-E-41s, Braunschweig, diciembre 1992.
- [2] Hague & Foord, “Alternating Current Bridge Methods”, Pitman Publishing, 6th edition, 1971.
- [3] B.P. Kibble and G.H. Rayner, “Coaxial AC Bridges”, Adam Hilger Ltd., Bristol, 1984.
- [4] F. J. Wilkings, B. A., B. Sc., and M. J. Swan, “Resistors having a calculable performance with frequency”, Proc. IEEE, Vol. 116, No. 2. February 1969.
- [5] F. J. Wilkings, B. A., B. Sc., and M. J. Swan, “Precision a.c./d.c. resistance standards”, Proc. IEEE, Vol. 117, No. 4. April 1970.

## Capítulo 3

# Métodos de medición de resistencia eléctrica en corriente alterna

### 3.1. Introducción

Los instrumentos para la medición de impedancia en corriente alterna se pueden clasificar en dos tipos:

- Sistemas tipo puente
- Sistemas vectoriales

Acá se tratará brevemente solo los basados en sistemas puentes, que son los de interés para este trabajo.

### 3.2. Puentes utilizando componentes pasivos

El puente de Wheatstone puede ser utilizado para las medición de resitores con señales alternas. Un diagrama del mismo se muestra en la figura 3.1

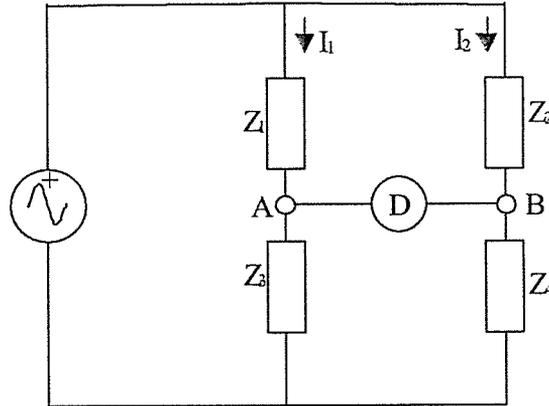


Figura 3.1: Diagrama circuital de un puente de Wheatstone

Las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$  son magnitudes representadas por vectores y las impedancias  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ ,  $Z_4$  son representadas por números complejos, los que poseen dos componentes una parte *real*,  $A$  y otra parte *imaginaria*,  $B$ . En el balance, esto es, cuando la diferencia de potencial entre los nodos  $A$  y  $B$  es cero, indicada por el detector  $D$ , se tiene:

$$I_1 Z_1 = I_2 Z_2 \quad (3.1)$$

$$I_1 Z_3 = I_2 Z_4 \quad (3.2)$$

$$\Rightarrow \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \quad (3.3)$$

y despejando de la ecuación 3.3 la impedancia incógnita,  $Z_1$  en este caso,

$$Z_1 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4} \quad (3.4)$$

En el caso de expresar la impedancia  $Z_1$  en su forma de número complejo,  $A + jB$ , esta

queda de la siguiente forma:

$$A_1 = \frac{A_3(A_2A_4 - B_2B_4) + B_3(B_2A_4 + A_2B_4)}{(A_3)^2 + (B_3)^2} \quad (3.5)$$

$$B_1 = \frac{A_3(B_2A_4 + A_2B_4) - B_3(A_2A_4 - B_2B_4)}{(A_3)^2 + (B_3)^2} \quad (3.6)$$

Las ecuaciones (3.5) y (3.6) dan la expresión para la impedancia  $Z_1$  cuando el puente esta en su condición de balance.

### 3.3. Puentes utilizando transformadores

El puente de Wheatstone utilizado con señales alternas puede ser modificado para tener en una de sus ramas una relación de tensión ajustable, mediante la conexión de dos fuentes de tensión, acopladas a la misma frecuencia, que reemplazan a las impedancias de una de las ramas del puente. Un esquema del mismo se puede ver en la Figura 3.2.

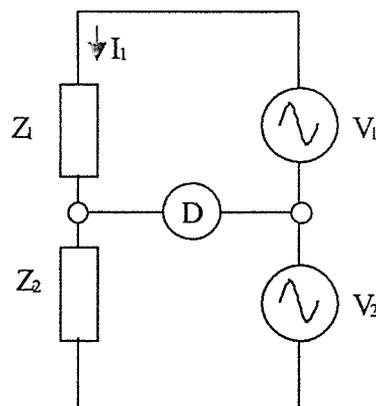
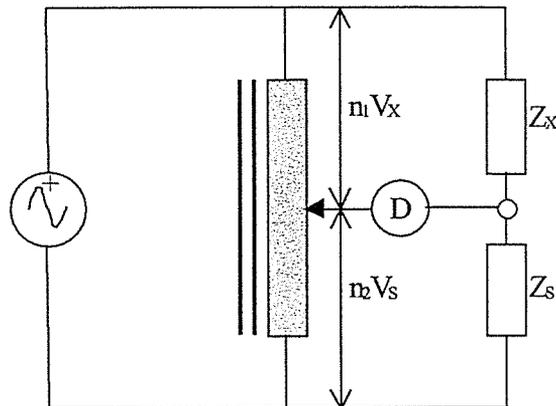


Figura 3.2: Puente de Wheatstone con dos fuentes de tensión

Las fuentes de tensión pueden ser reemplazadas, como muestra la Figura 3.3, por un transformador o un divisor de tensión inductivo.

La relación de tensión puede ser modificada alterando la relación de transformación del



*Figura 3.3: Punte de Wheatstone utilizando un divisor de tensión inductivo en una de sus ramas*

transformador a un número conocido de vueltas  $n_1$  y  $n_2$ . Cuando el puente esta balanceado por variación de la relación de tensión, la relación de impedancias queda determinada por la siguiente ecuación:

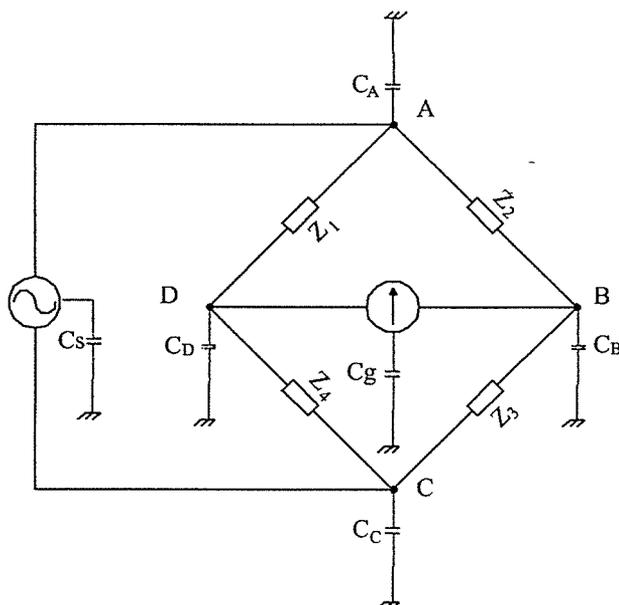
$$\frac{Z_X}{Z_S} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.7)$$

Los puentes basados en transformadores tienen la ventaja de que la relación de tensión se ve poco alterada por efectos de carga, y por la frecuencia. Además, los transformadores están diseñados para poseer una alta impedancia de entrada y una muy baja impedancia de salida invariable en los rangos de frecuencia de utilización. Esta última característica permite eliminar el uso de una rama adicional conocida con el nombre de “*tierra de Wagner*”, necesaria en los puentes formados por impedancias para eliminar los efectos de las capacidades parásitas, ya que el punto de la rama del puente, donde se conecta la tierra de Wagner, es conectado al potencial de tierra.

Si se desea una subdivisión de tensión mas fina esta puede alcanzarse conectando mas transformadores en cascada para obtener las distintas relaciones adicionales necesarias.

### 3.4. Capacidades parásitas. Tierra de Wagner

En los sistemas puente aparecen capacidades parásitas a tierra en: las ramas del puente, en el detector y en la fuente, tal como se muestra en la Figura 3.4.



$C_A, C_B, C_C, C_D$ : capacidades de los nodos A, B, C, D a tierra

$C_s$ : capacidad de la fuente a tierra

$C_g$ : capacidad del detector a tierra

*Figura 3.4: Capacidades parásitas en los sistemas puente*

Las capacidades de los nodos A, B, C, D derivan corrientes a tierra con lo cual afectan al balance del puente. Una de las maneras de eliminar el efecto que producen dichas corrientes es agregar un brazo adicional formado por dos impedancias  $Z_5$  y  $Z_6$  conectadas en serie capaces de balancear las impedancias  $Z_2$  y  $Z_3$ , conocido como “tierra de Wagner”, en paralelo con la fuente y con su punto central conectado a potencial de tierra, ver Fig. 3.5. De esta forma las capacidades  $C_A$  y  $C_C$  quedan en paralelo con las impedancias de este brazo adicional. Para eliminar la influencia de las capacidades  $C_B$  y  $C_D$ , el puente es balanceado con el detector conectado entre B y E ajustando las impedancias del brazo de Wagner,  $Z_5$  y  $Z_6$ ; esto lleva a los nodos B y E prácticamente al mismo potencial, luego

el detector se conecta entre B y D y se vuelve a balancear; de esta forma los nodos B y D tienen prácticamente el mismo potencial y por ende los nodos E y D tienen el mismo potencial. Este potencial es el potencial de tierra. De esta forma se logra eliminar el efecto que producen las capacidades  $C_D$  y  $C_B$ .

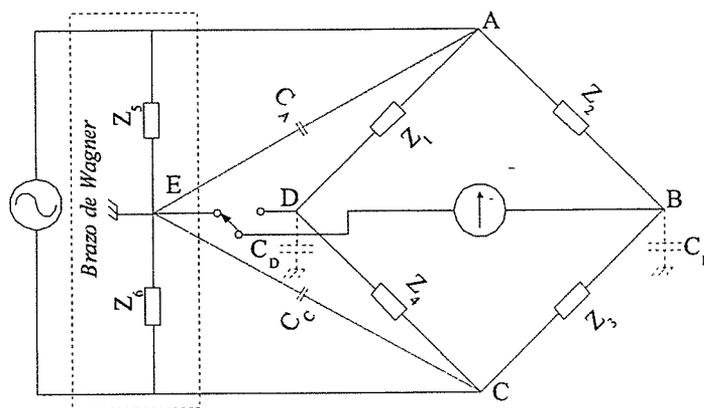
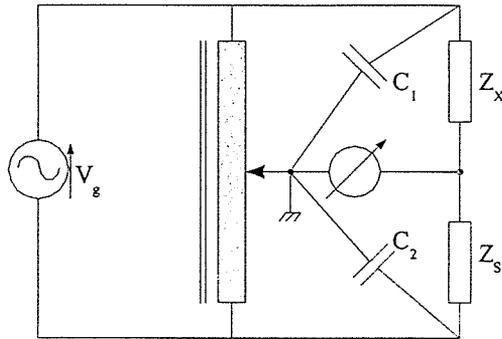


Figura 3.5: Puente con el agregado de la tierra de Wagner

En un puente utilizando transformadores el brazo de Wagner puede eliminarse conectando el punto la salida del transformador de división al potencial de tierra, tal como muestra la Figura 3.6. De esta manera las capacidades parásitas quedan en paralelo con la impedancia de salida del transformador, que suele ser de algunos ohm, y de esta forma su efecto pase a ser despreciable. Esta es una de las ventajas de estos tipos de puentes, los cuales serán objeto de este trabajo.

### 3.5. Instrumentos vectoriales

Los instrumentos vectoriales como. "Multímetros vectoriales", "Multímetros LCR", o "Analizadores de impedancia", están basados en el mismo principio de funcionamiento. La tensión  $V_X$  a través de una impedancia desconocida,  $Z_X$ , es medida vectorialmente por un voltímetro vectorial, y simultáneamente, la corriente  $I_X$  que circula por la impedancia desconocida, es sensada por un resistor de valor conocido que, es medida por un



*Figura 3.6: Puente con transformadores mostrando la conexión a tierra con el objeto de eliminar las capacidades parásitas*

segundo voltímetro vectorial, entonces la impedancia desconocida  $Z_X$  es obtenida por la relación entre  $V_X$  e  $I_X$ .

### 3.6. Lectura adicional

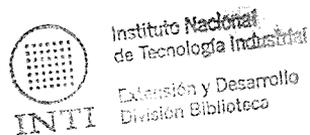
Un amplia información acerca de puentes de medición en corriente alterna y sus principales características puede ser encontrada en las referencias [1] y [2].

# Bibliografía

- [1] Hague & Foord, "Alternating Current Bridge Methods", Pitman Publishing, 6th edition, 1971.
- [2] "A Guide to measuring resistance and impedance below 1 MHz", The Institute of Measurement and Control, National Physical Laboratory (NPL), Published 1999.

# Capítulo 4

## Descripción general del puente de alterna



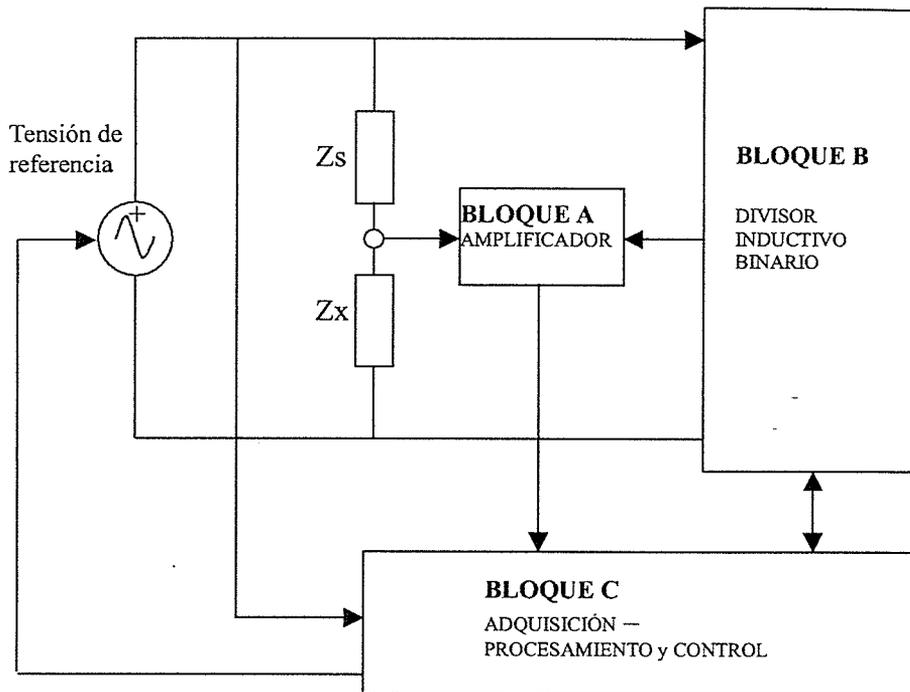
### 4.1. Diagrama en bloques

La figura 4.1 muestra el diagrama en bloques simplificado del puente.

**BLOQUE A:** Este bloque conforma el amplificador detector. Posee dos entradas: (i) la tensión eléctrica que proviene de la rama del puente donde se conectan los resistores (o impedancias), y (ii) la tensión eléctrica que provee el divisor de tensión inductivo binario. La señal diferencia es amplificada y procesada por una computadora personal.

**BLOQUE B:** Este bloque conforma el divisor inductivo binario, consta de una electrónica que selecciona la forma de conexionado de los distintos bobinados para hacer tender a la señal que ingresa al bloque A a cero. La selección que debe realizar es indicada por la computadora personal a través de una interfase IEEE-488.

**BLOQUE C:** Este es la computadora personal, la cual cuenta con un hardware adicional que es una tarjeta adquisidora de datos y una interfase de comunicaciones IEEE-488.



*Figura 4.1: Diagrama en bloques simplificado del puente*

En la misma se ejecuta el programa de medición que procesa la señal que proviene del amplificador detector y controla al puente.

La figura 4.1 solo muestra el diagrama en bloques general. Se presenta en la figura 4.2 los distintos bloques que integran el puente.

La figura 4.2 muestra en detalle los distintos elementos del puente a ser desarrollados. Estos son:

- El amplificador detector
- El divisor de tensión inductivo binario (BIVD)
- La lógica de control del divisor de tensión inductivo binario

Los demás elementos son provistos por firmas comerciales, a saber:

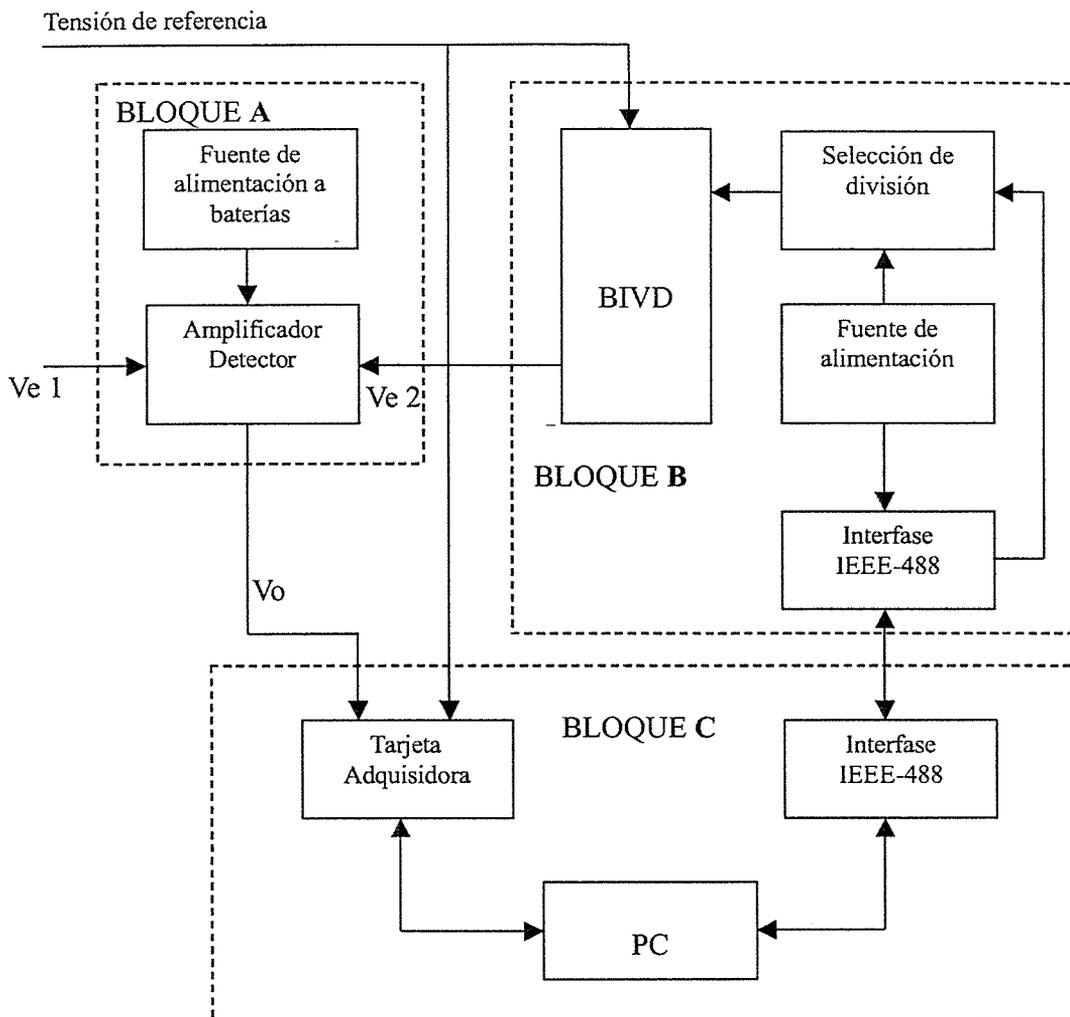


Figura 4.2: Diagrama en bloques simplificado del puente

- La interfase IEEE-488 del bloque B marca ICS-Electronics. Con las siguientes características: Tarjeta convertora GPIB  $\Leftrightarrow$  Paralelo de 40 líneas.
- La interfase IEEE-488 del bloque C marca IOtech. Es una tarjeta GPIB para PC con bus ISA-AT.
- La tarjeta adquisidora del bloque C marca National Instruments. Tarjeta de adquisición de datos de 8 canales A/D de entrada y 4 canales D/A de salida.

### 4.1.1. Descripción general del bloque A

La medición en este puente se hará fuera de equilibrio; es necesario el desarrollo y construcción de un amplificador capaz de aceptar bajos niveles de tensión en su entrada, del orden de  $\mu\text{V}$ , y amplificarlos lo suficiente como para poder ser procesados en una computadora personal (PC) mediante su adquisición a través de una tarjeta adquisidora, con lo cual el nivel requerido de tensión de salida del amplificador debe del orden de mV.

En sistemas de medición de alta exactitud es recomendable poseer conexiones a potencial de tierra separadas entre los circuitos de alimentación de los instrumentos y el circuito de medición. Por lo tanto, el amplificador deberá poseer su salida aislada de su entrada.

### 4.1.2. Descripción general del bloque B

El bloque B representa a un divisor de tensión inductivo binario. Como se indicó en el capítulo 3, una de las ramas del puente pueden ser fuentes de tensión. Dicho objetivo puede lograrse con divisores de tensión inductivos (existen divisores inductivos de a décadas y binarios). El divisor propuesto para este sistema es binario de 24-bits, lo cual permite obtener una resolución de  $2^{-24} \approx 6 \times 10^{-8}$ . Este divisor de tensión tiene algunas ventajas con respecto a los divisores de a décadas, siendo dos de las más importantes: (1) minimiza el error de división, ya que siempre se toma desde el punto medio de cualquier arrollamiento y (2) es fácilmente adaptable para que sea controlado por un sistema electrónico, como puede ser un microcontrolador o una PC. Nuestro divisor será realizado de la siguiente manera:

- Los 12 bits más significativos serán obtenidos por medio de divisores de tensión inductivos (IVD), realizados en dos transformadores de doble núcleo.
- Los 12 bits menos significativos serán obtenidos por medio de un conversor Digital/Analógico utilizado como divisor de tensión resistivo.

La selección de la relación de división será controlada mediante el accionamiento de relays mecánicos. Los mismos serán conectados a la salida binaria de la tarjeta conversora GPIB  $\Leftrightarrow$  Paralelo. Y esta tarjeta será conectada a una PC por medio del bus GPIB (ver Figura 4.2).

### 4.1.3. Descripción general del bloque C

Este bloque comprende a la computadora personal que será utilizada para adquirir y procesar las señales provenientes del bloque A, comandar el BIVD, y calcular el valor de la impedancia incógnita,  $Z_X$ .

## 4.2. Principio de funcionamiento

En la figura 4.3 se muestra el diagrama general de conexiones en el sistema puente para la comparación de resistores a cuatro terminales. Los terminales de corriente de los resistores son conectados al bobinado de magnetización y los terminales de tensión de los resistores son conectados al bobinado de exactitud. Esta conexión debe de ser realizada de esta manera porque al utilizar un divisor inductivo de doble núcleo, toda la corriente circula por el bobinado de magnetización y por los bobinados de exactitud la corriente que circula es prácticamente cero. La llave  $S_1$  es utilizada para medir la tensión  $V_S$  y  $V_X$ , esta es conectada alternadamente sobre uno de los terminales de tensión del resistor patrón,  $R_S(Z_S)$ , y sobre uno de los terminales de tensión del resistor incógnita,  $R_X(Z_X)$ . De esta manera se toman dos mediciones de tensión,  $V_S$  y  $V_X$ .

La detección y procesamiento de la señal diferencia debe proporcionar información de la amplitud y de la fase de la misma, con respecto a la señal de referencia aplicada al puente. Para ello la adquisición se realizará tanto de la señal diferencia, como de la señal referencia, y mediante operaciones matemáticas se descompondrá la señal diferencia vectorialmente

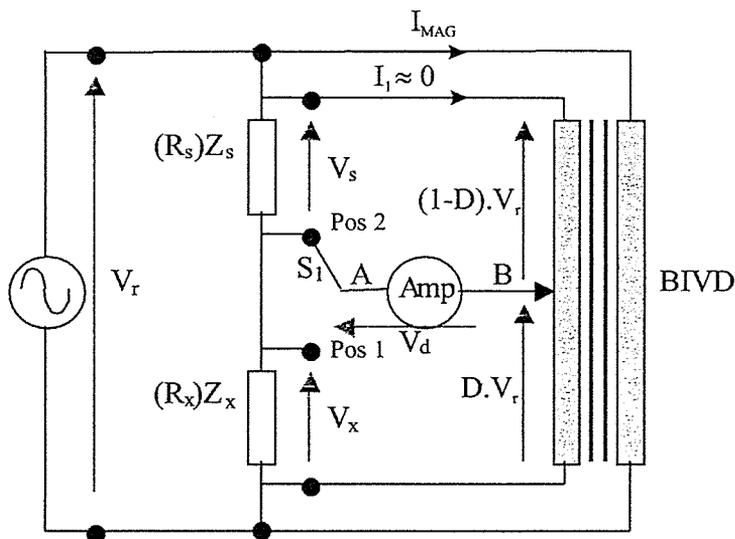


Figura 4.3: Diagrama del sistema de medición tipo puente

respecto de la señal referencia. La Figura 4.4 presenta el diagrama vectorial de las señales involucradas en la medición.

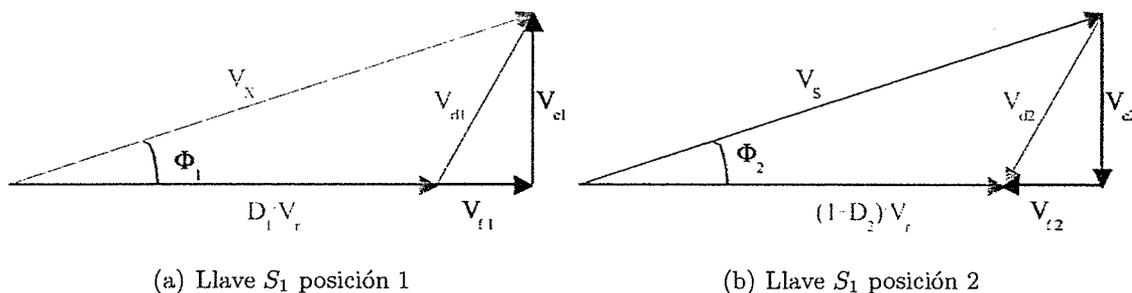


Figura 4.4: Diagrama vectorial de las tensiones involucradas en la medición. Con (4.4(a)): llave  $S_1$  cerrada sobre la posición 1, (4.4(b)): llave  $S_1$  cerrada sobre la posición 2

### 4.3. Ecuaciones del puente

En el capítulo 2 se llegó a una expresión, ver ecuación (2.6), para el valor de resistencia, utilizando un modelo para corriente alterna. Se vuelve a escribir la expresión para mayor

claridad:

$$Z = R_{AC}(1 + j\omega\tau) \quad (4.1)$$

En la Figura 4.4 se puede ver la convención asignada para representar las tensiones en el puente. La calibración de una resistencia incógnita,  $Z_X(R_X)$ , con respecto a una resistencia patrón,  $Z_S(R_S)$ , se realiza mediante la relación que existe entre ambas:

$$\frac{Z_X}{Z_S} = \frac{R_{ACx}(1 + j\omega\tau_x)}{R_{ACs}(1 + j\omega\tau_s)} \quad (4.2)$$

Del sistema puente se obtiene la expresión que vincula  $Z_X$  con  $Z_S$  con las tensiones  $V_X$  y  $V_S$ . Para medir las tensiones  $V_X$  y  $V_S$ , el amplificador se conecta en la posición 1 (Pos 1, ver Figura 4.3) y en la posición 2 (Pos 2, ver Figura 4.3) respectivamente y las relaciones de división de tensión son  $D_1$  para la posición 1 y  $D_2$  para la posición 2. Observando el diagrama vectorial de tensiones de la Figura 4.4, se observa:

$$V_X = D_1 V_r + V_{d1} \quad (4.3)$$

$$V_S = (1 - D_2)V_r - V_{d2} \quad (4.4)$$

dividiendo ambas ecuaciones, se obtiene la relación entre  $V_X$  y  $V_S$ :

$$\frac{V_X}{V_S} = \frac{D_1 V_r + V_{d1}}{(1 - D_2)V_r - V_{d2}} = \frac{D_1 + \frac{V_{d1}}{V_r}}{(1 - D_2) - \frac{V_{d2}}{V_r}} \quad (4.5)$$

Asimismo las tensiones  $V_X$  y  $V_S$  pueden obtenerse planteando el divisor de tensión formado por  $Z_X$  y  $Z_S$ ,

$$V_X = V_r \frac{Z_X}{Z_S + Z_X} \quad (4.6)$$

$$V_S = V_r \frac{Z_S}{Z_S + Z_X} \quad (4.7)$$

Dividiendo la ecuación (4.6) por la ecuación (4.7) se obtiene la relación  $V_X/V_S$  en función de las impedancias,  $Z_X$  y  $Z_S$ :

$$\frac{V_X}{V_S} = \frac{Z_X V_r}{(Z_X + Z_S)} \frac{(Z_X + Z_S)}{Z_S} \frac{1}{V_r} = \frac{Z_X}{Z_S} \quad (4.8)$$

Igualando la ecuación (4.5) con la ecuación (4.8), queda:

$$\frac{Z_X}{Z_S} = \frac{D_1 + \frac{V_{d1}}{V_r}}{(1 - D_2) - \frac{V_{d2}}{V_r}} = \frac{D_1}{(1 - D_2)} \frac{\left(1 + \frac{V_{d1}}{D_1 V_r}\right)}{\left(1 - \frac{V_{d2}}{(1 - D_2) V_r}\right)} \quad (4.9)$$

Las tensiones  $V_{d1}$  y  $V_{d2}$  poseen una componente real y una componente imaginaria las que se denominarán  $V_{f1}$ ,  $V_{f2}$  y  $V_{e1}$ ,  $V_{e2}$ . Con lo cual la ecuación (4.9) se transforma en:

$$\frac{Z_X}{Z_S} = \frac{D_1}{(1 - D_2)} \frac{\left(1 + \frac{V_{f1} + jV_{e1}}{D_1 V_r}\right)}{\left(1 - \frac{V_{f2} + jV_{e2}}{(1 - D_2) V_r}\right)} \quad (4.10)$$

Operando algebraicamente para poder separar parte real e imaginaria de la ecuación (4.10) se llega al resultado de la relación  $Z_X/Z_S$ ,

$$\Re\left(\frac{Z_X}{Z_S}\right) = \frac{D_1}{(1-D_2)} \frac{\left[1 + \frac{r_{f1}}{D_1} - \frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]}{\left[1 - 2\frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]} \quad (4.11)$$

$$\Im\left(\frac{Z_X}{Z_S}\right) = \frac{D_1}{(1-D_2)} \frac{\left[\frac{r_{c1}}{D_1} + \frac{r_{c2}}{(1-D_2)}\right]}{\left[1 - 2\frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]} \quad (4.12)$$

Donde  $r_{f1} = V_{f1}/V_r$ ,  $r_{f2} = V_{f2}/V_r$  y  $r_{c1} = V_{c1}/V_r$ ,  $r_{c2} = V_{c2}/V_r$  y donde además se han despreciado términos de 2<sup>do</sup> orden sobre estas variables.

Igualando las ecuaciones (4.11) y (4.12) con la parte real e imaginaria de la ecuación (4.2), se puede escribir la  $R_{ACx}$  y  $\tau_x$  en función de  $V_d$  medida y el resistor patrón  $R_S$  utilizado para la comparación.

La parte real queda:

$$\begin{aligned} \Re\left(\frac{Z_X}{Z_S}\right) &= \frac{R_{ACx}}{R_{ACs}} \frac{(1 + \omega^2 \tau_x \tau_s)}{(1 + \omega^2 \tau_s^2)} = \frac{D_1}{(1-D_2)} \frac{\left[1 + \frac{r_{f1}}{D_1} - \frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]}{\left[1 - 2\frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]} \\ \Rightarrow \frac{R_{ACx}}{R_{ACs}} &= \frac{D_1}{(1-D_2)} \frac{\left[1 + \frac{r_{f1}}{D_1} - \frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]}{\left[1 - 2\frac{r_{f2}}{(1-D_2)}\right]} \frac{(1 + \omega^2 \tau_s^2)}{(1 + \omega^2 \tau_x \tau_s)} \end{aligned} \quad (4.13)$$

La parte imaginaria queda:

$$\Im \left( \frac{Z_X}{Z_S} \right) = \frac{R_{ACx} \omega (\tau_x - \tau_s)}{R_{ACs} (1 + \omega^2 \tau_s^2)} = \frac{D_1}{(1 - D_2)} \frac{\left[ \frac{r_{c1}}{D_1} + \frac{r_{c2}}{(1 - D_2)} \right]}{\left[ 1 - 2 \frac{r_{f2}}{(1 - D_2)} \right]}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{ACx}}{R_{ACs}} = \frac{D_1}{(1 - D_2)} \frac{\left[ \frac{r_{c1}}{D_1} + \frac{r_{c2}}{(1 - D_2)} \right] (1 + \omega^2 \tau_s^2)}{\left[ 1 - 2 \frac{r_{f2}}{(1 - D_2)} \right] \omega (\tau_x - \tau_s)} \quad (4.14)$$

A partir de estas ecuaciones se pueden obtener las magnitudes  $R_{ACx}$  y  $\tau_x$  en función de  $R_{ACs}$  y  $\tau_s$  conocidos.

$$R_{ACx} = \frac{D_1}{(1 - D_2)} \frac{\left[ 1 + \frac{r_{f1}}{D_1} - \frac{r_{f2}}{(1 - D_2)} - \omega \tau_s \left( \frac{r_{c1}}{D_1} + \frac{r_{c2}}{(1 - D_2)} \right) \right]}{\left[ 1 - 2 \frac{r_{f2}}{(1 - D_2)} \right]} R_{ACs} \quad (4.15)$$

$$\tau_x = \frac{\left[ \frac{r_{c1}}{D_1} + \frac{r_{c2}}{(1 - D_2)} + \omega \tau_s \left( 1 + \frac{r_{f1}}{D_1} - \frac{r_{f2}}{(1 - D_2)} \right) \right]}{\omega \left[ 1 + \frac{r_{f1}}{D_1} - \frac{r_{f2}}{(1 - D_2)} - \omega \tau_s \left( \frac{r_{c1}}{D_1} + \frac{r_{c2}}{(1 - D_2)} \right) \right]} \quad (4.16)$$

#### 4.4. Sensibilidad del puente

La sensibilidad,  $S$ , de un puente puede ser referida como el menor cambio requerido en algún elemento ajustable del puente para producir un cambio en la salida del amplificador detector cuando se está cerca del balance.

Es de particular interés para este trabajo obtener la sensibilidad en la tensión requerida en el algunos casos especiales, como por ejemplo cuando se quieran medir termorresistencias.

Para obtener la expresión de la sensibilidad hay que ver como es la variación de la tensión en los extremos del amplificador (ver fig. 4.3) con respecto a  $Z_X$ . La tensión en el punto B queda determinada por la relación ( $D$ ) de división del BIVD:

$$V_B = DV_r \quad (4.17)$$

La tensión en el punto A queda determinada por el divisor de tensión formado por  $Z_S$  y  $Z_X$ :

$$V_A = \frac{Z_X}{Z_X + Z_S} V_r \quad (4.18)$$

restando las ecuaciones (4.17) y (4.18) se obtiene la tensión de entrada al amplificador,  $V_d$ ,

$$\begin{aligned} V_d &= V_A - V_B = V_r \frac{Z_X}{Z_X + Z_S} - DV_r \\ &= V_r \left( \frac{Z_X}{Z_X + Z_S} - D \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\Rightarrow \frac{V_d}{V_r} = \frac{Z_X}{Z_X + Z_S} - D \quad (4.20)$$

Derivando la expresión (4.19) respecto de  $Z_X$ :

$$\frac{\partial V_d}{\partial Z_X} = \left( \frac{1}{Z_X + Z_S} - \frac{Z_X}{(Z_X + Z_S)^2} \right) V_r \quad (4.21)$$

$$\Rightarrow \delta V_d = \left( \frac{1}{Z_X + Z_S} - \frac{Z_X}{(Z_X + Z_S)^2} \right) \cdot V_r \cdot \delta Z_X \quad (4.22)$$

Operando sobre la ecuación (4.22) se deriva la expresión de la sensibilidad del puente [2],

$$S = \delta V_d = \frac{A}{(1 + A)^2} \cdot \gamma \cdot V_r \quad (4.23)$$

donde:

$$\gamma = \frac{\delta Z_X}{Z_X} \quad \text{representa variaciones sobre el valor de la resistencia incógnita, } Z_X$$

$$A = \frac{Z_S}{Z_X} \quad \text{es la relación de resistencias o impedancias a ser comparadas}$$

Por ejemplo, si se pretende medir un resistor de  $1000 \Omega$ , por comparación con un patrón,  $R_S$ , del mismo valor nominal, con una exactitud de  $1 \mu\Omega/\Omega$ . Hay que tener una sensibilidad de al menos:

$$S = \delta V_d = \frac{1}{(1+1)^2} \frac{1 \times 10^{-3}}{1000} 6 V = 1.5 \mu V$$

$$S = 1.5 \mu V$$

$V_r$  debe ser tal que no se disipe mas de  $10 \text{ mW}$  en cada resistor, dado que los resistores patrones se miden a una potencia de  $10 \text{ mW}$ .

Una aplicación de interés radica en el campo de la termometría de resistencia. Por ejemplo si quiere medir temperatura con resolución de  $1 \text{ mK}$ , y para ello se emplean termorresistencias de platino  $100 \Omega$ , midiendo en relación 1:1 y con una corriente máxima de  $1 \text{ mA}$ , da una sensibilidad de:

$$S = \delta V_d = \frac{1}{(1+1)^2} \frac{0.4 \times 10^{-3}}{100} 0.2 V = 0.2 \mu V$$

$$S = 0.2 \mu V$$

La tabla 4.1 muestra la sensibilidad requerida para comparar distintos valores de resistencia y distinguir una variación de  $1 \mu\Omega/\Omega$  en el caso de resistores y de  $4 \mu\Omega/\Omega$  en el caso de termorresistencias (o termómetros):

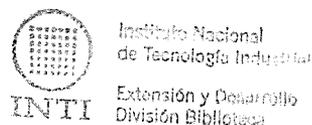
Sensibilidad del Puente						
Tipo	$R_x (\Omega)$	$R_s (\Omega)$	Relación	$V_r (V)$	$\gamma (\mu\Omega/\Omega)$	$S (\mu V)$
Resistencia	10	10	1	0.63	1.00	0.158
Resistencia	100	100	1	2.00	1.00	0.500
Resistencia	1000	1000	1	6.32	1.00	1.581
Resistencia	10000	10000	1	20.00	1.00	5.000
Termorresistencia	100	100	1	0.20	4.00	0.200
Termorresistencia	25	100	0.25	0.13	4.00	0.080

*Tabla 4.1: Sensibilidad del puente*

# Bibliografía

- [1] Günther Ramm, “Calibración de Resistencias de Medición de Corriente Alterna”, PTB-E-41s, Braunschweig, diciembre 1992.
- [2] Hague & Foord, “Alternating Current Bridge Methods”, Pitman Publishing, 6th edition, 1971.

# Capítulo 5



## Amplificador de bajo nivel de señal

### 5.1. Introducción

Como se ha expresado en el capítulo anterior, el sistema de medición esta basado en un sistema puente en el cual se medirá fuera de equilibrio. Como en este caso, el nivel de la tensión es de algunos  $\mu V$  se requiere de un amplificador que pueda amplificar señales de bajo nivel para que puedan ser utilizadas, como por ejemplo, por una tarjeta adquisidora de datos conectada en una computadora. En esta computadora se realizará el proceso de filtrado y procesamiento necesario para descomponer esta señal en sus componentes en fase y en cuadratura respecto de la señal referencia aplicada al puente.

### 5.2. Características del amplificador

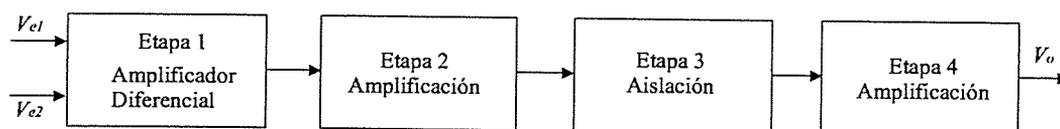
El amplificador a realizar deberá reunir ciertas características:

1. poseer una buena característica para señal alterna: (i) bajo error de ganancia, y (ii) bajo corrimiento de fase,

2. un bajo nivel de ruido,
3. la posibilidad de trabajar con potenciales de guardas (cuando la aplicación lo requiera),
4. una buena linealidad,
5. un ancho de banda dentro de las características del puente,
6. un buen rechazo de modo común.

### 5.3. Descripción

El amplificador diseñado para este propósito consta de 4 etapas, la primera compuesta por un amplificador de instrumentación, la segunda compuesta por un amplificador operacional en configuración no inversor, la tercera compuesta por un amplificador de aislación por barrera capacitiva y la cuarta etapa de amplificación formada por un amplificador operacional. Un diagrama en bloques del mismo se presenta en la Figura 5.1. Todo este conjunto debe proveer de una ganancia de tensión lo suficiente como para conectar la salida del mismo a una tarjeta de adquisición o a algún otro sistema de visualización de señales (v.g. un osciloscopio).



*Figura 5.1: Diagrama en bloques de amplificador*

## 5.4. Diseño

El amplificador debe detectar y amplificar a niveles suficientes la señal de error o diferencia en un circuito de medición tipo puente. Los niveles de esta señal son del orden de algunos  $\mu\text{V}$  y deben ingresar a una tarjeta adquisidora de datos la cual requiere niveles de algunas decenas de mV. Establecida esta necesidad se observa que se requiere una ganancia considerable, que no puede ser resuelta con una simple etapa de amplificación. Es por ello que la amplificación esta dada por las primeras dos etapas y la última. El circuito completo del amplificador se muestra en la Figura 5.2.

En las siguientes secciones se describen las características del amplificador.

### 5.4.1. Etapa 1 -Amplificador diferencial

Esta etapa es la más crítica de todas, se requiere diseñar un amplificador que reúna las siguientes características principales:

- alta ganancia ( $G \approx 100$ )
- alta impedancia de entrada
- bajo nivel de ruido
- alto rechazo de modo común
- bajo nivel de corrientes y tensiones de offset
- bajo error de alinealidad
- baja corriente de polarización
- baja deriva térmica
- ancho de banda de acuerdo a especificaciones del puente

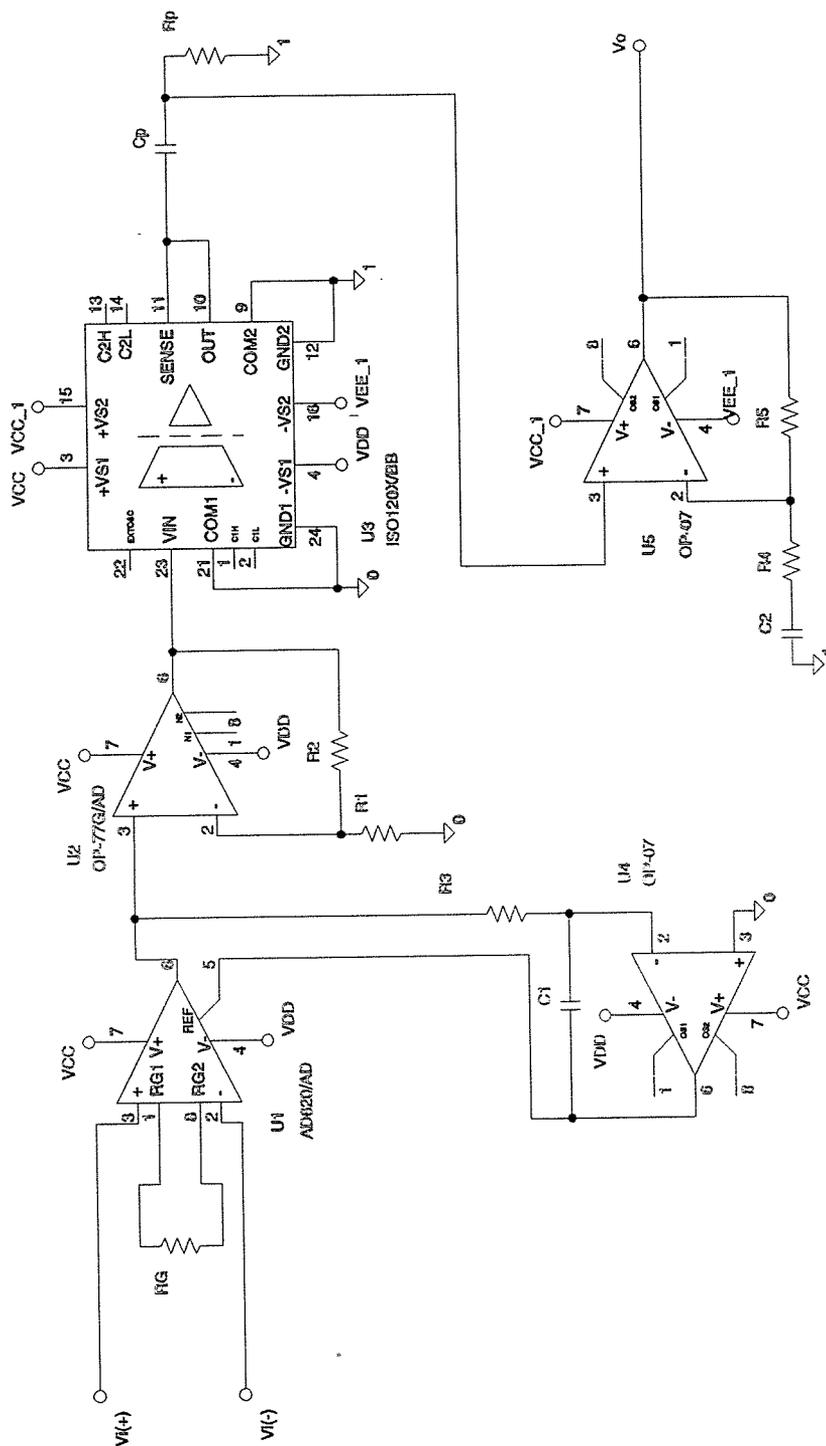


Figura 5.2: Esquema del circuito eléctrico del amplificador

- entrada diferencial

Para esta etapa se utilizó un amplificador de instrumentación (In-Amp) AD620 de la firma Analog Devices. La Tabla 5.1 resume algunas de las características mencionadas anteriormente. Mas información acerca de este In-Amp puede encontrarse en la Referencia [1].

Característica	AD620
Nivel de ruido	9 nV / $\sqrt{Hz}$
Corriente de polarización	1 nA
RRMC	100 dB (G=10)
Deriva térmica	0,6 mV/ °C
V offset	50 mV

*Tabla 5.1: Características del In-Amps AD620*

Se diseñó una etapa diferencial de ganancia de tensión igual a 100 (G=100) con solo el requerimiento de un resistor externo (para detalles del cálculo del valor del resistor ver Apéndice A pp. 123). Esta etapa posee un acoplamiento en alterna utilizando la técnica “DC restoration” descrita en la Referencia [3], la cual consiste en colocar un filtro pasa bajos en la realimentación de la salida sobre la entrada de referencia (REF) del amplificador de instrumentación. El filtro pasa bajos se transforma en un filtro pasa altos donde la frecuencia de corte es,

$$f_{3dB} = \frac{Ganancia}{2\pi RC} \quad (5.1)$$

Donde *Ganancia* se refiere a la ganancia de la etapa en donde se coloca la red de realimentación, en este caso es la etapa de salida del In-Amp, y la ganancia es igual a 1 (ver Ref. [1]), por lo tanto la frecuencia de corte inferior del In-Amp en su conjunto es,

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5.2)$$

La frecuencia de corte del filtro se estableció en aproximadamente 1 Hz, la cual es inferior en más de una década de la frecuencia inferior de trabajo del puente, que es de 50 Hz. De esta manera se garantiza un bajo corrimiento de fase y un bajo error de ganancia dentro del ancho de banda de trabajo.

### 5.4.2. Etapa 2 - Amplificador

Para esta etapa se utilizó un amplificador operacional de baja tensión de offset y bajo nivel de ruido en configuración de amplificador no-inversor. La ganancia de tensión de esta etapa es igual a 12 ( $G=12$ ), establecida por dos resistores externos (detalles de los valores se dan en el Apéndice A pp. 123). El amplificador operacional utilizado fue el OP77 de la firma Burr Brown. Las características antes mencionadas se muestran en la Tabla 5.2. Mas información acerca de este operacional puede encontrarse en la Referencia [2].

Característica	OP77
Vos	25 mV
Deriva térmica	0,3 mV / °C
Nivel de ruido	0,35 mVp-p

*Tabla 5.2: Características del OP77*

### 5.4.3. Etapa 3 - Aislación

Como se mencionó en el capítulo 4 en sistemas de medición de alta exactitud se requiere mantener las conexiones al potencial de tierra por separado. Por un lado las conexiones

a potencial de tierra de la alimentación del instrumental de medición y por otro las conexiones a potencial de tierra del circuito de medición. Como la salida del amplificador será conectada a una tarjeta de adquisición de datos conectada en una computadora personal, es de gran importancia aislar la salida del amplificador a fin de separar las conexiones a tierra. Además esto permitirá conectar al amplificador a un potencial de guarda, cuando el circuito de medición lo requiera, como puede ser en el caso de la calibración de divisores de tensión.

Para esta tarea se utilizó un amplificador de aislación de la firma Burr-Brown [4] ISO120G, el cual se basa en aislar por barrera capacitiva. Esta posee un valor de 3 pF, con una tensión máxima de aislación de 3000 V. Por el bajo producto ganancia por ancho de banda ( $\sim 60$  kHz) de este integrado es que se lo utiliza como seguidor ( $G=1$ ) y se colocó una etapa adicional para conseguir mayor amplificación.

#### 5.4.4. Etapa 4 - Amplificación

Con las primeras dos etapas amplificadoras la ganancia total de tensión es igual a 1200, lo cual no es suficiente si se quiere tener la menor sensibilidad requerida (ver Capítulo 4 sección 4.4). Por lo tanto es necesario agregar una etapa adicional para seguir amplificando. Esta etapa es similar a la etapa 2, esta compuesta por un amplificador operacional en configuración no-inversor con una ganancia de tensión igual a 23 ( $G=23$ ) (ver cálculos en Apéndice A pp. 123).

#### 5.4.5. Fuentes de Alimentación

El amplificador es alimentado por dos fuentes independientes a baterías. Esta elección se debe a: (i) las fuentes tienen que ser independientes para mantener las etapas de detección y pre-amplificación aisladas de la etapa salida del amplificador, esto se logra por medio del amplificador de aislación descrito en la sección 5.4.3 en la página 41, (ii) evitar

el ruido que pueda poseer de una fuente lineal o de conmutación, (iii) la interferencia electromagnética que pueda acoplar la misma, (iv) con esta configuración el amplificador puede conectarse a un potencial de guarda y (v) estar desvinculado de la red eléctrica, sin la necesidad de utilizar transformadores con varias pantallas electroestáticas.

#### 5.4.6. Ganancia total del Amplificador

Al tratarse de sistemas lineales conectados en cascada la ganancia total viene dada por:

$$\begin{aligned} G_{TOTAL} &= \prod_{i=1}^N G_i && (5.3) \\ &= \prod_{i=1}^4 G_i = G_1 G_2 G_3 G_4 \\ &= 100 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 23 = 27600 \end{aligned}$$

Ganancia total de tensión del amplificador,  $G_{TOTAL} = 27600$  (88.82 dB).

### 5.5. Simulación

Utilizando el programa de simulación SPICE se realizó la simulación del circuito con la finalidad de obtener y verificar los cálculos teóricos realizados previamente y dado que es una herramienta poderosa se pudo determinar algunas características adicionales que luego serán verificadas experimentalmente.

### 5.5.1. Simulación en AC

Se realizaron análisis en AC (“AC SWEEP”[14]) para determinar la transferencia del amplificador en función de la frecuencia, obteniéndose de los mismos los gráficos de ganancia, de fase y de la variación de la impedancia de entrada.

#### Ganancia y fase

La figura 5.3 muestra la variación de la ganancia de tensión y del corrimiento en la fase del amplificador en función de la frecuencia. En la misma se puede observar que valor de la ganancia de tensión para frecuencias medias se encuentra en 88 dB ( $\approx 25000$ ).

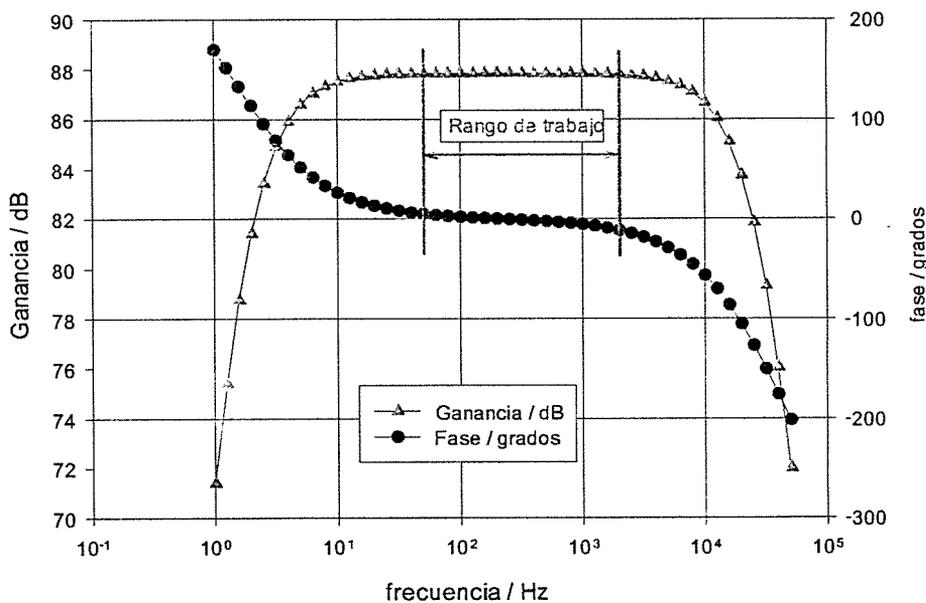


Figura 5.3: Ganancia y fase del amplificador

#### Impedancia de entrada

La variación de la impedancia de entrada,  $Z_i$ , se muestra en la figura 5.4, donde se puede observar que su valor se halla en el intervalo que se extiende desde 1000 M $\Omega$  a 10 M $\Omega$

para el rango de frecuencias de utilización del amplificador.

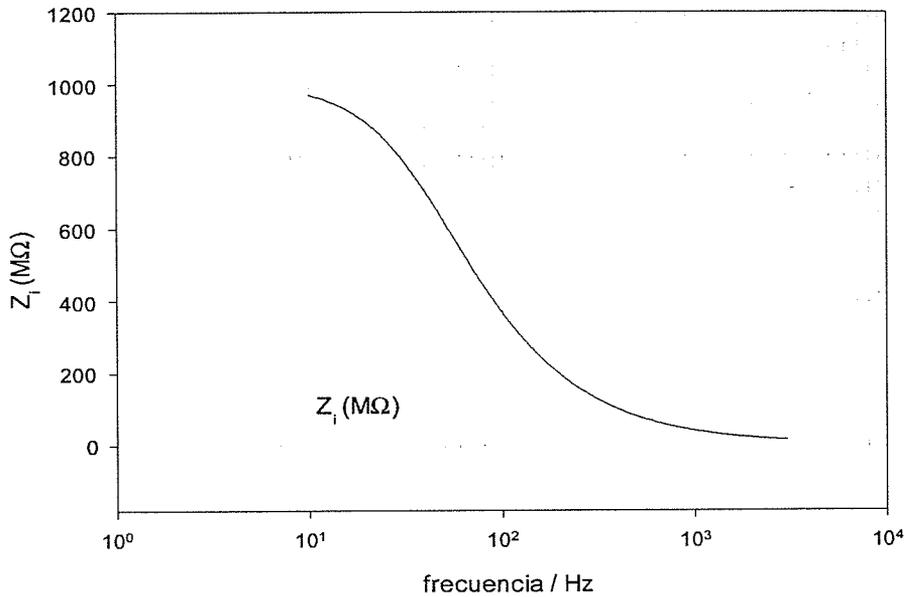


Figura 5.4: Resultado de la simulación de la impedancia de entrada,  $Z_i$ , del amplificador

## Ruido

Se debe poder estimar cual será la mínima tensión detectable por el amplificador, comúnmente llamada *mínima señal detectable (MDS)* [7]. Esta depende de la aplicación y de la señal. No obstante, si no hay ningún tipo de filtrado o técnica de procesamiento, la MDS puede ser considerada como la tensión equivalente de ruido en la entrada del amplificador [7]. La tensión equivalente de ruido en la entrada  $\overline{v_{iN}}$  puede obtenerse a partir de la siguiente expresión,

$$\overline{v_{iN}} = \frac{\overline{v_{oN}^2}}{G^2} \quad (5.4)$$

donde,

$$\overline{v_{oN}^2} = \sum_{j=0}^M (\overline{v_N^2})_j$$

$\overline{v_{oN}^2}$  (la sumatoria de los cuadrados de todos los generadores de ruido del sistema), es la tensión equivalente de ruido a la salida del amplificador y  $G$  la ganancia del sistema.

Los valores de tensión de estos generadores son obtenidos de las hojas de datos de los circuitos integrados utilizados en el amplificador o sistema.

Para obtener esta tensión equivalente de ruido se realizó un análisis de ruido y su resultado se presenta en la Figura 5.5. La impedancia de fuente equivalente (impedancia equivalente de Thevenin a los bornes del amplificador) utilizada es la que se presenta en el peor de los casos de uso del amplificador y que es cuando se comparan resistores de valor nominal 10 k $\Omega$ , que dá como resultado una impedancia de fuente equivalente igual a 5 k $\Omega$ .

La impedancia de fuente equivalente contribuye al ruido en la entrada por ruido térmico. Su representación puede ser por un generador de tensión,  $\overline{v^2}$ , o un generador de corriente,  $\overline{i^2}$ . Estas representaciones estan dadas por,

$$\overline{v^2} = 4kTR\Delta f \quad (5.5)$$

$$\overline{i^2} = \frac{4kT\Delta f}{R} \quad (5.6)$$

donde,

k: es la constante de Boltzmann

T: es el valor de la temperatura absoluta

R: es el valor de resistencia equivalente

$\Delta f$ : es el ancho de banda del amplificador

De la Figura 5.5 se observa que la densidad de ruido a 1 kHz es de aproximadamente  $V_{RMS} = 14.23 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

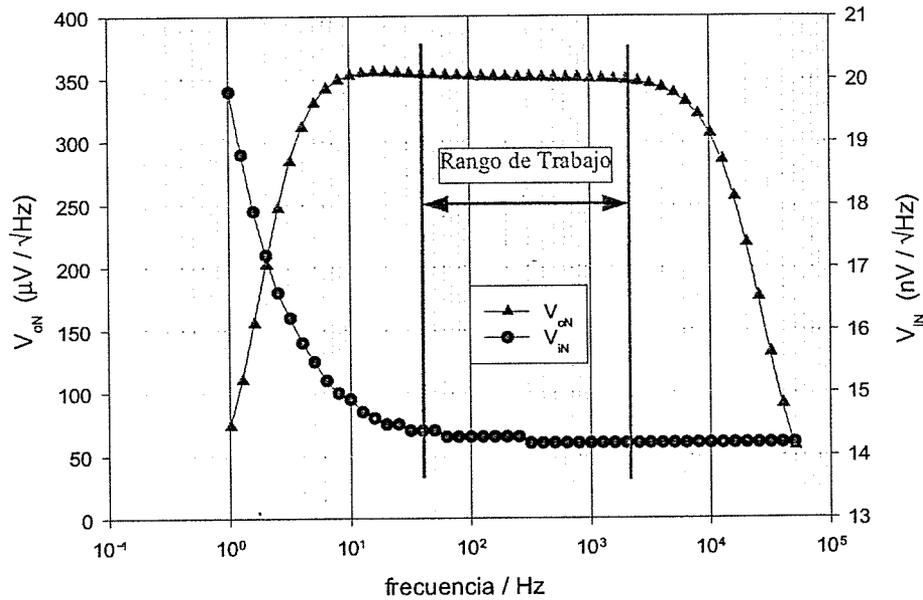


Figura 5.5: Densidad de Tensión de Ruido del amplificador. Se muestra el ruido a la salida y su equivalente de entrada para una impedancia de fuente equivalente de 5 kΩ.

## 5.6. Sistema de Detección Sensitivo a la fase PSD (Phase Sensitive Detector) o Lock-In

### 5.6.1. Introducción

La señal alterna de entrada al amplificador puede estar compuesta por la superposición de dos señales: (i) la señal diferencia de tensión, y (ii) una señal de ruido. Esta última puede ser de una amplitud importante, lo cual significa que la relación señal ruido es elevada y puede llegar a niveles que no son aceptables ( $S/N \leq 6 \text{ dB}$ ), haciendo que la señal amplificada sea aún más ruidosa.

Un sistema que soluciona el problema de detectar señales alternas ruidosas y/o de baja amplitud, es el que se conoce con el nombre de Lock-In [10]. Este sistema posee un multiplicador de señales para multiplicar la señal a ser detectada por una señal alterna de referencia. Este sistema se lo conoce con el nombre de Phase Sensitive Detector (PSD),

conocido también como demodulador o mixer. A la salida del PSD se coloca un filtro pasa-bajos y la salida del filtro constituye la salida del Lock-In. De esta forma, señales de frecuencias distintas a la frecuencia de la señal de referencia son eliminadas y la salida del Lock-In es una señal continua proporcional al producto de las amplitudes y a la diferencia de fase entre la señal de interés y la señal de referencia. La señal de referencia puede ser externa o generada internamente por el Lock-In.

En nuestro caso no solo se requiere la señal componente en fase, sino también la señal componente en cuadratura. Para lograr obtener esta última, se desplaza  $90^\circ$  la señal de referencia y se realiza todo el proceso descrito anteriormente. En este caso el Lock-In posee dos salidas: (a) una señal continua proporcional en fase, y (b) una señal continua proporcional en cuadratura.

Un diagrama en bloques simplificado de un Lock-In se muestra en la Figura 5.6

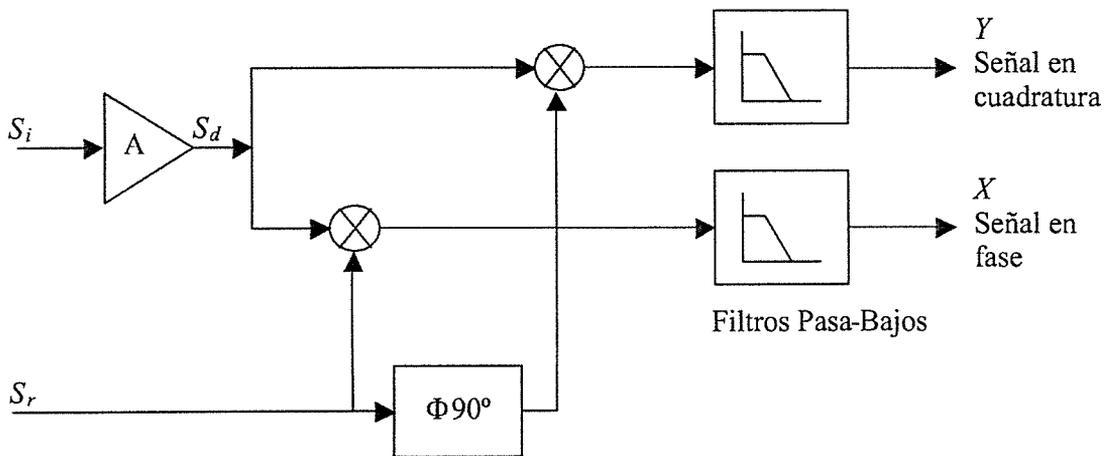


Figura 5.6: Diagrama en bloques simplificado del sistema de Lock-In

La señal de referencia,  $S_r$ , y la señal de salida del amplificador,  $S_d$ , son multiplicadas entre sí. Si ambas señales son senoidales, de la misma frecuencia,  $\omega$ , pero mantienen una

diferencia en fase,  $\Phi$ , se tiene:

$$S_r = \hat{V}_r \sin(\omega t) \quad (5.7)$$

$$S_d = \hat{V}_d \sin(\omega t + \Phi) + \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \sin(\omega_{ruido} t + \Phi_{ruido}) \quad (5.8)$$

donde el término  $\sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \sin(\omega_{ruido} t + \Phi_{ruido})$  representa una señal de ruido.

Al multiplicarlas se obtiene:

$$\begin{aligned} S &= S_r S_d \\ &= \hat{V}_r \sin(\omega t) \cdot \hat{V}_d \sin(\omega t + \Phi) + \hat{V}_r \sin(\omega t) \cdot \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \sin(\omega_{ruido} t + \Phi_{ruido}) \\ &= \hat{V}_r \left[ \hat{V}_d \sin(\omega t) \sin(\omega t + \Phi) + \sin(\omega t) \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \sin(\omega_{ruido} t + \Phi_{ruido}) \right] \quad (5.9) \end{aligned}$$

Utilizando igualdades trigonométricas se puede escribir la ecuación (5.9) como:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos[(\omega t - \omega t) - \Phi] - \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos[(\omega t + \omega t) + \Phi] \\ &\quad + \frac{\hat{V}_r}{2} \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \cos[(\omega t - \omega_{ruido} t) - \Phi_{ruido}] \\ &\quad - \frac{\hat{V}_r}{2} \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \cos[(\omega t + \omega_{ruido} t) + \Phi_{ruido}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos(\Phi) - \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos(2\omega t + \Phi) \\
 &+ \frac{\hat{V}_r}{2} \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \cos[(\omega - \omega_{ruido})t - \Phi_{ruido}] \\
 &- \frac{\hat{V}_r}{2} \sum_{\omega_{ruido}} A_{ruido} \cos[(\omega + \omega_{ruido})t + \Phi_{ruido}] \tag{5.10}
 \end{aligned}$$

De la señal,  $S$ , representada por la ecuación (5.10) interesa sólo el 1<sup>er</sup> término, que representa a una *señal continua*,

$$\frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos(\Phi) \tag{5.11}$$

Para separar este término la señal es filtrada. El tipo de filtro a utilizar es un filtro pasa-bajos, como puede ser un filtro de media móvil de  $M$  muestras de longitud [11], con lo cual la señal resultante a la salida de este filtro es la suma de la señal continua de interés (ver. ecuación (5.11)) mas la contribución a esta señal continua de sólo la componente de ruido que tiene la misma frecuencia que la señal referencia, esto es  $\omega_{ruido} = \omega_{ref} = \omega$ . Dicha señal suma es representada por la siguiente ecuación:

$$S = \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos(\Phi) + \frac{\hat{V}_r A_{ruido@ \omega_{ref}}}{2} \cos(\Phi_{ruido@ \omega_{ref}}) + S_n \tag{5.12}$$

con  $A_{ruido@ \omega_{ref}} \ll \hat{V}_r$  y con  $S_n$  que representa a una señal de ruido cuyo espectro está dentro del ancho de banda del filtro pasa-bajos. Cuanto es la reducción de los términos que representan a señales de ruido respecto del término de interés, radica en la elección del tipo de filtro a utilizar.

La señal representada por la ecuación (5.12) es una señal continua proporcional al producto de las amplitudes y a la diferencia de fase  $\Phi$  entre la señal de referencia,  $S_r$  y la señal detectada,  $S_d$ , salida del amplificador. De esta manera se obtiene una de las salidas del sistema Lock-In, que representa a la componente en fase de la señal amplificada con respecto a la señal de referencia.

La obtención de la componente en cuadratura se realiza por medio de la misma operación anterior, pero con la señal de referencia desplazada  $90^\circ$ . De esta forma la ecuación (5.12) se transforma en,

$$S = \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \sin(\Phi) + \frac{\hat{V}_r A_{ruido@w_{ref}}}{2} \sin(\Phi_{ruido@w_{ref}}) + S_n \quad (5.13)$$

### 5.6.2. Descripción del sistema Lock-In desarrollado

Las operaciones de Lock-In presentadas anteriormente se realizan en una computadora personal (PC). Para ello, la señal de salida del amplificador y la señal de referencia son adquiridas y digitalizadas por medio de una tarjeta de adquisición de datos (DAQ), marca NATIONAL INSTRUMENTS, modelo LAB-PC II. Esta tarjeta posee 8 canales A/D de entrada y 4 canales D/A de salida, mas una entrada de disparo (trigger) para funcionar en modo sincrónico. Se implementó un programa, escrito en lenguaje C/C++ bajo MS-Windows(R), el cual configura la tarjeta para la adquisición de las señales y realiza el procesamiento digital de las mismas; las operaciones involucrados son la multiplicación, la transformada de Hilbert y filtrado [11]. La Figura 5.18 en la página 68 muestra la interfaz al usuario del software.

Al ser las señales senoidales se pueden representar mediante fasores. Una representación puede ser la que se mostró en el Capítulo 4 Figura 4.4 pag. 27. La descomposición en fase ( $V_{df}$ ) y cuadratura ( $V_{dc}$ ) de  $V_d$  con respecto a  $V_r$  se puede realizar mediante la definición de producto escalar y la utilización de la *transformada de Hilbert* [11]. Como se muestra en las siguientes ecuaciones,

$$\vec{V}_{df} = \|V_d\| \cdot \cos(\Phi) = \frac{\vec{V}_r \cdot \vec{V}_d}{\|\vec{V}_r\|} \quad (5.14)$$

$$\vec{V}_{dc} = \|V_d\| \cdot \sin(\Phi) = \frac{\mathcal{H}(\vec{V}_r) \cdot \vec{V}_d}{\|\vec{V}_r\|} \quad (5.15)$$

donde  $\mathcal{H}(\vec{V}_r)$  es la *transformada de Hilbert* de  $\vec{V}_r$  y  $\Phi$  es el ángulo entre los vectores  $\vec{V}_r$  y  $\vec{V}_d$ . De esta manera se llega a expresiones simples que pueden ser programadas facilmente.

Un diagrama en bloques del sistema Lock-In desarrollado se muestra en la Figura 5.7

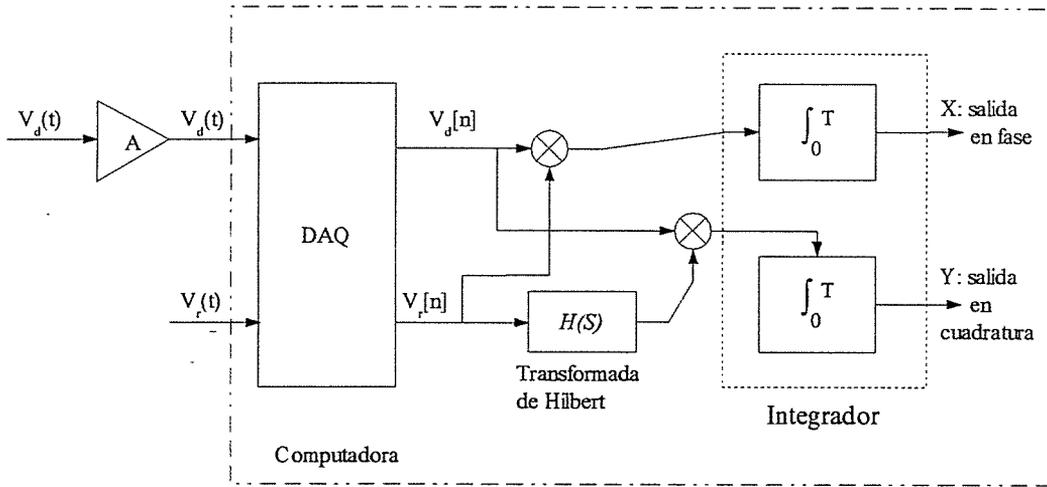


Figura 5.7: Diagrama en bloques del Lock-In desarrollado

La digitalización de las señales se realiza de forma tal de obtener un múltiplo entero de ciclos de las mismas. Sabiendo que el producto escalar entre dos funciones  $f(t)$  y  $g(t)$  continuas en un intervalo  $[a, b]$  se define como:

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_a^b f(t)g(t)dt \quad (5.16)$$

y que la norma se define como:

$$\|f(t)\| = \sqrt{\int_a^b [f(t)]^2 dt} \quad (5.17)$$

En este caso, las señales son de tiempo discreto por lo tanto las integrales se transforman en sumatorias y los límites de integración son:  $a = 0$  y  $b = nT = M$  que corresponde a un número entero de períodos de las señales de entrada, las ecuaciones (5.14) y (5.15), se transforman en:

$$S_{df} = \|S_r\| \|S_d\| \cdot \cos(\Phi) = \sum_{i=0}^M S_r[i] S_d[i] \quad (5.18)$$

$$S_{dc} = \|S_r\| \|S_d\| \cdot \sin(\Phi) = \sum_{i=0}^M \mathcal{H}(S_r[i]) S_d[i] \quad (5.19)$$

La señal  $S_d$  es una señal que puede contener ruido. Como el ruido es aditivo se la puede representar de la siguiente forma  $S_d = \tilde{S}_d + N$ . Reescribiendo la ecuación (5.18) (por simplicidad se desarrollará sobre esta ecuación solamente):

$$S_{df} = \sum_{i=0}^M S_r[i](\tilde{S}_d[i] + N[i]) = \sum_{i=0}^M S_r[i]\tilde{S}_d[i] + \sum_{i=0}^M S_r[i]N[i] \quad (5.20)$$

La ecuación (5.20) representa un caso especial de la función de correlación[13] entre las señales  $S_d$  y  $S_r$  donde el retardo  $\tau$  es igual a 0:

$$R_{XY}(\tau) = \sum_{k=0}^M X[k]Y[k + \tau]$$

El 1<sup>er</sup> término del miembro de la derecha representa la correlación entre la señal  $S_d$  sin ruido con la señal  $S_r$  y el término restante representa la correlación entre  $S_r$  y el ruido  $N[n]$ . Sabiendo que la transformada de Fourier de la función de correlación es la *densidad de potencia espectral* (psd)  $S_{XX}(f)$  con unidades de *watt/Hz* y suponiendo al ruido con una *densidad de potencia espectral* igual a  $S_{NN}(f) = \sigma_N^2$  se tiene[13]:

$$S_{YY}(f) = S_{RD}(f) + S_{RN}(f) = S_{RD}(f) + |H(f)|^2 S_{NN}(f) \quad (5.21)$$

donde  $H(f)$  es la transformada de Fourier de la respuesta impulsiva del filtro integrador  $h[n]$ . La respuesta en frecuencia de este tipo de filtro es:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{M+1} e^{-j\omega M/2} \frac{\sin(\omega(M+1)/2)}{\sin(\omega/2)}, \quad \text{con } |\omega| < \pi \quad (5.22)$$

Observando la ecuación (5.21) y comparandola con la ecuación (5.12) se tiene:

$$S_{RD}(f) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \frac{\hat{V}_r \hat{V}_d}{2} \cos(\Phi) \quad (5.23)$$

y el término de la componente de ruido es representado por:

$$|H(f)|^2 S_{NN}(f) = \frac{1}{(M+1)^2} \frac{\sin^2(\pi f(M+1))}{\sin^2(\pi f)} S_{NN}(f)$$

$$\xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \frac{\sigma_N^2}{M} \equiv \frac{\hat{V}_r A_{\text{ruido}@\omega_{ref}}}{2} \cos(\Phi_{\text{ruido}@\omega_{ref}}) + S_n \quad (5.24)$$

Donde se tiene el término deseado que es constante (ecuación (5.23)) y un término de ruido que es minimizado de acuerdo al tiempo de integración  $M$  (ecuación (5.24)). Cuanto mayor es  $M$ , mayor es el rechazo a la señal de ruido.

### 5.6.3. Muestreo y filtrado adicional

En la Figura 5.7 se observa que la señal de salida del amplificador,  $V_d(t)$  y la señal de referencia,  $V_r(t)$  son conectadas a dos canales de la tarjeta de adquisición. Estas son digitalizadas y por lo tanto, pasan a ser representadas por señales en tiempo discreto,  $V_d[n]$  y  $V_r[n]$  respectivamente. El muestreo es configurado de forma tal que siempre se digitalicen números enteros de ciclos de las señales de entrada (ambas poseen la misma frecuencia  $\omega$ ), entonces:

$$\frac{\# \text{ de ciclos}}{\omega} = \frac{M}{\omega_S} \Rightarrow \omega_S = \frac{\omega M}{\# \text{ de ciclos}}$$

donde,  $\omega_S$  es la frecuencia de muestreo,  $\omega$  es la frecuencia de la señal a ser digitalizada y  $M$  es el número total de muestras.

Además de cumplir con el teorema del muestreo de Nyquist[11] ( $\omega_S \geq 2\omega$ ). La frecuencia de muestreo  $\omega_S$  debe ser un múltiplo entero de la frecuencia  $\omega$  de la señal de referencia. La Tabla 5.3 muestra la configuración cuando se quieren muestrear 30 ciclos de las señales de entrada, tomando 20 muestras por ciclo, lo cual significa un total de  $M=600$  muestras.

f (Hz)	# de ciclos	M	$F_S$ (Hz)
40	30	600	800
75			1500
100			2000
400			8000
1000			20000

**Tabla 5.3:** Configuración del muestreo de la tarjeta adquisidora para digitalizar 30 ciclos, con 20 muestras por ciclo, de las señales de entrada

Además del filtro integrador que forma parte de la operación de correlación se realiza un promedio adicional de una cierta cantidad  $K$  de muestras de salida del Lock-In, de esta manera se logra suavisar aún más la salida del Lock-In.

Sabiendo cual es la cantidad de muestras total a digitalizar y el tipo de filtro, se puede calcular la constante de tiempo y la frecuencia de corte del sistema Lock-In. Los resultados se presentan en la Tabla 5.4.

M	F <sub>s</sub> (Hz)	Constante de tiempo (s)	frecuencia de corte superior (Hz)
600	800	0.75	0.59
	1500	0.40	1.10
	2000	0.30	1.46
	8000	0.08	5.86
	20000	0.03	14.64

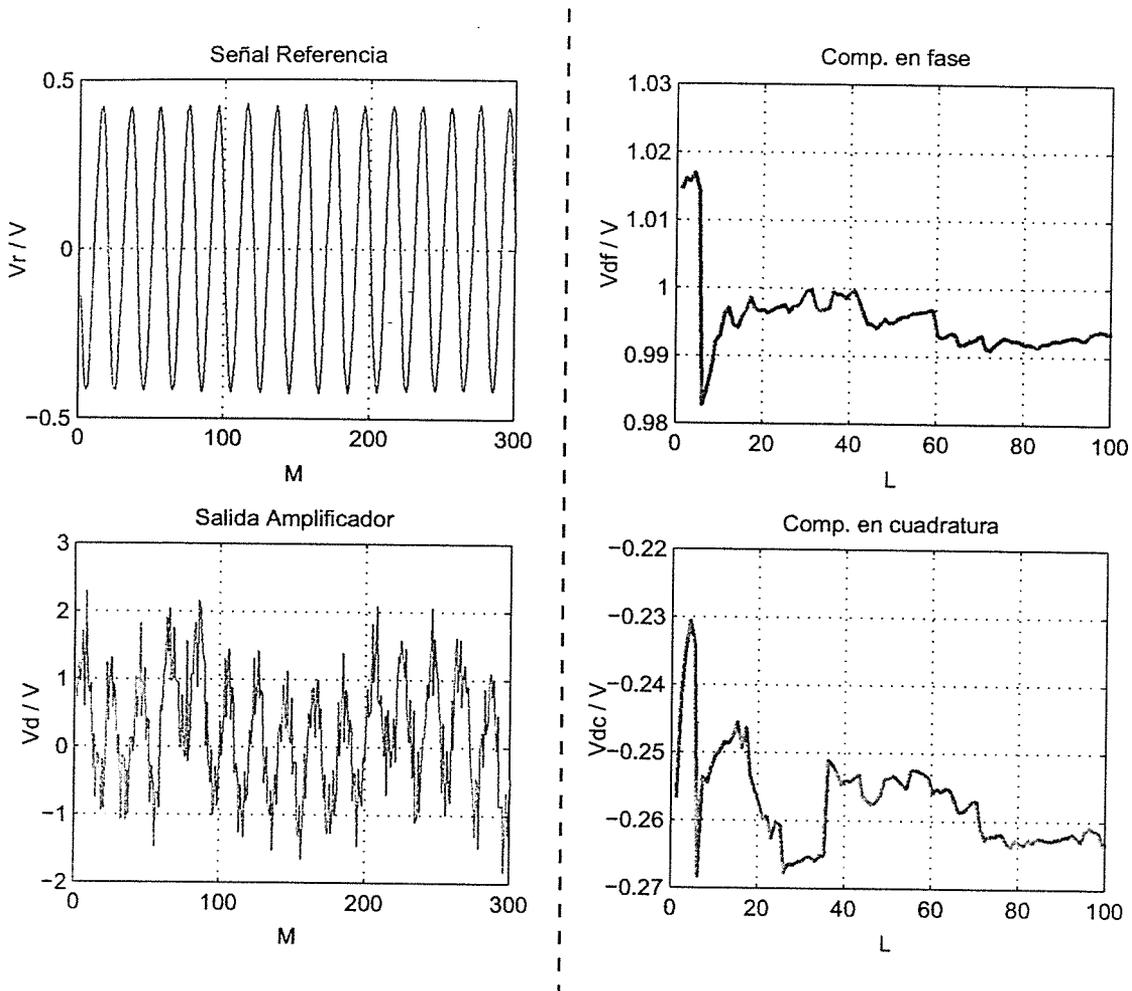
*Tabla 5.4: Constante de tiempo del sistema Lock-In para una configuración de muestro con M=600. También se muestra la frecuencia de corte superior del sistema Lock-In*

#### 5.6.4. Resultados

La Figura 5.8 muestra los resultados obtenidos al realizar una medición con el sistema Lock-In desarrollado.

### 5.7. Caracterización del sistema

Implementado el circuito electrónico del detector, se realizó la caracterización del mismo. Un esquema del banco de mediciones utilizado fue el que se muestra en la Figura 5.9. El mismo está compuesto por una fuente de tensión programable marca HP modelo 3245A, un divisor de tensión inductivo marca ESI modelo DT 72A y una computadora, donde están la tarjeta adquisidora y las rutinas de adquisición de datos y de Lock-In.



*Figura 5.8: Las señales de la izquierda son las señales de entrada al Lock-In. La señal superior es la señal de referencia,  $V_r$ , y la señal inferior es la señal que proviene del amplificador,  $V_d$  la cual posee una componente de ruido considerable.  $M$  es el número muestras adquiridas (por claridad sólo se muestra la mitad de las muestras adquiridas). Las señales de la derecha son las señales de salida del Lock-In. La señal superior es la componente en fase,  $V_{df}$ , y la señal inferior es la componente en cuadratura,  $V_{dc}$ .  $L$  es la cantidad de muestras de entrada al filtro adicional de media móvil. El filtro aplicado fue de una longitud de  $K=50$  muestras*

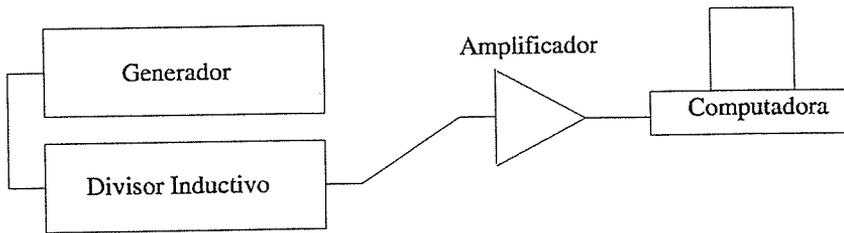


Figura 5.9: Esquema del banco de medición utilizado para la caracterización del amplificador

### 5.7.1. Ganancia y fase en modo diferencial

Para una tensión de entrada al amplificador igual a  $V_{RMS} = 10 \mu V$  se realizó la caracterización en modo diferencial de la transferencia del amplificador, utilizando el sistema de medición que se presentó en la Figura 5.9. Los resultados se muestran en la Figura 5.10 y en la Tabla 5.5.

f (Hz)	G	fase (°)	G (dB)	$\Delta G$ (%)
40	22869.11	2.10	87.18	1.36
100	22787.19	0.29	87.15	0.99
400	22991.43	-2.86	87.23	1.90
1000	22563.04	-4.84	87.07	0.00
1500	22584.13	-5.75	87.08	0.09
2000	22521.63	-8.49	87.05	-0.18
2500	22019.20	-8.92	86.86	-2.41
3000	21718.26	-13.47	86.74	-3.74

Tabla 5.5: Caracterización en Modo Diferencial del amplificador. La columna 5 muestra el error porcentual de la ganancia tomando como referencia la ganancia a  $f = 1 \text{ kHz}$

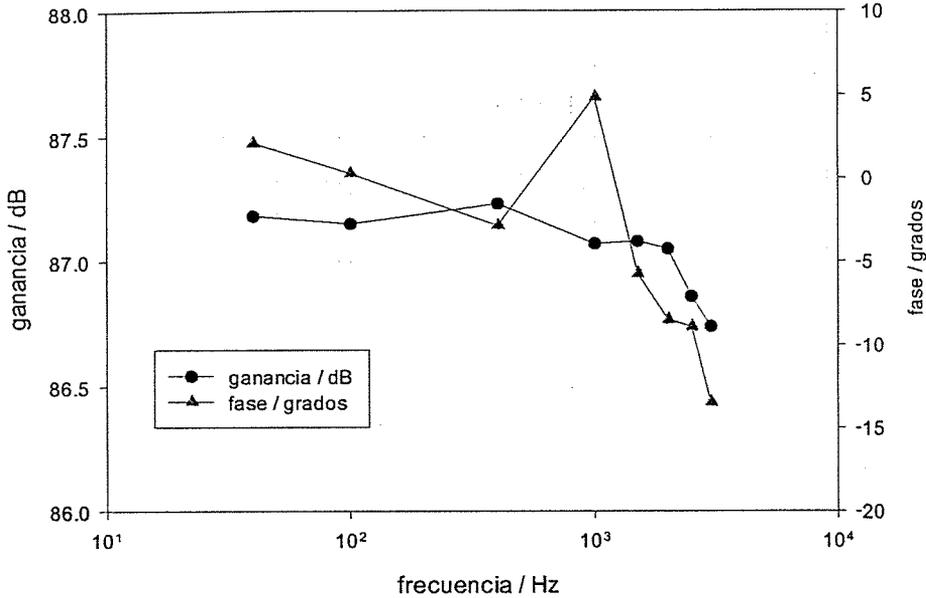


Figura 5.10: Transferencia medida del amplificador. Ganancia en Modo Diferencial y desplazamiento de la fase

### 5.7.2. Ganancia en modo común y Relación de rechazo de modo común (RRMC)

Se midió la respuesta del amplificador a una tensión en modo común dentro del ancho de banda del puente (40 Hz a 2 kHz). Los resultados obtenidos son mostrados en la Figura 5.11 y en la Tabla 5.6.

Con la ganancia en modo diferencial y la ganancia en modo común se calculó la *relación de rechazo de modo común*. Esta relación es:

$$RRMC|_{dB} = 20 \log\left(\frac{A_{VMD}}{A_{VMC}}\right) \tag{5.25}$$

f (Hz)	G	G (dB)	RRMC (dB)
40	0.022	-33.12	120.30
100	0.022	-33.29	120.44
400	0.029	-30.69	117.92
1000	0.055	-25.24	112.31
1500	0.078	-22.18	109.26
2000	0.099	-20.09	107.14
2500	0.115	-18.81	105.66
3000	0.125	-18.04	104.77

Tabla 5.6: Caracterización en Modo Común del amplificador

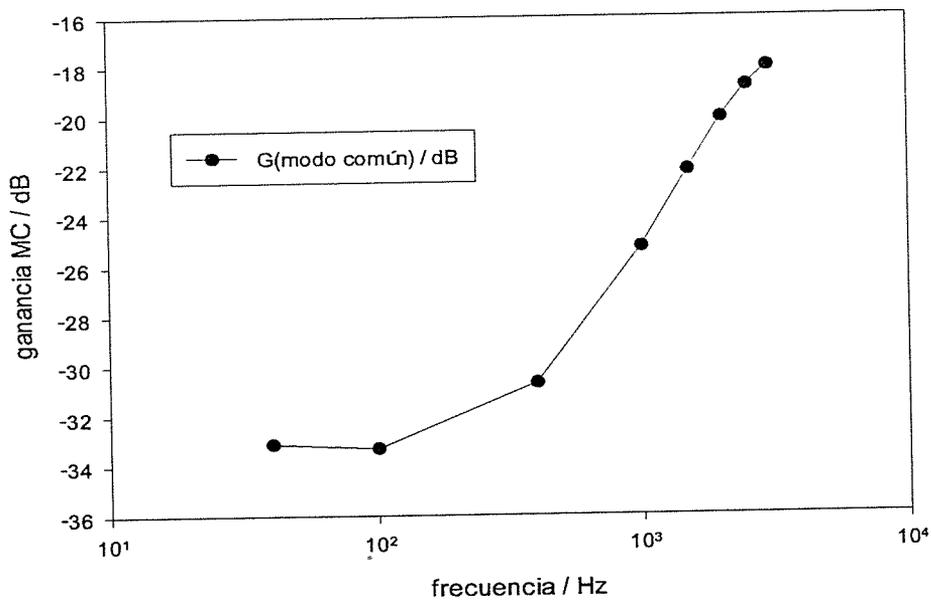


Figura 5.11: Transferencia medida del amplificador. Ganancia en Modo Común

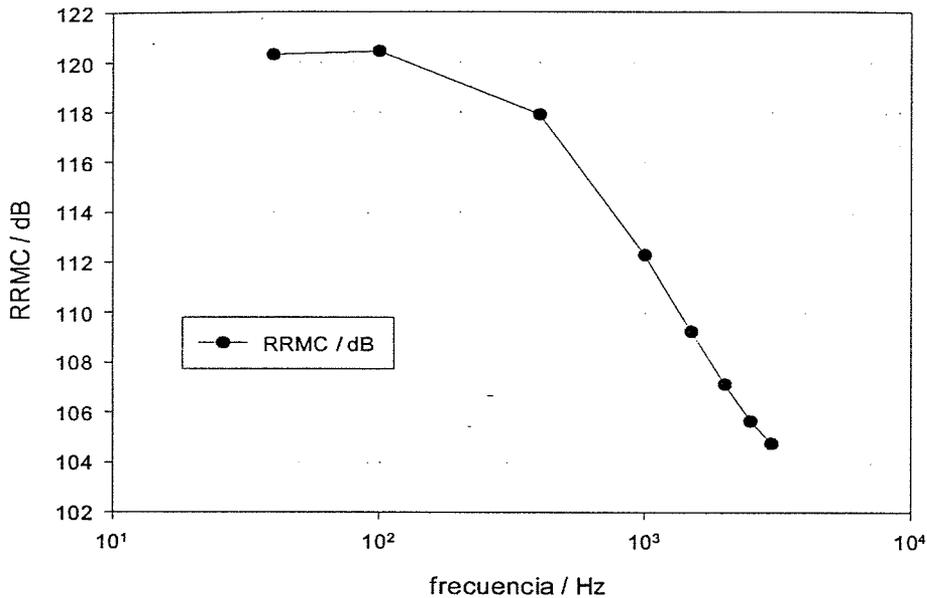


Figura 5.12: Relación de Rechazo de Modo Común

## 5.8. Compensación por desplazamiento en la fase

### 5.8.1. Diseño de la red R-C

Una de las características a cumplir es que el amplificador debe preservar la fase de la señal que es aplicada a su entrada. El desplazamiento que éste produce se puede ver en la Figura 5.10. Este desplazamiento se pone de manifiesto en los resultados al descomponer la señal según lo descrito en la sección 5.6. Por lo tanto se requirió realizar el mismo desplazamiento de fase sobre la señal de referencia. Para dicho propósito se diseñó una red R-C con la ayuda del programa de simulación SPICE. La misma se presenta en la Figura 5.13

El desplazamiento en la fase que esta red produce y su error de ganancia se muestran en la Figura 5.14 y los valores en la Tabla 5.7. Dichos valores fueron medidos con el sistema descrito en este Capítulo. También se presentan resultados de una simulación realizada con el programa SPICE.

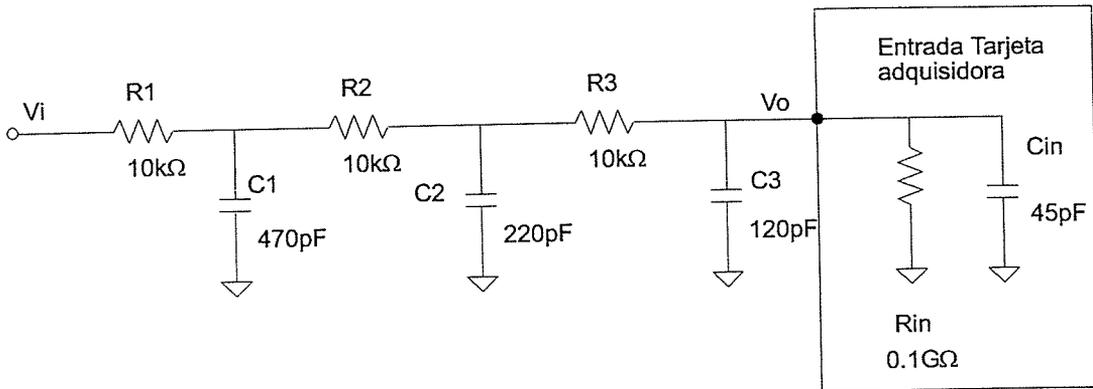


Figura 5.13: Red RC de desplazamiento de fase

f (Hz)	Vi (V)	Vo (V)	G	fase (°)
40	1.00	1.00	1.000	-0.16
100	1.00	1.00	0.999	-0.39
400	1.00	1.00	0.999	-1.61
1000	1.00	0.99	0.995	-4.00
1500	1.00	0.99	0.990	-6.03
2000	1.00	0.98	0.984	-7.96
2500	1.00	0.97	0.975	-9.99
3000	1.00	0.96	0.964	-11.94

Tabla 5.7: Transferencia de la Red R-C

### 5.8.2. Resultados de la simulación

En la Figura 5.15 se presentan los resultados obtenidos en simulaciones realizadas, para obtener los valores de los componentes, con el programa SPICE.

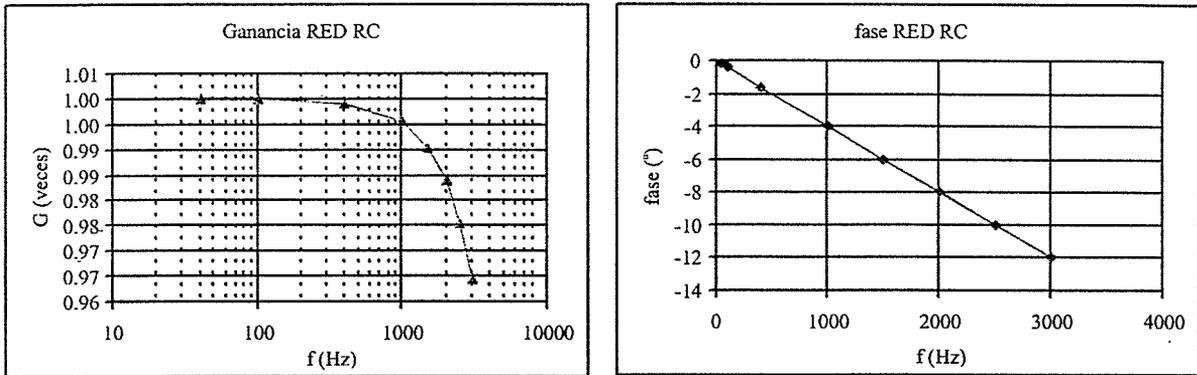


Figura 5.14: Ganancia y Fase de la Red R-C. Resultados de la medición

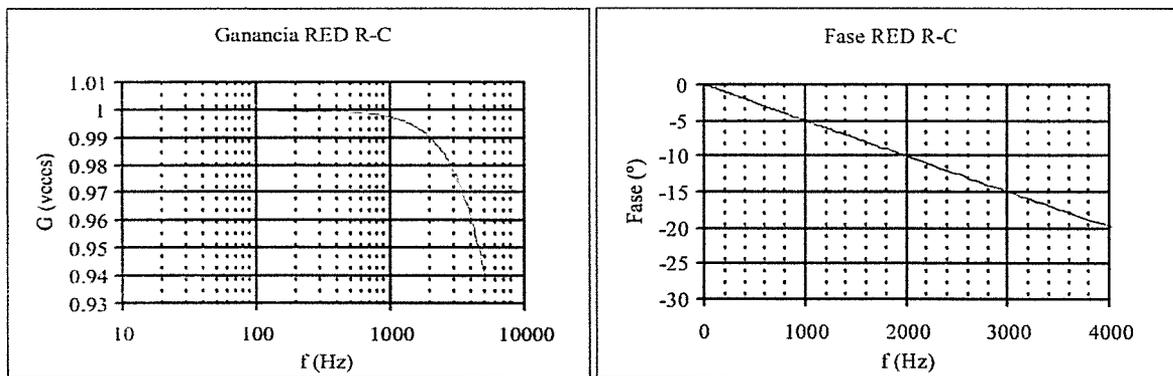


Figura 5.15: Ganancia y Fase de la Red R-C. Resultados de la simulación

### 5.8.3. Error de fase

Con estos resultados se puede calcular cual es el error que se comete en fase comparando estos últimos con los datos obtenidos para el amplificador. En la Tabla 5.8 se resumen los valores obtenidos.

f (Hz)	fase (grados)		error de fase (grados)
	Amplificador	Red R-C	
40	2.10	-0.16	2.26
100	0.29	-0.39	0.69
400	-2.86	-1.61	-1.25
1000	-4.84	-4.00	-0.84
1500	-5.75	-6.03	0.28
2000	-8.49	-7.96	-0.53
2500	-8.92	-9.99	1.07
3000	-13.47	-11.94	-1.53

*Tabla 5.8: Error de fase. Este error surge de restar la columna 3 menos la columna 2*

### Mediciones realizadas

Una vez caracterizada la red R-C y viendo que produce aproximadamente el mismo desplazamiento en fase que el amplificador, se realizó una medición tomando a la señal de salida de la red como señal de referencia. Los resultados obtenidos son los que se muestran en la Tabla 5.9

Según los resultados que se muestran en la Tabla 5.9 se logró disminuir el error por desplazamiento en la fase a  $\approx \pm 1.5^\circ$  dentro del ancho de banda de trabajo.

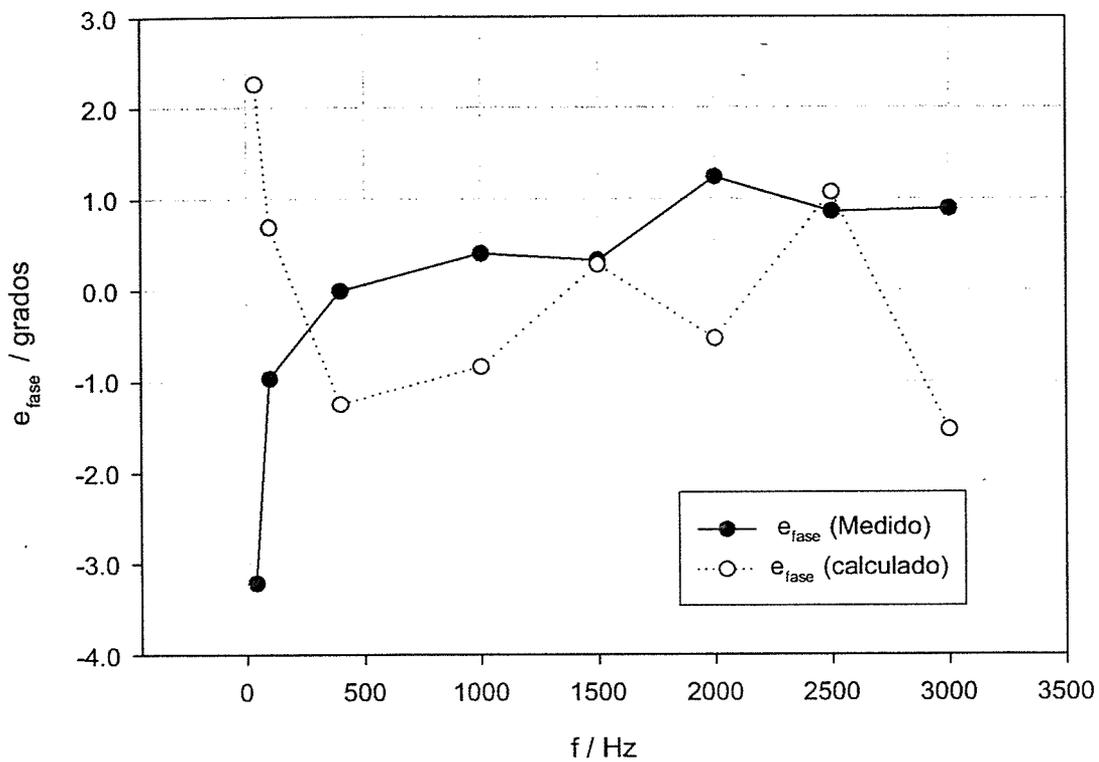


Figura 5.16: Error de fase calculado a partir de la resta de la medición de la salida del amplificador sin compensar en fase, menos el atraso en fase que produce la red R-C. Error de fase medido compensando al amplificador con la misma red R-C

f (Hz)	fase (grados)	
	medida	calculada
40	-3.21	2.26
100	-0.97	0.69
400	-0.01	-1.25
1000	0.40	-0.84
1500	0.33	0.28
2000	1.24	-0.53
2500	0.86	1.07
3000	0.89	-1.53

*Tabla 5.9: Error de fase. Medida sobre el sistema amplificador mas red R-C y calculado a partir de la resta de las columnas 2 y 3 de la Tabla 5.8*

## 5.9. Conclusiones

Se desarrolló un amplificador de bajo nivel se señal del tipo Lock-In para ser utilizado en sistemas de medición tipo puente en corriente alterna, que reúne las siguientes características presentadas en la Tabla 5.10.

Característica	Valor	Observaciones
Ganancia	22563	@ 1000 Hz
RRMC	120 dB	@ 50 Hz
Ancho de Banda	40 a 2000 Hz	
Error de Ganancia	< 1.9 %	entre 50 Hz y 2 kHz
Error de fase	< 1.25 °	entre 50 Hz y 2 kHz

*Tabla 5.10: Características generales del amplificador*

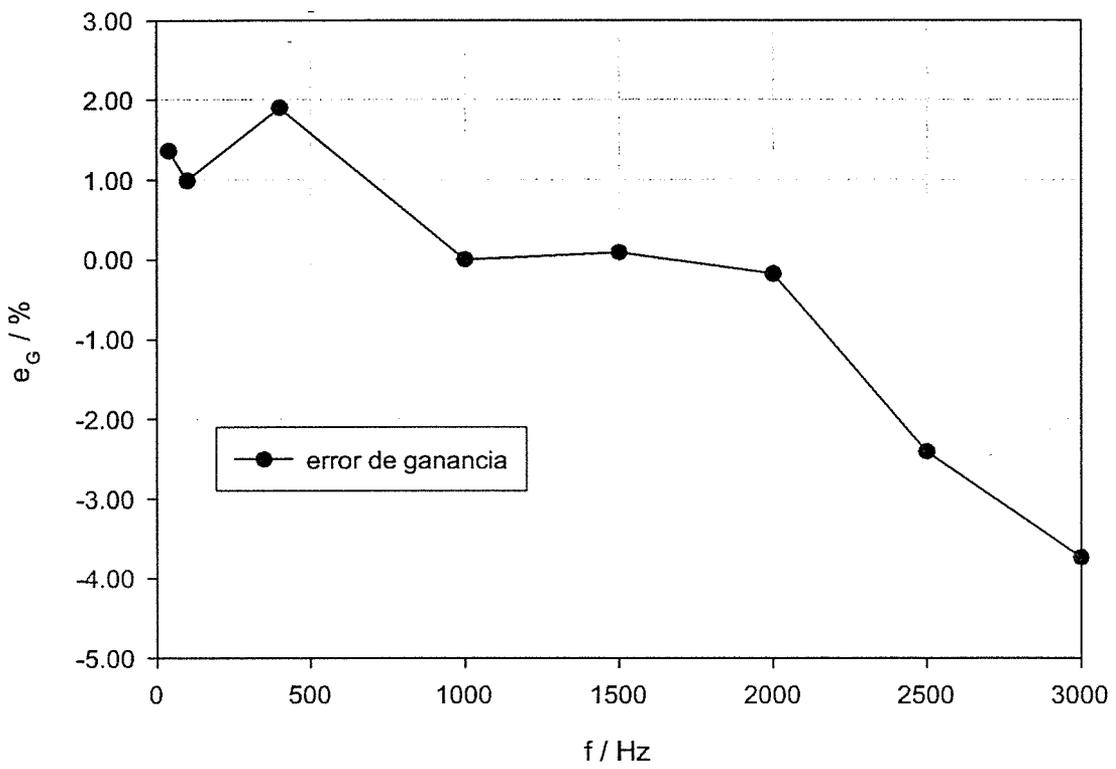


Figura 5.17: Error de ganancia,  $e_G$ , del amplificador porcentual referido a la ganancia a  $f = 1 \text{ kHz}$

## 5.10. Fotografías

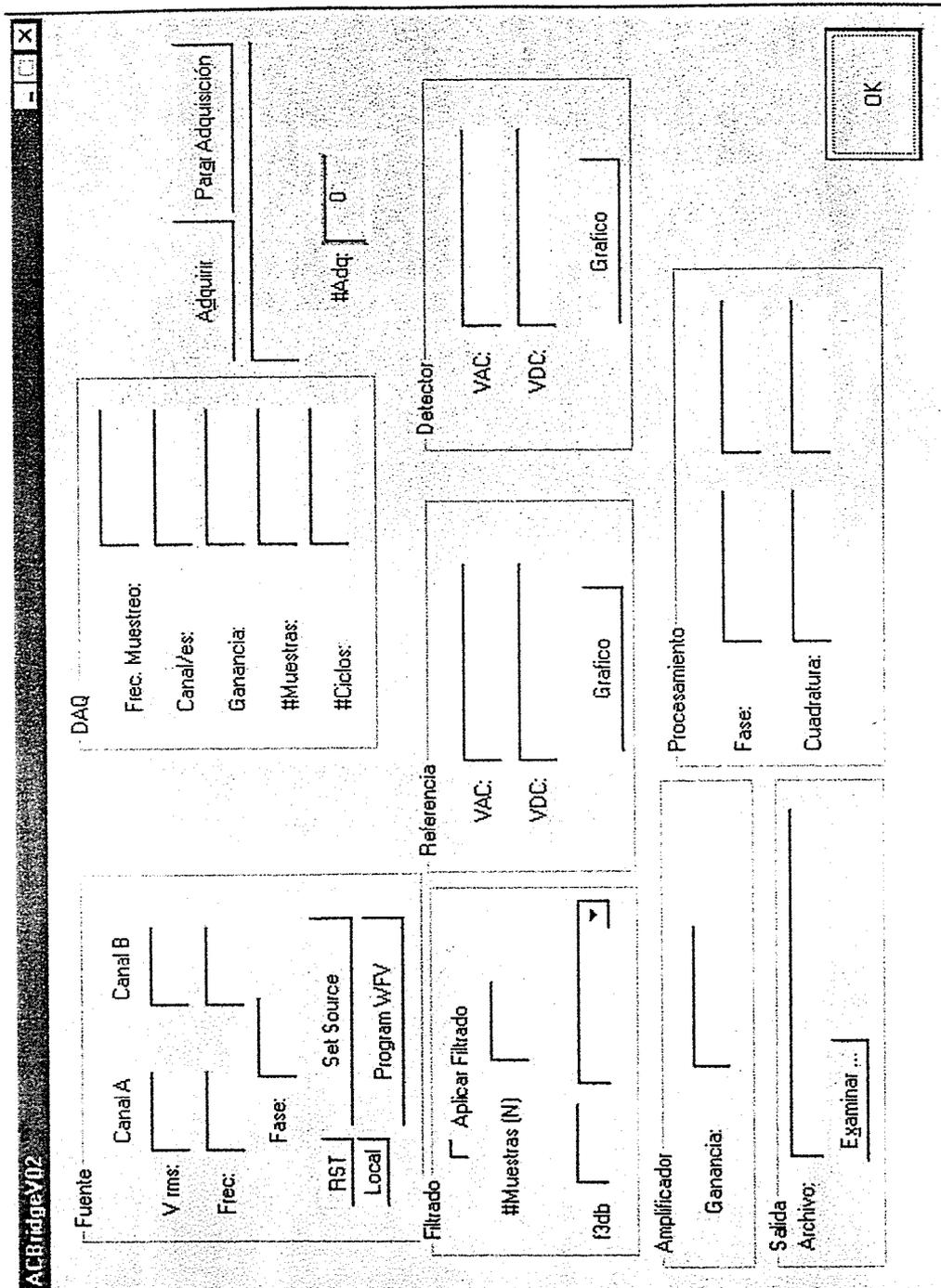
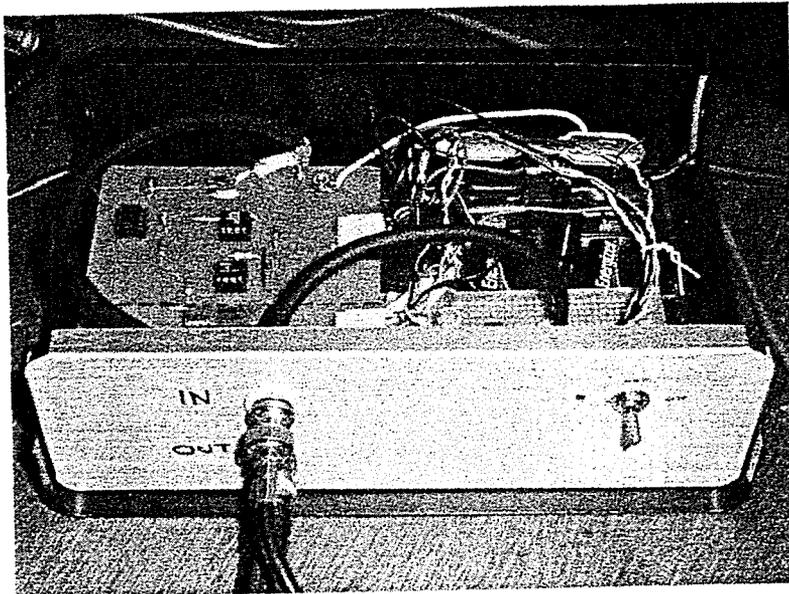
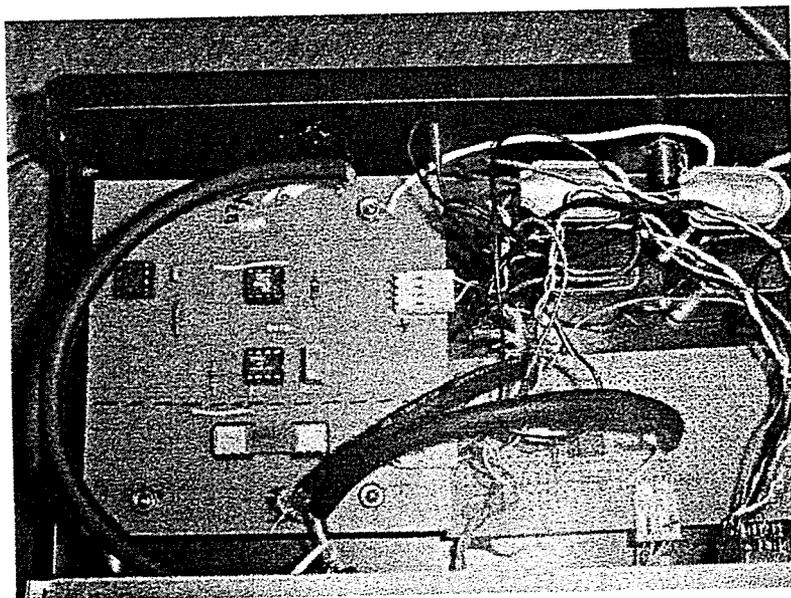


Figura 5.18: Interfaz al usuario del programa Lock-In desarrollado



Fotografía 5.1: Amplificador



Fotografía 5.2: Vista superior del amplificador

# Bibliografía

- [1] Analog Devices AD620 DataSheet.
- [2] Burr-Brown Coporation, OP77 DataSheet.
- [3] Burr-Brown Corporation, “AC Coupling Instrumentation and Difference Amplifiers”, Application Boletin 008A, August 1991,
- [4] ISO120G DataSheet, Burr-Brown Corporation.
- [5] Ron Mancini, “Op Amps for EveryOne - Design Reference”, Texas Instruments, Advance Analog Products, SLOD006A, September 2001.
- [6] “AC Coupling Instrumentation and Difference Amplifiers”, Burr-Brown Application Bulletin, AB-0008A, August 1991.
- [7] Paul R. Gray, Paul J. Hurst, Stephen H. Lewis and Robert G. Meyer, “Analysis and Design of Analog Integrated Circuits”, 4<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [8] Texas Instruments, “Feedback Amplifier Analysis Tools”, Mixed Signal Products, SLOA017A, March 2001.
- [9] Sedra / Smith, “Microelectronics Circuits”, fourth edition, Oxford University Press, 1998.
- [10] Manual Lock-In Amplifier SR850, Stanford Research Systems.

- [11] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schaffer, "DISCRETE-TIME SIGNAL PROCESSING", Prentice Hall Signal Processing Series, Alan V. Oppenheim Series Editor, 1989.
- [12] E. Oran Brigham, "THE FAST FOURIER TRANSFORM AND ITS APPLICATIONS", Prentice Hall Signal Processing Series, Alan V. Oppenheim, Series Editor, 1988.
- [13] K. Sam Shanmugan and Arthur M. Breipohl, "Random Signals: Detection, Estimation and Data Analysis", John Wiley & Sons, 1988.
- [14] "SPICE Users' Manual"

# Capítulo 6

## Divisor de tensión binario

### 6.1. Introducción

En el sistema puente propuesto, una de las ramas del mismo está constituida por un sistema divisor de tensión. Al ser la excitación del mismo una señal senoidal alterna se utilizará como elemento de división: un divisor de tensión inductivo. Este tipo de divisor de tensión presenta ciertas ventajas sobre un divisor de tensión resistivo a señales alternas, como ser: (a) una mejor respuesta en frecuencia, (b) baja impedancia de salida (que es de algunos ohm), (c) no dependencia de la división con la temperatura, y (d) el grado de exactitud que se puede alcanzar para la división. Además, para conocer la constante de tiempo de resistores se necesita de un sistema de división de tensión que posea bajo corrimiento de ángulo de fase, como es el caso de utilizar divisores de tensión inductivos, donde se puede lograr tener corrimientos del orden de los microradianes. El divisor de tensión inductivo que se desarrolló y que se describirá en este capítulo es del tipo binario y controlado por computadora a través de una interface GPIB $\Leftrightarrow$ Paralelo. La elección de un divisor binario se basó en que: (i) es mas simple de realizar, (ii) es mas facil de automatizar, (iii) minimiza los errores de división y (iv) posee otras ventajas que serán profundizadas en este capítulo.

## 6.2. Divisores de tensión inductivos (IVDs)

Los divisores de tensión inductivos son dispositivos especialmente diseñados para poder dividir una tensión de entrada a valores deseados cambiando la relación de espiras. Es básicamente un autotransformador, ver Figura 6.1, donde la tensión de salida  $V_2$ , en el caso ideal, se obtiene como la tensión  $V_S$  multiplicada por la relación de espiras  $N_2/(N_1 + N_2)$ .

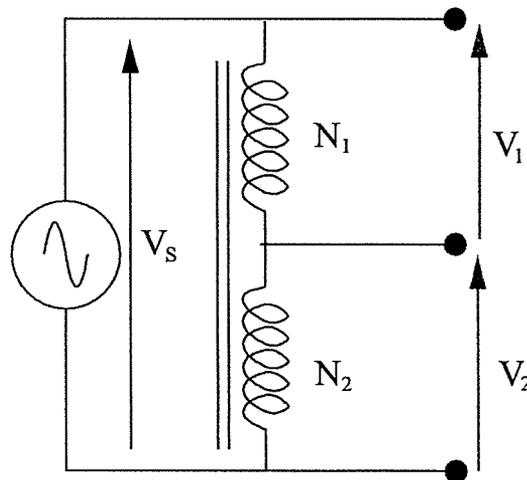


Figura 6.1: Divisor Inductivo de Tensión de una etapa

$$\frac{V_2}{V_S} = \frac{N_2}{N_{Total}} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \quad (6.1)$$

$$V_2 = V_S \frac{N_2}{N_1 + N_2} \quad (6.2)$$

Combinando varios de estos dispositivos se pueden alcanzar divisiones o pasos de división tanto como las necesidades lo requieran. Esta división se puede conseguir con una alta exactitud, mejor a  $1 \times 10^{-6}$ .

### 6.2.1. Tipos de divisores de tensión

De acuerdo a su núcleo magnético se pueden caracterizar como:

1. Divisores de tensión de un solo núcleo
2. Divisores de tensión de doble núcleo

En los siguientes párrafos se describirá brevemente cada uno de ellos, enumerando sus ventajas y desventajas.

### 6.2.2. Divisores de tensión de un solo núcleo

Estos divisores son bobinados sobre un solo núcleo de material ferromagnético. Generalmente se bobina un solo devanado y se obtienen las distintas salidas sobre la  $n$ -ésima espira que corresponda a la relación de división deseada, ver Figura 6.2. La cantidad total de espiras depende de varios factores, entre los cuales se encuentran el ancho de banda, la impedancia de entrada que se quiere obtener y la máxima tensión de entrada deseada. El esquema es similar al mostrado en la Figura 6.1.

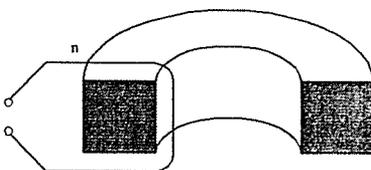


Figura 6.2: Forma de construcción de divisor inductivo de tensión de un solo núcleo

### Errores en divisores de tensión de un solo núcleo

La tensión de salida de los divisores de tensión inductivos suele definirse como [10]:

$$\frac{V_n}{V_i} = D + \epsilon = D + (\alpha + j\beta) \quad (6.3)$$

donde,  $V_n$  es la tensión de la  $n$ -ésima salida,  $V_i$  es la tensión de entrada,  $D$  es la relación de división,  $\alpha$  y  $\beta$  son la parte real e imaginaria del error.

El error se debe, principalmente, a cuatro factores:

1. Desigualdades de las inductancias de dispersión en todos los bobinados
2. Desigualdades de las resistencias de los alambres de los bobinados
3. La carga interna debida a las admitancias de los distintos bobinados
4. Desigualdades en la cantidad de flujo magnético,  $\Phi$ , concatenado por los distintos bobinados.

En un modelo de baja frecuencia las admitancias internas se pueden despreciar, por lo que un modelo circuital equivalente para el divisor es el mostrado en la Figura 6.3.

La relación de división se puede expresar en función de la impedancia media,  $Z_M = \frac{Z_1 + Z_2}{2}$  (por simplicidad se utilizará  $Z_1$  y  $Z_2$  para representar la impedancia de cada bobinado):

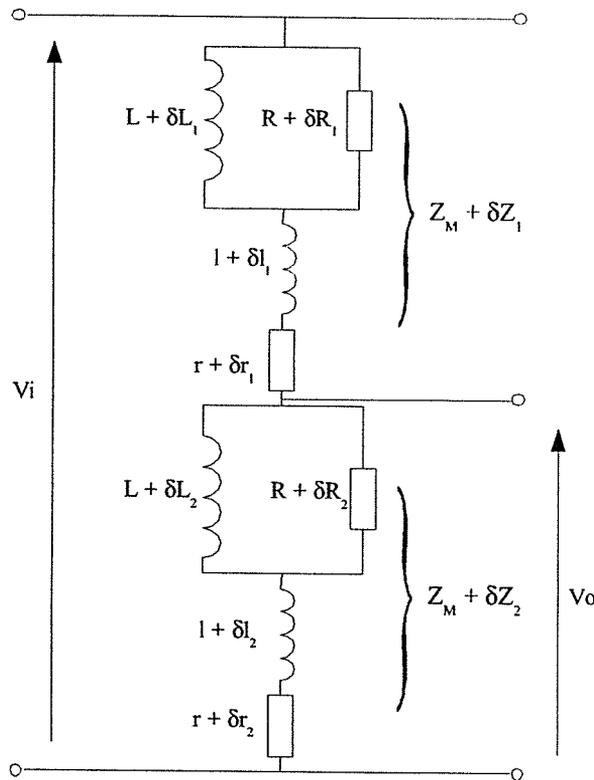
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_M + \delta Z_2}{Z_M + \delta Z_2 + Z_M + \delta Z_1} \quad (6.4)$$

dado que,  $\sum_{i=0}^N \delta Z_i = 0$ , la ecuación (6.4) se transforma en la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{V_o}{V_i} &= \frac{(Z_M + \delta Z_2)}{2Z_M} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\delta Z_2}{2Z_M} \end{aligned} \quad (6.5)$$

donde,  $\delta Z_n$  es la dispersión de las impedancias de los distintos bobinados respecto de  $Z_M$ .

Desarrollando la ecuación (6.5) de forma de expresar la impedancia de los distintos bobinados en función de las resistencias e inductancias de dispersión, según desarrollaron



$Z_M$ : impedancia media total.

$\delta Z_i$ : desviación en el valor de la impedancia media total del bobinado  $i$ .

$L$ : inductancia media total.

$\delta L_i$ : desviación en el valor de la inductancia media total del bobinado  $i$ .

$R$ : resistencia total representando las pérdidas sobre el núcleo.

$\delta R_i$ : desviación en el valor de la resistencia de pérdidas,  $R$ , del bobinado  $i$ .

$l$ : inductancia media de dispersión total.

$\delta l_i$ : desviación en el valor de la inductancia media de dispersión del bobinado  $i$ .

$r$ : resistencia media total de los alambres.

$\delta r_i$ : desviación en el valor de la resistencia media,  $r$ , del bobinado  $i$ .

Figura 6.3: Circuito equivalente de baja frecuencia de un divisor de tensión inductivo de un solo núcleo

Hill, et. al. [5, 6], y Homan, et. al. [7], se puede mostrar que la relación de división de tensión se puede escribir como:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\delta l_n}{L} + \frac{\delta r_n}{R} + k_1 \frac{\delta L_n}{L} + k_2 \frac{\delta R_n}{R} + j\omega \left( \frac{\delta l_n}{R} - \frac{\delta r_n}{\omega^2 L} - k_3 R \delta L_n + k_3 L \delta R_n \right) \right] \quad (6.6)$$

donde

$$k_1 = \frac{R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$k_2 = \frac{\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$k_3 = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Reagrupando la ecuación (6.6) y expresando el término del error,  $\Delta_n$  en términos de la entrada, éste se puede escribir como:

$$\Delta_n = \left( \frac{\delta l_n}{2L} + \frac{\delta r_n}{2R} \right) + j\omega \left( \frac{\delta l_n}{2R} - \frac{\delta r_n}{2\omega^2 L} \right) + \left( k_1 \frac{\delta L_n}{2L} + k_2 \frac{\delta R_n}{2R} \right) - j\omega k_3 \left( \frac{R \delta L_n}{2} - \frac{L \delta R_n}{2} \right) \quad (6.7)$$

Es importante notar que: observando la ecuación (6.7) se aprecia que si los apartamientos del valor medio de la impedancia ( $\delta Z$ ) respecto del valor medio es cero, el error de división es cero.

### 6.2.3. Divisores de tensión de doble núcleo

Los divisores de doble núcleo reducen los errores de vacío que aparecen en los de un solo núcleo. En estos se agrega un bobinado auxiliar que actúa como bobinado de excitación para los bobinados de exactitud, estos últimos son utilizados para obtener la relación

de división. En la Figura 6.4 se presenta un esquema de construcción de este tipo de divisores. En ella se puede ver que el bobinado auxiliar es arrollado sobre un primer núcleo, mientras que los bobinados de exactitud son arrollados sobre los dos núcleos.

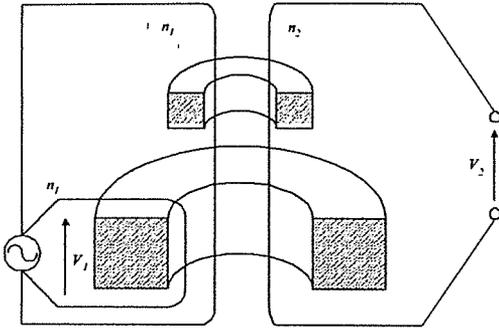


Figura 6.4: Esquema de construcción de un transformador de doble núcleo

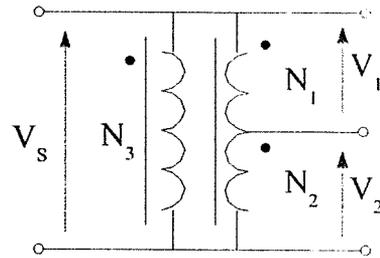
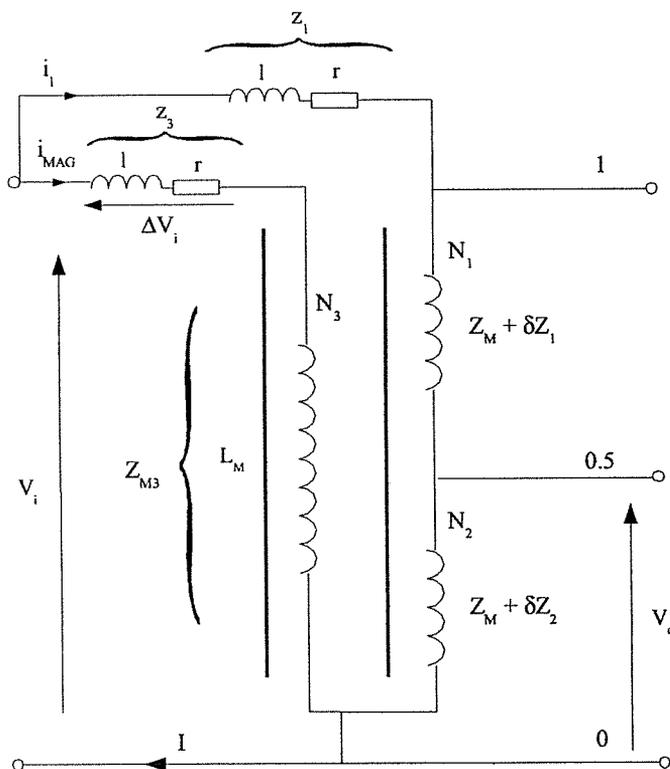


Figura 6.5: Divisor de tensión de doble núcleo

La cantidad de espiras del bobinado auxiliar,  $N_3$  (ver. Fig. 6.5), debe ser la misma que la suma de las espiras del bobinado 1 y el bobinado 2,  $N_1 + N_2 = N_3$  y debe ser conectado a la misma tensión, tal como se muestra en la Figura 6.5.

Un diagrama de baja frecuencia se muestra en la Figura 6.6 donde  $V_i$  es la tensión de entrada,  $V_o$  es la tensión de salida,  $Z_M$  representa la impedancia de magnetización media del bobinado de exactitud,  $\delta Z_1$ ,  $\delta Z_2$  representa valores de dispersión desde el valor  $Z_M$ ,  $Z_3$  representa la impedancia de magnetización del bobinado auxiliar,  $z_3$  y  $z_1$  representan a la impedancia de dispersión del bobinado auxiliar y del bobinado de exactitud, respectivamente.

El tema de divisores de tensión de doble núcleo ha sido desarrollado por varios autores [1, 2, 7] y otros. Observando el modelo del divisor de un sólo núcleo, ver Figura 6.3, los errores son causados por las caídas de tensión que se desarrollan sobre las impedancias de dispersión de los distintos bobinados. Una manera de disminuir este error es disminuir la corriente que circula por los mismos, esto se logra con el agregado de un bobinado auxiliar denominado "bobinado de magnetización". Gran parte de la corriente de magnetización,  $I = i_{MAG} + i_1$  con  $i_1 \ll i_{MAG}$  (ver Figura 6.6), circula por este bobinado y por los demás



- $Z_M$ : impedancia de magnetización media total del bobinado de exactitud
- $\delta Z_i$ : desviación en el valor de la impedancia  $Z_M$  del bobinado  $i$
- $Z_{M3}$ : impedancia de magnetización del bobinado auxiliar
- $z_3$ : impedancia de dispersión del bobinado auxiliar
- $z_1$ : impedancia de dispersión del bobinado de exactitud

Figura 6.6: Diagrama de baja frecuencia para un divisor de tensión de doble núcleo

bobinados solo circula una pequeña corriente,  $i_1$ , que suele ser varios órdenes de magnitud menor debido al elevado valor de la impedancia  $Z_M$ . La corriente  $i_1$  esta dada por,

$$i_1 = \frac{\Delta V_i}{z_1 + Z_M + \delta Z_1 + Z_M + \delta Z_2} = \frac{\delta V_i}{z_1 + 2Z_M} \quad (6.8)$$

$$\text{con } \Delta V_i = i_{MAG} \cdot Z_3 = \frac{z_3}{(z_3 + Z_3)} V_i.$$

La tensión de salida,  $V_o$  es,

$$\begin{aligned} V_o &= i_1 (Z_M + \delta Z_2) + \frac{N_2}{N_3} (V_i - \Delta V_i) \\ &= \left[ \frac{z_3}{(z_3 + Z_3)} \frac{(Z_M + \delta Z_2)}{(z_1 + 2Z_M)} + \frac{N_2}{N_3} - \frac{z_3}{(z_3 + Z_3)} \frac{N_2}{N_3} \right] V_i \end{aligned} \quad (6.9)$$

como, en este caso  $N_3 = N_1 + N_2$  y  $N_1 = N_2 \Rightarrow N_2/N_3 = 1/2$ . En la práctica se consigue  $z_i \ll Z_i$ , por lo tanto, la relación  $V_o/V_i$  puede ser expresada por,

$$\begin{aligned} \frac{V_o}{V_i} &= \frac{z_3}{Z_3} \left( \frac{1}{2} + \frac{\delta Z_2}{2Z_M} \right) + \frac{1}{2} - \frac{z_3}{Z_3} \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\delta Z_2}{2Z_M} \cdot \frac{z_3}{Z_{M3}} \end{aligned} \quad (6.10)$$

De esta forma, el error expresado en la ecuación (6.5) se ve afectado por la relación entre las impedancias de dispersión y de pérdidas sobre el núcleo del bobinado de magnetización,  $z_3/Z_{M3} \ll 1$ , y así se consigue disminuir el error en vacío en la relación de división de tensión.

### 6.3. Descripción

El sistema inductivo de división de tensión eléctrica que se propone está basado en el trabajo desarrollado por Ramm et. al. [8] que es un sistema mixto de 24 bits de resolución,

compuesto por un divisor inductivo de tensión de 12 bits y de un conversor digital-a-analógico (DAC) tipo R-2R de 12 bits utilizado como divisor de tensión resistivo. Ambos combinados de tal forma que los 12 bits mas significativos (MSB) sean conformados por el divisor inductivo y los 12 bits menos significativos (LSB) sean conformados por el DAC.

Los divisores binarios presentan ventajas sobre sistemas de división por décadas, entre las cuales se encuentran: la facilidad de automatización del mismo por medio de una computadora o microcontrolador, la mayor exactitud que se alcanza en las relaciones de división dado que cada bobinado divide por la mitad y la menor cantidad de bobinados para alcanzar las mismas relaciones de división que en un divisor por décadas (esta reducción suele ser de aproximadamente un 37%).

En nuestro caso el divisor es equipado con una tarjeta GPIB y por medio de ella es conectado a una computadora personal donde se ejecuta un programa que permite seleccionar la relación de división.

La elección de esta configuración mixta se basa en que el sistema posee una gran cantidad de contactos para conmutar los distintos bobinados y si los 24 bits fueran inductivos se estaría aumentando el error en la división por la influencia de la resistencia de los contactos, debido a que se hubieran utilizado 24 relays en lugar de los 12 utilizados.

Un esquema del divisor se puede ver en la Figura 6.7. Los dos divisores son conectados para obtener la resolución pretendida ( $2^{-24}$ ) eligiendo la combinación adecuada de números de espiras, de tal forma que el bit mas significativo (MSB) del DAC corresponda a  $V_i/2^{13}$  y el bit menos significativo (LSB) corresponda a  $V_i/2^{24}$ . La tensiones de salida de ambos divisores son sumadas por un tercer transformador, que además cumple la función de disminuir la impedancia de salida del DAC.

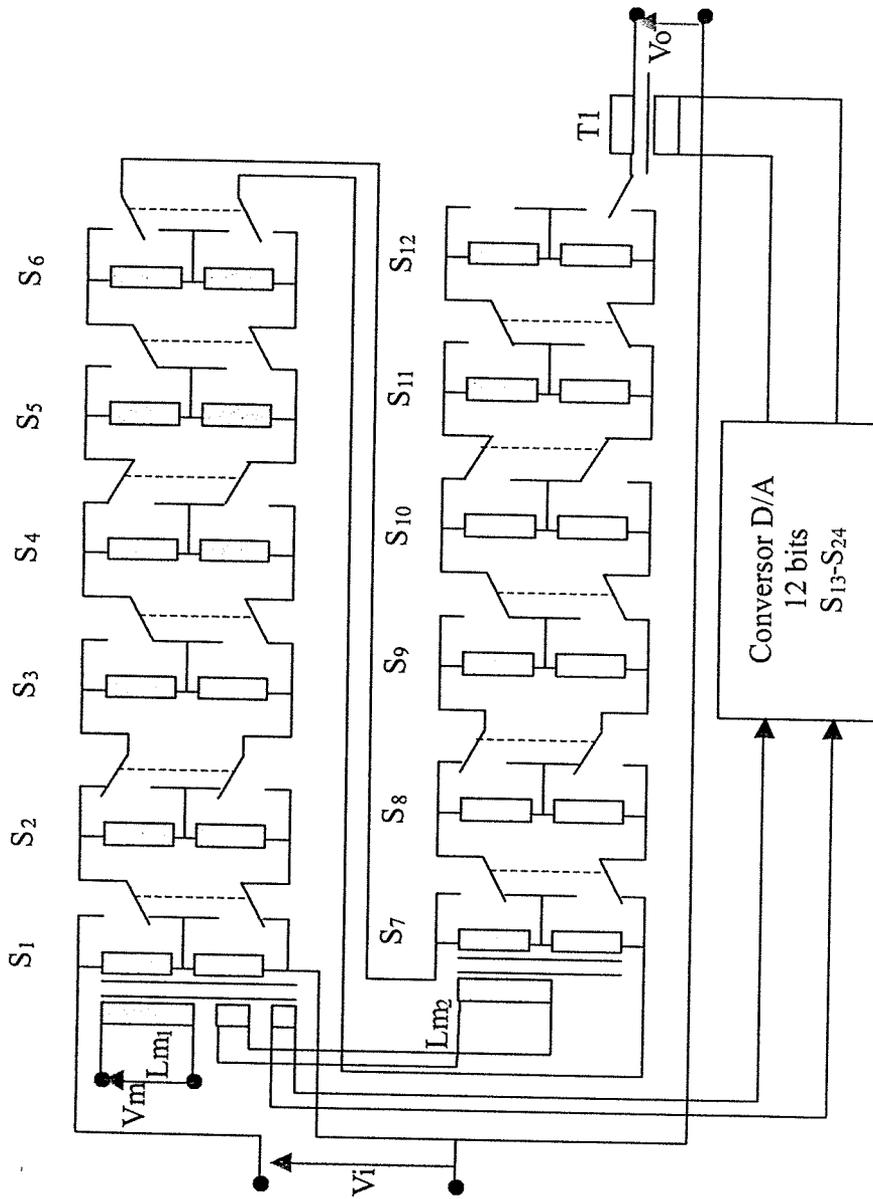


Figura 6.7: Esquema del Divisor Inductivo Binario

## 6.4. Diseño

### 6.4.1. Divisor Inductivo

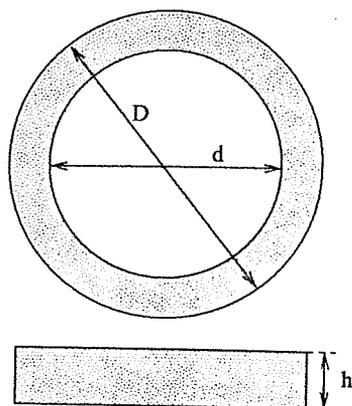
Para alcanzar la exactitud requerida, se diseñó un divisor de doble núcleo con materiales de alta permeabilidad y de forma toroidal por su propiedad *astática*, es decir, tiene muy poco flujo disperso y por lo tanto es poco influenciado por campos externos. Para conseguir los 12 bits de resolución se desarrollaron dos divisores iguales de 6 bits de resolución cada uno, utilizando un núcleo de UltraPerm 10 de  $2,17 \text{ cm}^2$  de sección y un núcleo de muMetal 0,2 mm de  $1,95 \text{ cm}^2$  de sección para cada divisor. Al ser el primero de mayor sección se lo utilizó para bobinar el bobinado de magnetización y así poder conseguir una mayor tensión de entrada, dejando el otro núcleo para el bobinado de exactitud.

#### Bobinado de magnetización

Para el bobinado de magnetización se eligió un núcleo de forma toroidal de material ULTRAPERM 10, de sección igual a  $2,17 \text{ cm}^2$ . Éste material posee una permeabilidad,  $\mu \approx 100000$  para una frecuencia de 50 Hz. En la Figura 6.8 se muestra un corte del núcleo y en la tabla 6.1 datos de sus dimensiones.

El bobinado de magnetización debe tener el mismo número de espiras que el primer bobinado de exactitud. Se eligió para el bobinado de exactitud comenzar con 256 espiras. Esta elección se debe a:

1. Que la última etapa no sea de una espira. Por la distribución del flujo en el núcleo. Se suele realizar una espira, bobinando 10 en un sentido y 9 en el contrario para concatenar el flujo distribuido en el núcleo.
2. Un mayor número de espiras aumentaría las capacidades parásitas, no alcanzándose los requerimientos de exactitud, ni de ancho de banda.



Dimensión	valor
D	84,2 mm
d	58,8 mm
h	33,8 mm

Figura 6.8: Dimensiones del núcleo toroidal de magnetización

Tabla 6.1: Dimensiones del núcleo de magnetización.

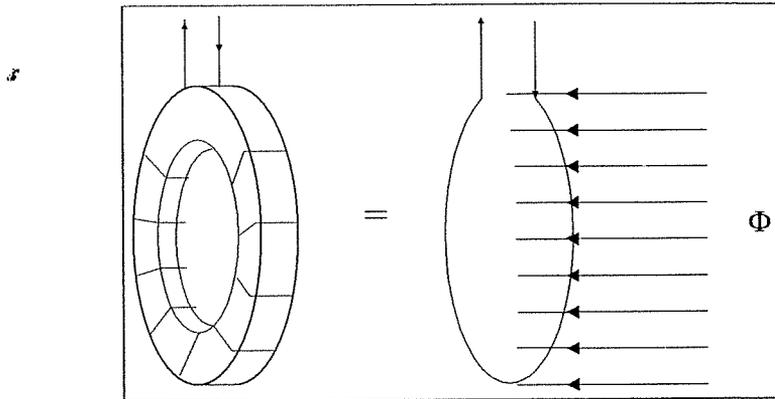
El bobinado de magnetización fue arrollado uniformemente sobre todo el núcleo toroidal con el fin de cubrir toda la sección del mismo. De esta forma los extremos del alambre quedan adyacentes.

Hay que tener en cuenta que al terminar con los extremos adyacentes se describe una espira adicional que yace sobre el plano del toroide, que tiene un diámetro igual al diámetro medio de núcleo. Lo que hace que se genere un flujo de campo en sentido perpendicular al plano del toroide (ver Figura 6.9<sup>1</sup>) y como consecuencia hay una disminución en la astaticidad del bobinado, lo cual es indeseable.

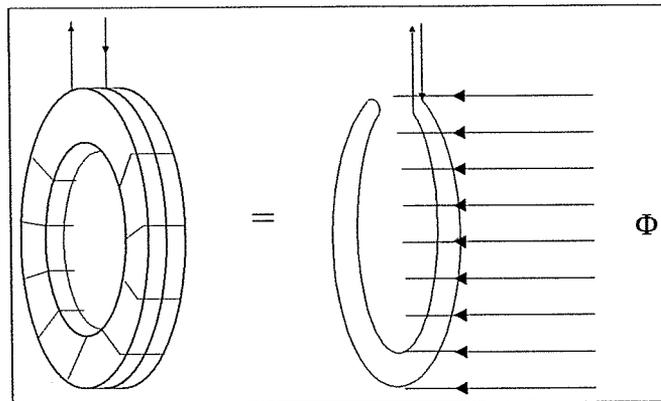
Para evitar el mencionado problema, se realiza una espira sobre el toroide en sentido contrario al sentido de arrollamiento del bobinado principal, denominada *espira de retroceso*, comenzando desde el extremo final y terminando en el extremo inicial del bobinado, de esta forma el flujo que esta espira genera tiene sentido contrario al anterior y así conseguir que el flujo total indeseado sea mínimo y por lo tanto mantener el sistema astático (ver Figura 6.10)<sup>2</sup>. No obstante, dado que esta espira de retroceso no sigue el camino medio del toroide, es posible que se genere un pequeño flujo o que se concatene un flujo externo. Para una mayor descripción de estos temas ver Referencia [3], de donde se obtuvo parte

<sup>1</sup>Dibujo tomado de la Referencia [3]

<sup>2</sup>Dibujo tomado de la Referencia [3]



*Figura 6.9: Bobinado sobre un núcleo toroidal sin espira de retroceso. Se puede ver como el flujo,  $\Phi$ , es concatenado por la espira formada por todo el arrollamiento alrededor del núcleo del material gráfico presente en este capítulo.*

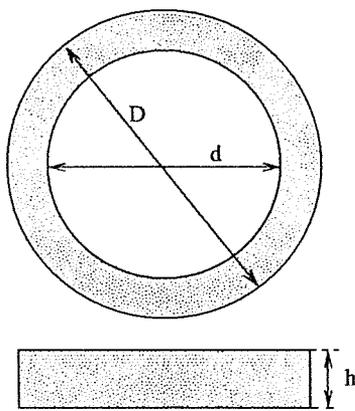


*Figura 6.10: Bobinado sobre un núcleo toroidal con espira de retroceso. Se puede ver como el flujo,  $\Phi$ , no es totalmente concatenado por la espira*

Además del bobinado de magnetización, sobre este núcleo es arrollado un segundo bobinado,  $N_{aux}$ , cuya función es suministrar energía a la segunda etapa de división. La cantidad de espiras de este bobinado debe ser igual a la cantidad de espiras de la última etapa de división, que es igual a 4 espiras, por lo tanto  $N_{aux} = 4$  espiras. Este bobinado se conecta al bobinado de magnetización ( $L_{m2}$ ) del segundo núcleo (ver esquema en la Figura 6.7 en la página ~82).

## Bobinados de exactitud

Los distintos bobinados de exactitud son arrollados sobre los dos núcleo, de forma como se muestra en la Figura 6.4. Cada bobinado tiene  $2^i + 2^i$  espiras con  $i = 2 \dots 7$  de tal forma de alcanzar los 6 bits de resolución. El segundo núcleo utilizado es de material muMetal de 0,2 mm de espesor de la cinta. Sus dimensiones se muestran en la Tabla 6.2 y un dibujo de su geometría en la Figura 6.11



Dimensión	valor
D	70 mm
d	43 mm
h	17 mm

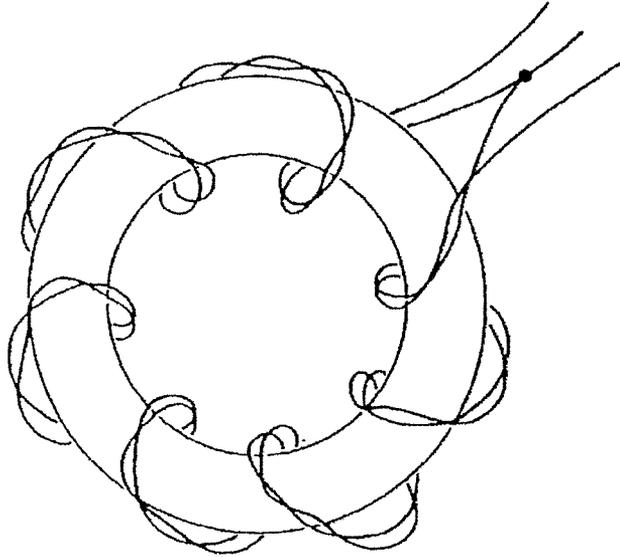
Figura 6.11: Dimensiones del núcleo toroidal de exactitud

Tabla 6.2: Dimensiones del núcleo de exactitud.

El tipo de arrollamiento utilizado fue el bifilar de relación 1:1. Con este tipo de arrollamiento se consigue: que los dos alambres concatenen el mismo flujo, que cubran al núcleo de la misma forma y en el mismo lugar, que la inductancia mutua sea pequeña, la simetría en la geometría asegura una simetría en los efectos capacitivos y la relación de división que se consigue es una de las mas exactas, típicamente el error en fase es de algunas partes en  $10^9$  en audio frecuencia (cabe aclarar que no es así para el error en cuadratura el cual es algunos ordenes de magnitud superior al anterior), lo cual lo hace más que apto para esta aplicación. Para realizarlo, el par de alambres, provenientes del mismo rollo, son trenzados de manera uniforme y firme, y luego bobinados uniformemente sobre los núcleos, como se muestra en la Figura 6.12<sup>3</sup>. Más información sobre esta técnica puede

<sup>3</sup>Dibujo tomado de la Referencia [3]

encontrarse en la Referencia [3].



*Figura 6.12: Esquema de realización de un bobinado en forma bifilar*

Se realizaron dos divisores utilizando el procedimiento descrito anteriormente. Cada uno de ellos representa 6 bits. Los mismos son conectados en cascada, obteniéndose así los primeros 12 bits del divisor de tensión. En la Tabla 6.3 se muestran los datos de cada uno de los bobinados.

### **Elección del alambre**

En este párrafo se describirá como se dimensionó y como se eligió el alambre. Según los trabajos realizados por Hill et. al. [4, 5] encontró los mejores resultados cuando se utiliza alambre del mismo rollo. Por ende, la recomendación es utilizar alambre de un mismo rollo, dado que con esto se puede garantizar que el material fue tratado de la

Bobinado (bits)	Espiras	Long. espira media	Long. alambre
1(7)	128+128	14,2 cm	18 m
2(8)	64+64	16 cm	10,24 m
3(9)	32+32	15,5 cm	5 m
4(10)	16+16	16 cm	2,56 m
5(11)	8+8	16 cm	1,28 m
6(12)	4+4	17 cm	0,68 m

*Tabla 6.3: Número de espiras, longitud de espira media y longitud del alambre de las dos etapas de división inductivas,  $2^{-12}$*

misma manera en el proceso de fabricación y por lo tanto es más homogéneo que utilizar alambre de distintas partidas o rollos. La resistividad es la misma en cualquier tramo, y su aislación también, asegurando que el término  $\delta r$ , ver ecuación (6.7), sea pequeño y aproximadamente igual en los distintos bobinados del divisor inductivo.

Para determinar el diámetro del alambre se utilizaron las especificaciones geométricas del núcleo a utilizar y el procedimiento descrito en el manual de los núcleos [11], ver Figura 6.8 y Tabla 6.1 en donde se muestran las especificaciones del núcleo de magnetización. De los resultados obtenidos el diámetro máximo que es posible utilizar es de  $\varnothing 0,8$  mm. Siguiendo el mismo procedimiento para los núcleos donde se bobinarán los bobinados de exactitud, este diámetro máximo resultó ser igual a  $\varnothing 0,6$  mm. Por lo tanto el alambre elegido para los distintos bobinados es el de diámetro igual a  $\varnothing 0,6$  mm.

#### 6.4.2. Divisor Resistivo

Los 12 bits menos significativos del divisor están conformados por un convertidor Digital/Analógico (DAC) del tipo R-2R de 12 bits utilizado como divisor de tensión. La tensión de entrada al convertidor proviene desde el primer núcleo donde se realizó un arro-

llamamiento especial para esta función de 64 espiras, que corresponde a dividir por  $2^2 = 4$ . Por lo tanto el valor de esta tensión es:

$$V_{i_{DAC}} = \frac{V_i}{2^2} \quad (6.11)$$

con  $V_i$  la tensión de entrada al divisor. La tensión de salida del DAC,  $V_{o_{DAC}}$ , es sumada a la tensión de salida del divisor inductivo por medio de un transformador de inyección, de 1024 espiras, haciendo pasar una espira desde el divisor inductivo por este transformador (ver. Figura 6.7), esto corresponde a dividir la  $V_{o_{DAC}}$  por  $2^{10} = 1024$ , por lo tanto la tensión sumada a la salida del divisor inductivo es:

$$V_{DAC} = \frac{V_{o_{DAC}}}{2^{10}} \quad (6.12)$$

Con este arreglo, el bit mas significativo del DAC corresponde a dividir la tensión total de entrada al divisor por  $2^{13}$  y el bit menos significativo corresponde a dividir la tensión de entrada al divisor por  $2^{24}$ , como muestra la siguiente ecuación:

$$V_o = \frac{V_i}{2^2 \cdot 2^{DAC} \cdot 2^{10}} \quad (6.13)$$

donde,  $DAC$  es la configuración de los 12 bits del DAC y  $V_o$  es la tensión de salida del transformador de inyección. De esta manera se consiguió obtener un divisor de tensión de 24 bits con una resolución de  $6 \times 10^{-8}$ .

El transformador de inyección fue bobinado en un núcleo toroidal de las mismas dimensiones y características que el núcleo donde se bobinaron los devanados de exactitud, ver Figura 6.11 y Tabla 6.2. Además de esta función, este transformador disminuye por su relación de transformación la impedancia de salida del DAC, que suele ser de unas decenas de ohm y como consecuencia de ello, la impedancia de salida del divisor se mantiene en un bajo valor, con la mayor contribución al valor de la misma por parte de los distintos bobinados del divisor inductivo.

Un diagrama en bloques simplificado del divisor resistivo y su conexión con el divisor inductivo se muestra en la Figura 6.13

## 6.5. Ajuste del error de ganancia del conversor D/A

El error de ganancia del DAC puede ser debidamente ajustado. Este método de ajuste consiste en conectar la máxima tensión de salida del DAC ( $V_i/2^{12} - V_i/2^{24}$ ), en oposición con la mínima tensión de salida posible del divisor de tensión inductivo binario ( $V_i/2^{12}$ ) y luego ajustar la componente real de la tensión diferencia a  $V_i/2^{24}$ .

## 6.6. Control por computadora

El divisor esta equipado con una tarjeta GPIB  $\Leftrightarrow$  Paralelo de 40 bits, por medio de la cual es conectado a una computadora personal, donde se ejecuta un programa que permite controlar al divisor. El programa permite seleccionar la relación de división deseada, en representación decimal o binaria. La Figura 6.14 en la página siguiente muestra la interfaz al usuario de este programa.

Para poder comandar el divisor, los distintos bobinados son interconectados por medio de relés electromecánicos doble inversores, de tipo *con retención*, es decir, para accionar los contactos solo es necesario la aplicación de un pulso de tensión sobre la bobina correspondiente. Los relés poseen dos bobinas, una de ellas cierra los contactos y la otra los abre, por lo tanto es necesario utilizar 2 bits para comandar un solo relé. Los distintos relés son conectados a 24 bits de la salida binaria de la tarjeta GPIB. El conversor Digital/Analógico, que conforma los 12 bits menos significativos, es conectado a otros 12 bits de la salida de esta tarjeta. Un diagrama en bloques simplificado se presenta en la Figura 6.15

Los relés a utilizar en esta aplicación deben de poseer una baja resistencia de contacto. Si su resistencia es elevada pueden introducir errores adicionales en la división de la tensión de entrada, especialmente en los últimos bits los menos significativos, donde la cantidad de espiras es baja. En esta primera etapa se utilizaron relés que poseen una resistencia

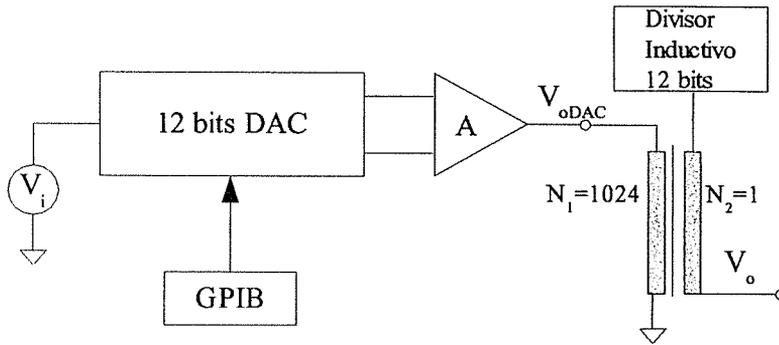


Figura 6.13: Diagrama en bloques simplificado del divisor resistivo, compuesto por un convertor Digital/Analógico de 12 bits y una etapa de amplificación de  $G=1$ .

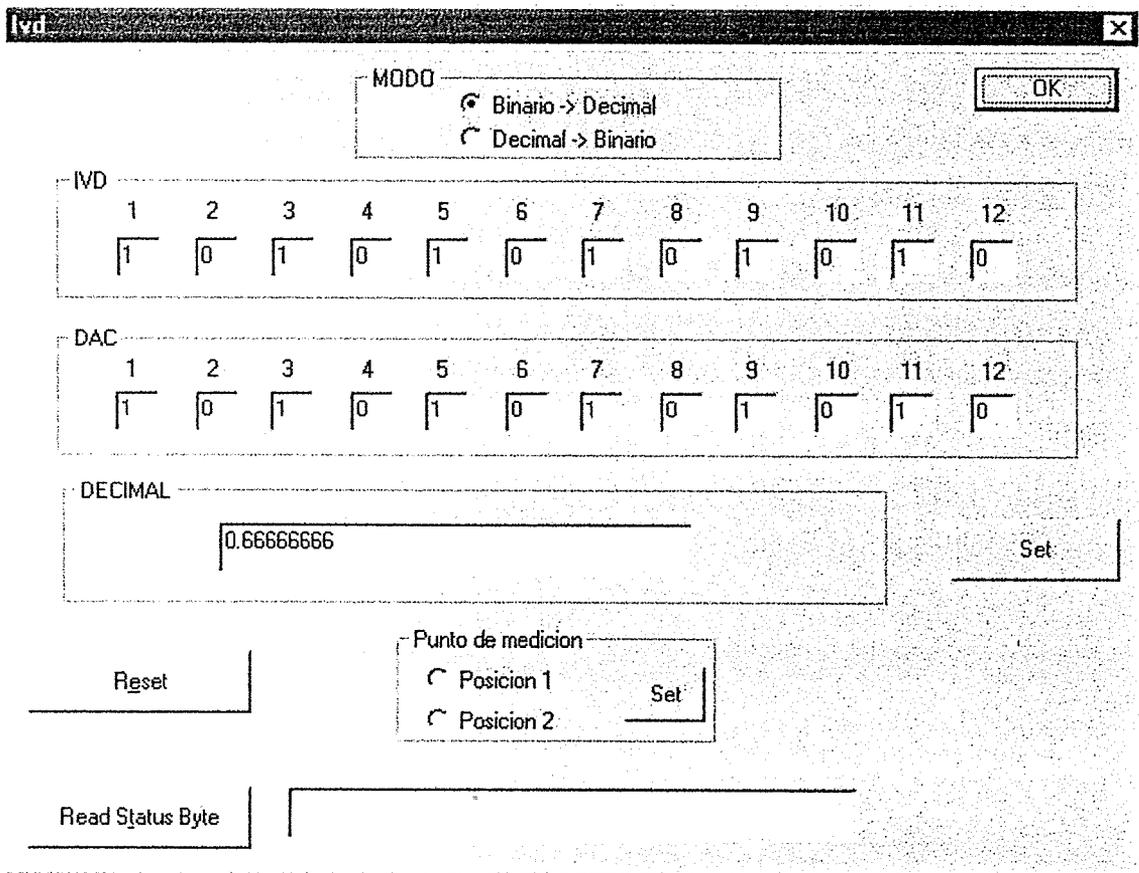


Figura 6.14: Interfaz al usuario del programa de control del BIVD

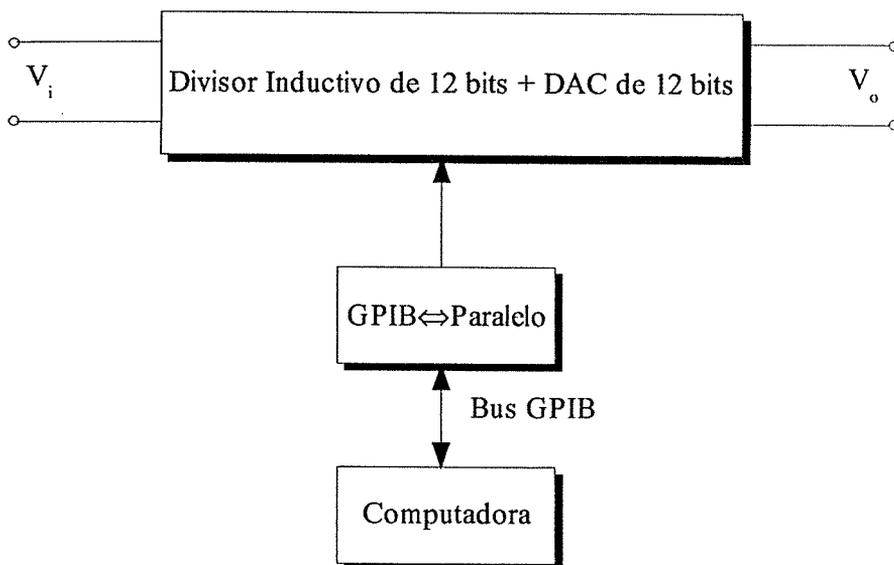


Figura 6.15: Diagrama en bloques simplificado del divisor binario

de contacto de  $\approx 50 \text{ m}\Omega$ .

## 6.7. Mediciones y Caracterización

Con el fin de caracterizar al divisor, conocer su exactitud en la división de tensión, su corrimiento en fase, su impedancia de entrada y su impedancia de salida se realizaron varias mediciones. El instrumento utilizado para tal fin fue un puente L-C-R, marca Agilent, modelo 4263 arrojando los resultados que se presentan a continuación.

### 6.7.1. Impedancia de entrada

Primero se midió la impedancia del bobinado de magnetización de cada uno de los núcleos, de esta manera se pudo determinar cual de ellos es utilizado como primer etapa de división (bits 1 a 6) y cual es utilizado como segunda etapa de división (bits 7 a 12). Para esta medición se utilizó el puente L-C-R mencionado, utilizando para obtener los resultados

el modelo paralelo para la impedancia a ser medida. En la Tabla 6.4 se muestran datos correspondientes a dos frecuencias (los demás datos se encuentran en el Apéndice C).

f	V	Núcleo A		Núcleo B	
		LP	GP	LP	GP
100 Hz	50 mV	20.980 H	484.160 $\mu$ S	9.054 H	33.560 $\mu$ S
	100 mV	2.855 H	488.500 $\mu$ S	9.249 H	36.033 $\mu$ S
	250 mV	4.373 H	373.130 $\mu$ S	9.758 H	40.409 $\mu$ S
	500 mV	5.663 H	320.150 $\mu$ S	10.411 H	44.532 $\mu$ S
	1 V	6.840 H	278.120 $\mu$ S	11.400 H	49.232 $\mu$ S
1 kHz	50 mV	0.836 H	154.500 $\mu$ S	7.001 H	22.773 $\mu$ S
	100 mV	0.899 H	161.300 $\mu$ S	7.028 H	22.812 $\mu$ S
	250 mV	1.089 H	169.980 $\mu$ S	7.023 H	22.846 $\mu$ S
	500 mV	1.358 H	169.800 $\mu$ S	7.041 H	22.921 $\mu$ S
	1 V	1.733 H	162.080 $\mu$ S	7.087 H	23.076 $\mu$ S

**Tabla 6.4:** Impedancia del bobinado de magnetización de los núcleos del divisor binario de tensión

De los datos obtenidos se puede apreciar que el bobinado del núcleo A es que tiene menor impedancia, por lo que éste es utilizado como primer etapa en el divisor. En caso contrario cargaría a los bobinados anteriores y aumentaría el error de exactitud en la división de tensión. Por lo que la distribución queda: primera etapa el núcleo denominado A y segunda etapa el núcleo denominado B.

Una vez determinada la forma de conexión de los núcleos A y B, se armó el divisor de tensión y se volvió a medir la impedancia de entrada. Los resultados obtenidos son los presentados en la Tabla 6.5.

f	V	LP	GP
100 Hz	50mV	2.260 H	468 $\mu$ S
	100mV	3.103 H	433 $\mu$ S
	250mV	4.885 H	360 $\mu$ S
	500mV	6.480 H	309 $\mu$ S
	1V	7.965 H	268 $\mu$ S
1 kHz	50mV	0.937 H	155 $\mu$ S
	100mV	1.013 H	161 $\mu$ S
	250mV	1.237 H	169 $\mu$ S
	500mV	1.578 H	169 $\mu$ S
	1V	2.079 H	161 $\mu$ S

Tabla 6.5: Impedancia de entrada. Divisor de tensión

### 6.7.2. Impedancia de salida

La impedancia de salida del divisor resultó en su máximo valor de  $\approx 1 \Omega$  lo cual es uno de los valores pretendidos a lograr. Es importante que los divisores posean una baja impedancia de salida para que puedan ser considerados como fuentes de tensión “ideales”. Además de esta forma se elimina el conexionado adicional que requiere el circuito para implementar la “tierra de Wagner” (ver Capítulo 3, sección 3.4 pp. 18).

### 6.7.3. Error de división - Calibración

Para la determinación de los errores en la relación de división se midieron las siguientes relaciones de división:

1. 1/2, 1/4 y 1/8.
2. 0.33333333 y 0.66666666, que representan las combinaciones de bits 010101... y 101010... , respectivamente.

3. todos los bits en 0 y todos los bits en 1.

Para realizar la verificación se siguieron las recomendaciones indicadas en la Referencia [9]. Para realizar la verificación del BIVD, éste fue comparado con un divisor de tensión inductivo decádico patrón.

### Errores en el divisor binario

Los errores de los distintos bits estan dados por la ecuación (6.14).

$$b_n = \frac{V_{Dn} - V_0}{V} \quad (6.14)$$

donde,  $V_{Dn}$  es la diferencia de tensión entre los divisores, ambos con la misma relación de division igual a  $2^{-n}$ ,  $V_0$  es la diferencia de tensión cuando ambos divisores estan configurados en la relación igual a cero y  $V$  es la tensión aplicada a los mismos.

Al ser un divisor binario, importantes errores en la división pueden ocurrir en la transición de los diferentes bits. Por ejemplo, cuando el BIVD es configurado en una relación de división igual a 0.5, que en representación binaria es 1000000..., el bit más significativo (MSB) está en 1 y los demás bits estan en 0, en esta condición la salida es conectada directamente al punto medio del primer bobinado. Reduciendo la relación a 0.5 - 1 LSB, que en representación binaria es 0111111..., el MSB en 0 y los demás bits en 1, la salida es conectada a través de los puntos medios de los distintos bobinados del BIVD. La diferencia de tensión que puede haber entre una configuración y la otra es llamada error por transición de bit,  $e_n$  y es definida por la ecuación (6.15).

$$e_n = \frac{V_{Dn} - V_{LSB} - V_{Ln}}{V} \quad (6.15)$$

donde,  $V_{Ln}$  es la diferencia de tensión medida entre el divisor patrón con la relación  $2^{-n}$  y el BIVD con la relación  $2^{-n} - 1$  LSB y  $V_{LSB}$  es la tensión ideal del LSB.

Los resultados de los ensayos de los primeros 3 bits del BIVD realizados a una frecuencia igual a 400 Hz y una tensión de entrada igual a 1 V se presentan en la Tabla 6.6

D	$b_n (10^{-6})$		$e_n (10^{-6})$	
	fase	cuadratura	fase	cuadratura
	( $\alpha$ )	( $\beta$ )	( $\alpha$ )	( $\beta$ )
0.5	-1.670	1.580	-3.904	-0.050
0.25	0.978	3.420	-0.358	0.025
0.125	0.859	2.815	0.520	-0.121

Tabla 6.6: Errores de los BITS 0, 1, 2 y de la transición obtenidos a una frecuencia de medición igual a 400Hz y tensión de entrada  $V_i = 1V$

Figura 6.16

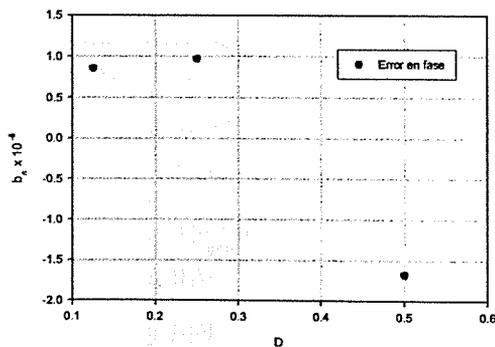


Figura 6.16: Errores de los bits 0, 1 y 2 en fase. Relaciones iguales a 0.5, 0.25 y 0.125 ( $V_g = 1V, f = 400Hz$ ).

Figura 6.17

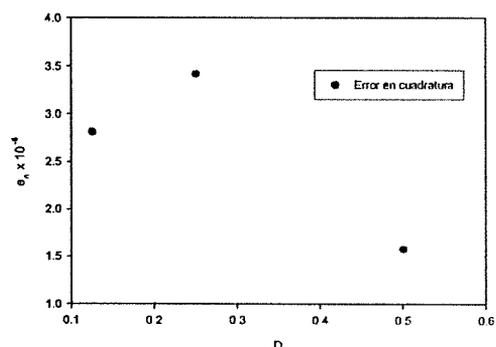


Figura 6.17: Errores de los bits 0, 1 y 2 en cuadratura. Relaciones iguales a 0.5, 0.25 y 0.125 ( $V_g = 1V, f = 400Hz$ ).

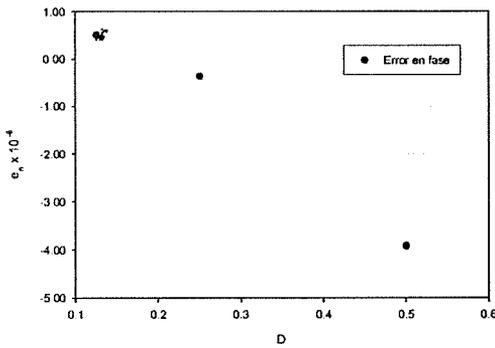


Figura 6.18: Errores en la transición de los bits 0, 1 y 2 en fase. Relaciones iguales a 0.5, 0.25 y 0.125 ( $V_g = 1V, f = 400Hz$ ).

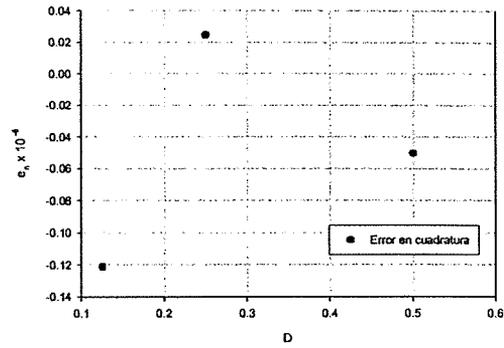


Figura 6.19: Errores en la transición de los bits 0, 1 y 2 en cuadratura. Relaciones iguales a 0.5, 0.25 y 0.125 ( $V_g = 1V, f = 400Hz$ ).

Además de esta frecuencia, también se verificó el BIVD en las frecuencias de  $f=75\text{ Hz}$  y  $f=1000\text{ Hz}$ , siempre con una tensión de entrada de 1 V. La Figura 6.20 muestra el esquema de medición utilizado. También se compararon las relaciones 0.3333333 y 0.6666666, estas son particularmente interesantes dado que en representación binaria son las combinaciones 01010101... y 10101010..., respectivamente. Los resultados se presentan en la Tabla 6.7

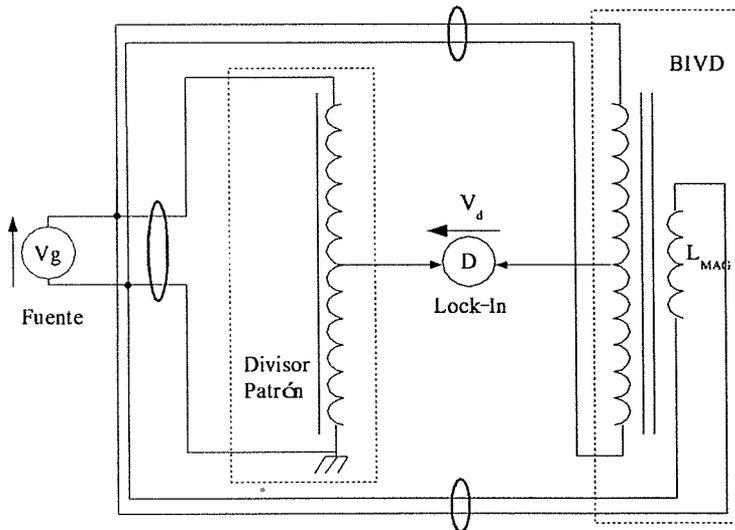


Figura 6.20: Esquema circuital utilizado para la comparación de los divisores inductivos

f (Hz)	D	Errores		D	Errores	
		fase $\alpha$ ( $10^{-6}$ )	cuadratura $\beta$ ( $10^{-6}$ )		fase $\alpha$ ( $10^{-6}$ )	cuadratura $\beta$ ( $10^{-6}$ )
75	0.0	-0.629	-0.454	0.0	-0.629	-0.454
	0.125	0.126	0.507	0.12499994	0.255	0.042
	0.25	-1.349	1.112	0.24999994	-0.331	0.598
	0.33333333	-0.685	0.058			
	0.5	-3.666	-1.898	0.49999994	1.564	-2.362
	0.66666666	-3.222	-0.436			
	1.0	-0.759	-0.282	0.9999999X	-1.380	0.076
400	0.0	-1.105	-0.337	0.0	-1.105	-0.337
	0.125	-0.245	1.713	0.12499994	-0.824	1.774
	0.25	-0.126	2.318	0.24999994	0.173	2.233
	0.33333333	0.230	1.986			
	0.5	-2.776	0.477	0.49999994	1.071	0.467
	0.66666666	-2.463	-1.342			
	1.0	-1.295	1.223	0.9999999X	-0.828	1.278
1000	0.0	-1.360	-0.333	0.0	-1.360	-0.333
	0.125	-0.681	4.559	0.12499994	-2.303	5.257
	0.25	-1.281	5.812	0.24999994	-2.142	6.238
	0.33333333	-1.834	5.413			
	0.5	-4.465	1.707	0.49999994	-0.579	2.783
	0.66666666	-4.581	-3.522			
	1.0	-2.309	3.759	0.9999999X	-2.763	2.790

Tabla 6.7: Errores de división del BIVD respecto al divisor patrón. Medidas a las frecuencias  $f_1 = 75$  Hz,  $f_2 = 400$  Hz y  $f_3 = 1$  kHz y una tensión de entrada  $V_g = 1$  V. También se muestran los errores de transición en el cambio de bits. La incertidumbre es igual a  $\pm 0.5 \times 10^{-6}$  en los errores en fase y  $\pm 5 \mu\text{rad}$  en los errores en cuadratura

La incertidumbre en el error en cuadratura, igual a  $\pm 5 \mu\text{rad}$ , corresponde a una estimación sobre el método utilizado para la comparación de los divisores de tensión. Se está trabajando en el método de calibración por inyección [10] lo cual permitirá en un futuro la re-calibración del divisor de tensión desarrollado con una incertidumbre sensiblemente inferior. La incertidumbre en el error en fase, igual a  $\pm 0.5 \times 10^{-6}$  corresponde al último certificado de calibración del divisor utilizado como patrón.

Las Figuras 6.21 y 6.22 muestran los gráficos de los errores obtenidos como resultado de las mediciones realizadas.

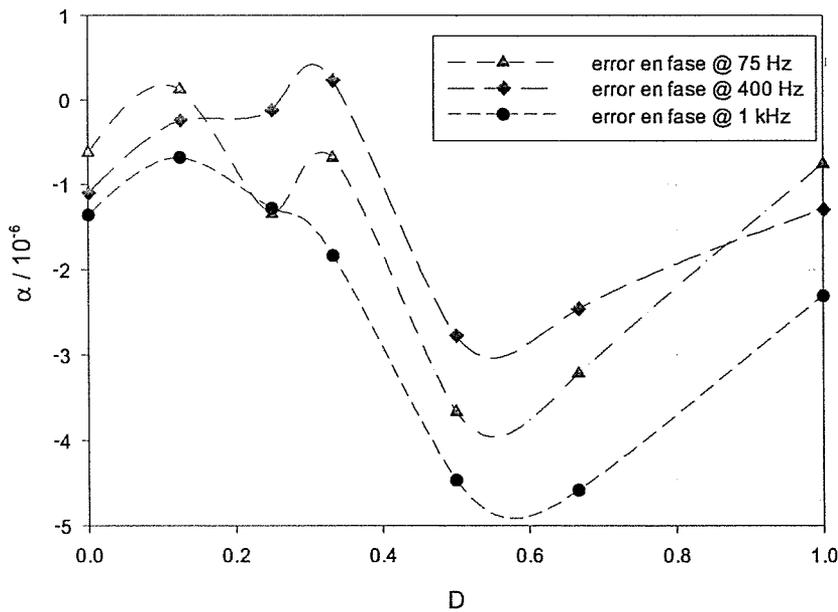


Figura 6.21: Errores en fase en la división ( $\alpha$ ). Con una incertidumbre igual a  $\pm 0.50 \times 10^{-6}$

## 6.8. Conclusiones

Se desarrolló un divisor de tensión inductivo binario controlado por computadora, con las siguientes características principales:

Este divisor puede ser utilizado: (a) en sistemas puentes para la calibración de impe-

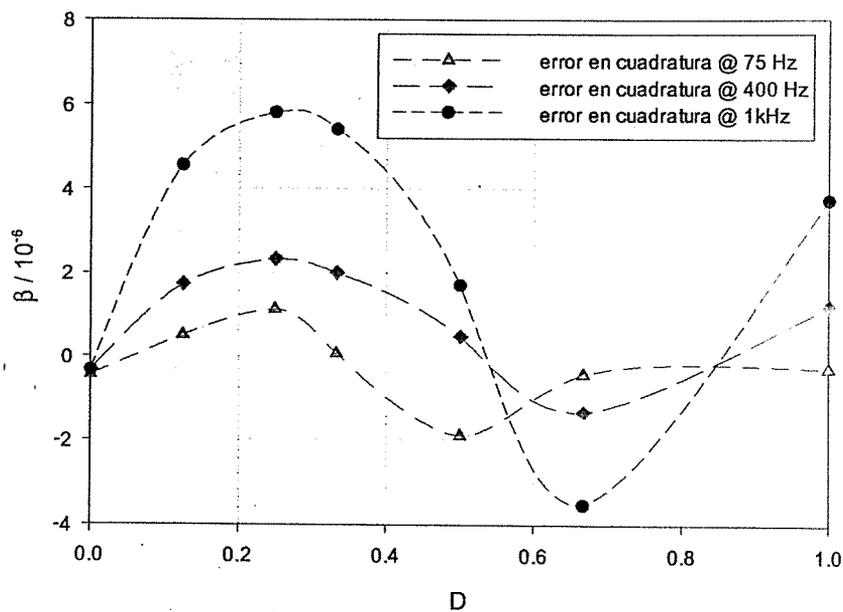


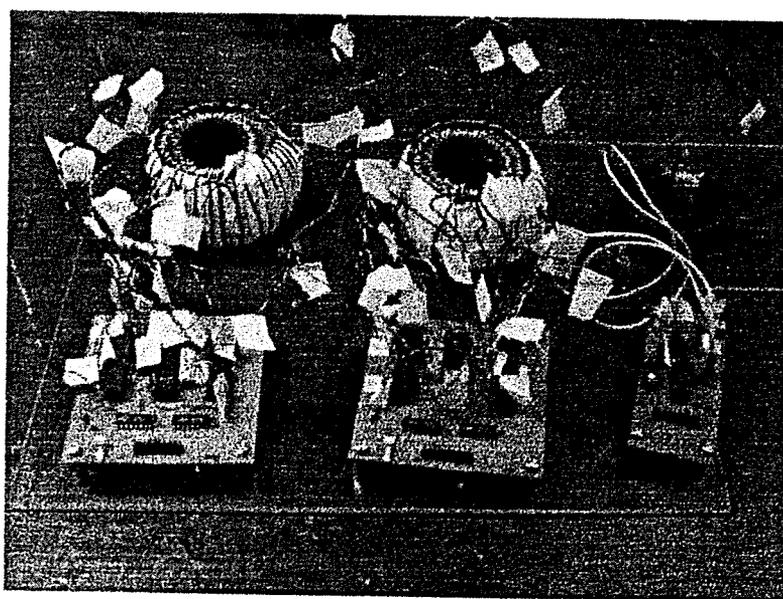
Figura 6.22: Errores en cuadratura en la división ( $\beta$ ). Con una incertidumbre igual a  $\pm 5 \mu\text{rad}$

dancias, (b) como divisor patrón para la verificación de otros sistemas de medición tipo puentes, (c) como divisor patrón para la verificación de otros divisores de tensión inductivos binarios o decádicos.

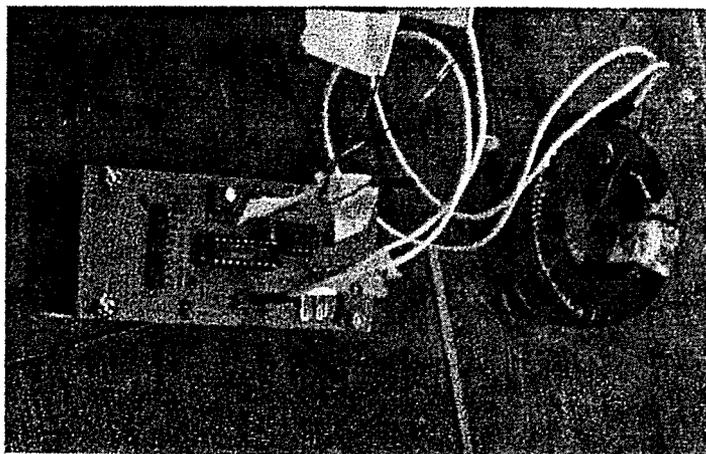
## 6.9. Fotografías



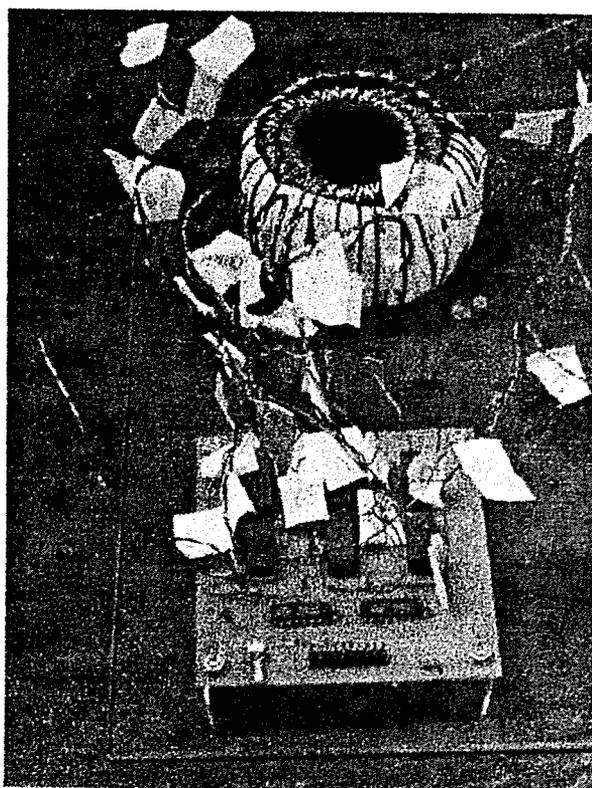
Fotografía 6.1: Fotografía del uno de los núcleos que forman el divisor de tensión



Fotografía 6.2: Divisor de tensión



Fotografía 6.3: Conversor Digital/Analógico



Fotografía 6.4: Núcleos junto con los relays de selección

Característica	Valor
Desvíos	$<  3.7  \times 10^{-6}$ en fase, $<  1.9  \mu\text{rad}$ en cuadratura @ 75 Hz $<  2.8  \times 10^{-6}$ en fase, $<  2.3  \mu\text{rad}$ en cuadratura @ 400 Hz $<  4.6  \times 10^{-6}$ en fase, $<  5.8  \mu\text{rad}$ en cuadratura @ 1 kHz
Impedancia de entrada	$L_i = 6.84 \text{ H} // R_i = 3.6 \text{ k}\Omega$ @ $V_i = 1 \text{ V}$ y $f=100 \text{ Hz}$ $L_i = 1.73 \text{ H} // R_i = 6.2 \text{ k}\Omega$ @ $V_i = 1 \text{ V}$ y $f=1 \text{ kHz}$
Impedancia de salida	1 $\Omega$
Ancho de Banda	50 Hz a 2000 Hz
Máxima tensión de entrada	5 V @ 50 Hz, 100 V @ 1 kHz

*Tabla 6.8: Características del divisor de tensión binario desarrollado*

# Bibliografía

- [1] Wilbur C. Sze and F. Ralph Kotter, "The Design of Near-Perfect Instrument Transformers of Simple and inexpensive Construction", Institute for Basic Standards, National Bureau of Standards, Washington, D.C. 20234.
- [2] Henry P. Hall, "Achieving Fractional-ppm Ratio Precision with Two-Stage Transformers", EID-Electronic Instrumentation, pp. 30-35, February 1972.
- [3] B.P. Kibble and G.H. Rayner, "Coaxial AC Bridges", Adam Hilger Ltd., Bristol, 1984.
- [4] Joseph J. Hill, "An Optimized Design for a Low-Frequency Inductive Voltage Divider", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. IM-21, No. 4, November 1972.
- [5] J. J. Hill, B.Sc., C. Eng., MIEE, and T. A. Deacon, "Theory, design and measurement of inductive voltage dividers", PROC. IEE, Vol. 115, No. 5, May 1968.
- [6] J. J. Hill and T. A. Deacon, "Voltage-Ratio Measurement with a Precision of Parts in  $10^9$  and Performance of Inductive Voltage Dividers", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. IM-17, No. 4, December 1968.
- [7] Donald N. Homan and Thomas L. Zapf, "Two Stage, Guarded Inductive Voltage Divider for Use at 100 kHz", ISA Transactions, Vol. 9, No. 3, 1970.

- [8] Günther Ramm, Reinhold Vollmert, and Hans Bachmair, "Microprocessor - Controlled Binary Inductive Voltage Dividers", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-34, No. 2, pp 335-337, June 1985.
- [9] Svetlana Avramov, Nile M. Oldham, Dean G. Jarrett, and Bryan C. Waltrip, "Automatic Inductive Voltage Divider Bridge for Operation from 10 Hz to 100 kHz", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 42, No. 2, April 1993.
- [10] Wilbur C. Sze, "An Injection Method for Self-Calibration of Inductive Voltage Dividers", NBS Journal of Research 72C, 49 (1968).
- [11] VAC, "Ringbandkerne", Vacuumschmelze GmbH - Hanau, pp.79-90.

# Capítulo 7

## Sistema completo de medición

### 7.1. Introducción

Hasta aquí se ha descrito el sistema puente en forma general, el sistema de detección y procesamiento de señales, y el sistema de división de tensión que se desarrollaron para esta aplicación. En este capítulo se presentará el sistema completo, un análisis de su exactitud, y los resultados a los que se han llegado en la comparación de resistores en corriente alterna realizada entre INTI y PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt - Braunschweig - República Federal de Alemania) durante el mes de Enero del 2003.

### 7.2. Diagrama de conexiones del puente

En el capítulo 4, sección 4.2, se presentó un diagrama general de conexiones en el sistema puente. Acá se presentará este diagrama en forma mas detallada, mostrando las conexiones a realizar para asegurar los niveles de exactitud que se pretenden alcanzar. La Figura 7.1 presenta el diagrama completo de conexión para la comparación de resistores de 5 terminales.

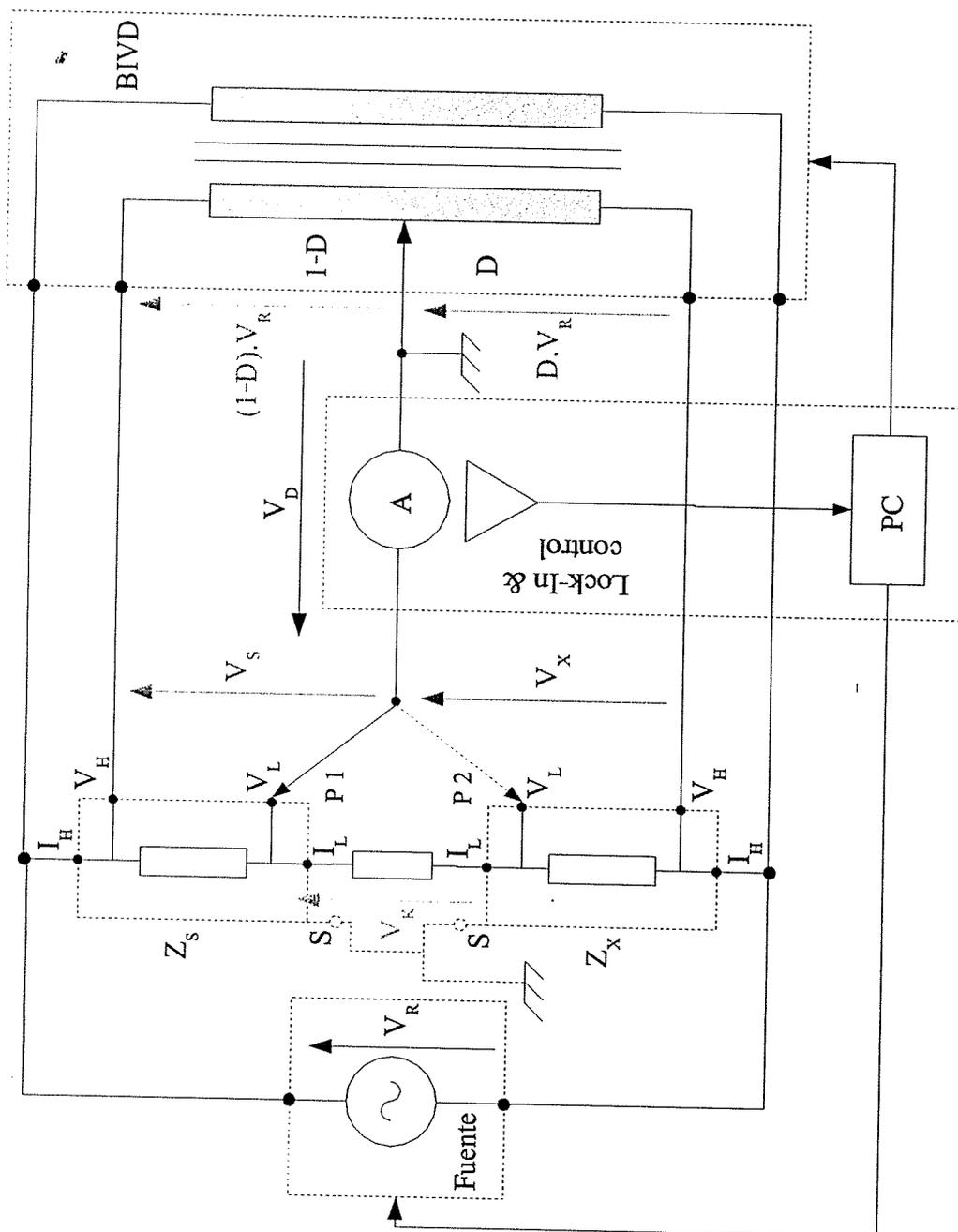


Figura 7.1: Diagrama completo de conexión del sistema puente para la comparación de resistores de 5 terminales. Se muestran las tensiones a medir y su convención de polaridad, la conexión a potencial de Tierra y las conexiones a la computadora. **NOTA:** Las conexiones al potencial de tierra deben ser todas radiales al mismo punto

Uno de los brazos del puente esta constituido por los resistores a comparar y el otro brazo, por el divisor de tensión binario. Los resistores (ver modelo en la Figura 2.2) son conectados en serie a través del terminal de corriente  $I_L$ , ③, (salida de la corriente,  $I_3$ ). Los terminales de corriente  $I_H$ , ①, son conectados a la fuente de alimentación (terminales de entrada de corriente,  $I_1$ ). Los terminales de tensión,  $V_L$  ④ y  $V_H$  ②, por los cuales no debe circular corriente, son conectados al bobinado de exactitud del divisor de tensión y al amplificador, para medir la tensión diferencia,  $V_d$ , entre este terminal y la salida del divisor de tensión. De esta manera se asegura cumplir con la condición de  $I_2 = I_4 = 0$ , ver ecuación (2.9).

Como punto de conexión al potencial de tierra se utiliza el de menor impedancia, que es la salida del divisor de tensión, para disminuir los efectos de las capacidades parásitas, según se ha explicado en el capítulo 3, sección 3.4. Los terminales del blindaje S, ⑤, de los resistores son conectados al punto de potencial de tierra. De esta forma, una vez que el puente es balanceado, ( $V_d \approx 0$ ), los terminales de tensión  $V_L$  de los resistores tienen el mismo potencial que los terminales del blindaje. De esta forma se cumple con la otra condición en la definición de la impedancia,  $V_{4,5} = 0$ , ver ecuación (2.9).

La fuente de tensión es conectada al brazo que presenta menor impedancia, para que la caída de tensión que se produce en los cables de conexión no influya en el resultado de la medición. En general este brazo es el constituido por las impedancias a comparar, dado que el divisor de tensión posee una elevada impedancia de entrada en el rango de frecuencia de trabajo del puente.

### 7.3. Calibración de resistores patrones en corriente alterna

La calibración de resistores consiste en su comparación contra un patrón; a su vez este patrón fue calibrado por comparación con un resistor calculable, para asegurar la cadena

de trazabilidad [1].

Para eliminar errores en la comparación se realiza la medición de la relación  $R_X/R_S$ , la que se denomina *relación normal* ( $r_{NORMAL}$ ), y luego la relación inversa  $R_S/R_X$ , la que se denomina *relación inversa* ( $r_{INVERSA}$ ), invirtiendo las conexiones de los resistores en el puente, ver Figura 7.1 en la página ~107. De esta forma se obtienen dos pares de valores para  $R_{ACx}$  y para  $\tau_x$ . El resultado final resulta de tomar el promedio.

$$R_{ACx} = \frac{R_{ACx}^{NOR} + R_{ACx}^{INV}}{2} \quad (7.1)$$

$$\tau_x = \frac{\tau_x^{NOR} + \tau_x^{INV}}{2} \quad (7.2)$$

## 7.4. Incertidumbre en la medición de la relación de resistencia

La incertidumbre en la medición de la relación de resistencia,  $r$ , esta dada por la expresión que representa la variación en el resultado final con respecto a cada uno de los parámetros. La expresión de la relación  $r$  es,

$$r = \frac{Z_X}{Z_S} = \frac{D_1 + r_{d1}}{(1 - D_2) - r_{d2}} \quad (7.3)$$

donde,  $r_{di}$  son las tensiones de salida del sistema Lock-In referidas a la tensión aplicada al puente,  $V_r$ .

Conociendo la corrección a aplicar a las relaciones de división de tensión,  $D_i$ , según los resultados de la calibración del divisor de tensión binario, (ver Tabla 6.7 en la página ~98) y sabiendo que  $r_{di}$  son números complejos, la ecuación (7.3) se puede escribir como,

$$r = \frac{Z_X'}{Z_S} = \frac{(D_1 + \alpha_1 + j\beta_1) + (r_{f1} + j r_{c1})}{(1 - (D_2 + \alpha_2 + j\beta_2)) - (r_{d2} + j r_{c2})} = \frac{R_{ACX} (1 + j\omega\tau_X)}{R_{ACS} (1 + j\omega\tau_S)} \quad (7.4)$$

La relación  $r$  depende de los valores de  $D_i$  con sus correspondientes correcciones  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  y de las lecturas del Lock-In  $r_{fi}$  y  $r_{ci}$ . Por lo tanto, la incertidumbre de  $r$  depende de las incertidumbres que se tiene sobre cada una de estas variables.

La incertidumbre combinada esta dada por la raíz cuadrada positiva de la siguiente expresión [3],

$$u_c^2(r) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial r}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (7.5)$$

Para obtener la incertidumbre se procedió a realizar un análisis por incrementos sobre cada una de las variables en las que recae la dependencia de la relación  $r$ . Estas son:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $r_{fi}$  y  $r_{ci}$ . Este análisis se realizó utilizando el programa de simulación numérica MATLAB(R), con el cual se verificó la dependencia del valor de  $r$  variando los parámetros, uno por vez, sobre el intervalo que define su propia incertidumbre. Este intervalo se muestra en la Tabla 7.1

Variable	intervalo
$\alpha$	$\pm 0.5 \times 10^{-6}$
$\beta$	$\pm 5 \mu\text{rad}$
$r_{fi}, r_{ci}$	$\pm 2\%$ en ganancia $\pm 2^\circ$ en fase

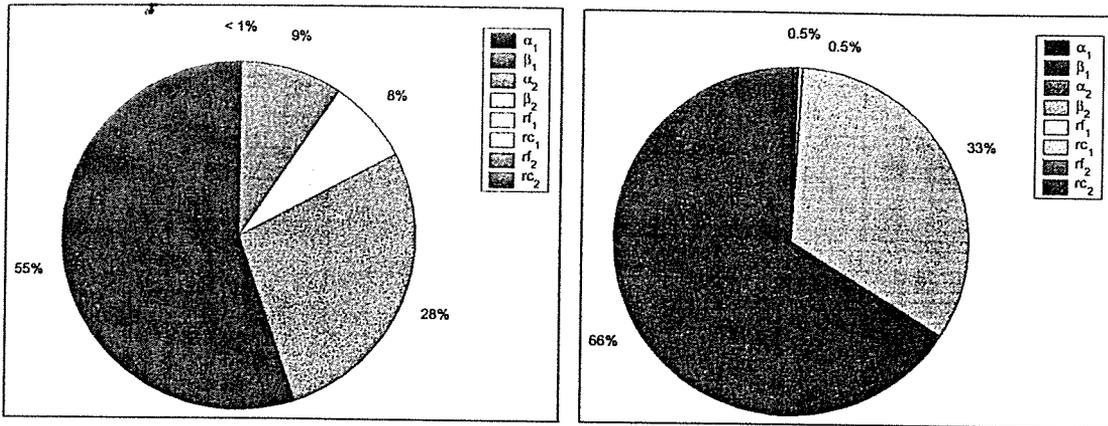
Tabla 7.1: Intervalos de variación de los incrementos de las variables para el análisis de incertidumbre

La incertidumbre combinada total,  $u_c$ , (a una frecuencia igual a 400 Hz) se presenta en la Tabla 7.2.

En la figura 7.2 se muestra una representación vectorial de esta incertidumbre, donde la



combinada.



(a) Contribución de las distintas variables a la parte real de  $u_c$  (b) Contribución de las distintas variables a la parte imaginaria de  $u_c$

Figura 7.3: Contribución porcentual de cada parámetro a la incertidumbre

## 7.5. Comparación de resistores de valores nominales $30 \Omega$ y $60 \Omega$

Se realizó una comparación de resistores de valores nominales  $30 \Omega$  y  $60 \Omega$ , fabricados en INTI.

Los resistores fueron medidos en el rango de frecuencias entre 75 Hz a 1000 Hz. Los resultados de la relación se muestran en la Tabla 7.3 y un gráfico de los mismos se muestran en la Figura 7.4. La incertidumbre  $u_c$  informada es la combinación entre la incertidumbre en la relación de resistencias según la Tabla 7.2 con la incertidumbre aleatoria de la medición.

En base a estos resultados se puede calcular el valor de  $R_{AC}$  y de  $\tau$  para el resistor de valor nominal  $30 \Omega$ , tomando como patrón al resistor de valor nominal de  $60 \Omega$ , según su calibración realizada en PTB. La Tabla 7.4 muestra los valores para  $f=400$  Hz.

f (Hz)	$r_1$ $\Re(\frac{R_X}{R_S} = \frac{30\Omega}{60\Omega})$	$r_2$ $\Re(\frac{R_X}{R_S} = \frac{60\Omega}{30\Omega})$	$1/r_2$	Relación Promedio	Desvío estándar ( $10^{-6}$ )	$u_c$ (k=1) ( $10^{-6}$ )
75	0.50003848	1.99986217	0.50003446	0.50003647	2.84	3.01
400	0.50003458	1.99984872	0.50003782	0.50003620	2.30	2.50
1000	0.50003900	1.99986821	0.50003295	0.50003597	4.28	4.39

Tabla 7.3: Resultados de la comparación de los resistores de 30  $\Omega$  y 60  $\Omega$ . Parte real de la relación  $r$

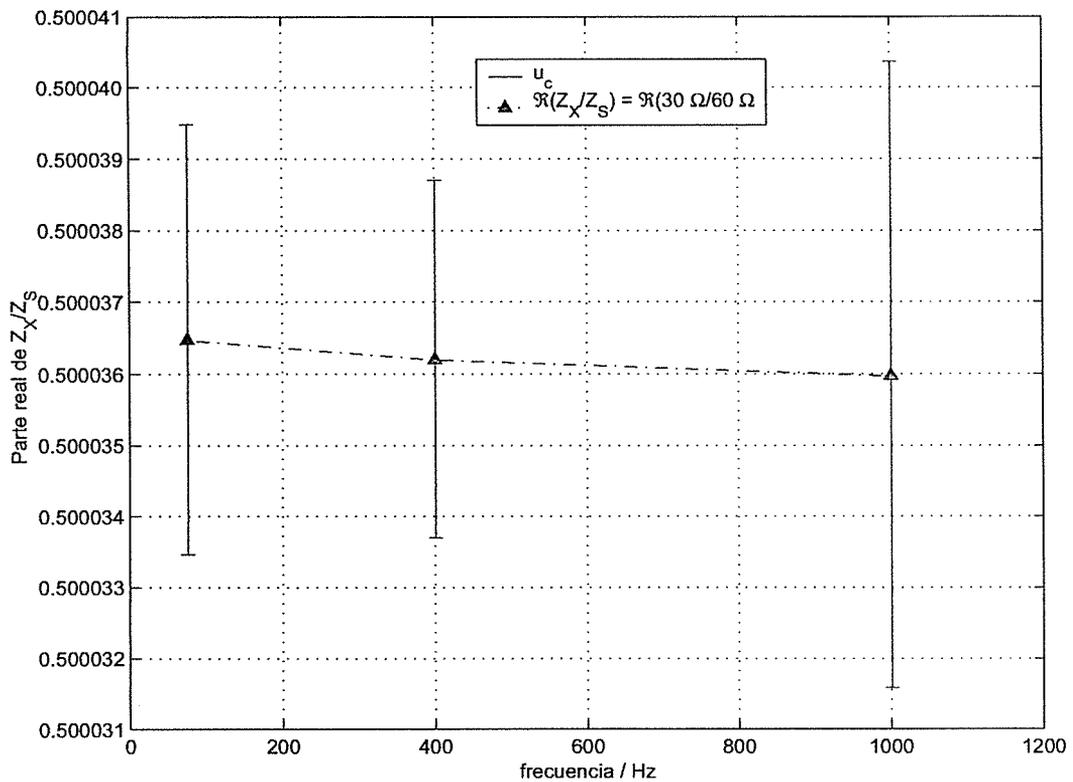


Figura 7.4: Parte real de la relación de los resistores de 30  $\Omega$  y 60  $\Omega$ . La incertidumbre,  $u_c$ , corresponde a la incertidumbre combinada de la componente aleatoria con la incertidumbre de la relación

Resultados resistor de 30 $\Omega$ a f: 400 Hz			
$R_{ACx}^{NOR}$ ( $\Omega$ )	30.00684	$\tau_x^{NOR}$ (ns)	6.07
$R_{ACx}^{INV}$ ( $\Omega$ )	30.00703	$\tau_x^{INV}$ (ns)	3.52
$R_{ACx}$ ( $\Omega$ )	30.00694	$\tau_x$ (ns)	4.80
$\sigma$ (m $\Omega$ )	0.138	$\sigma$ (ns)	1.8

Tabla 7.4: Valores finales del resistor de 30  $\Omega$  a  $f=400$  Hz, tomando como patrón al resistor de 60  $\Omega$  calibrado en PTB en Enero del 2003

## 7.6. Comparación de las mediciones con el Physikalisch-Technische Bundesanstalt - Braunschweig - República Federal de Alemania

Los mismos resistores fueron calibrados en el PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt - Braunschweig - República Federal de Alemania) durante el mes de Enero del 2003. Las mediciones fueron realizadas contra un patrón mantenido en ese instituto a una frecuencia de 75 Hz y de 400 Hz. La Tabla 7.5 muestra los resultados de esta calibración.

Valor de los resistores / PTB Enero 2003			
ID	$R_{AC}$ ( $\Omega$ )	$\tau$ (ns)	Relación (30/60)
RAC 60	(60.00953 $\pm$ 0.0006)	(5.2 $\pm$ 1.5)	0.500037744
RAC 30	(30.00703 $\pm$ 0.0003)	(7.1 $\pm$ 1.5)	

Tabla 7.5: Resultados de la calibración de los resistores realizada en PTB (Enero-2003). La incertidumbre informada corresponde a un nivel del confianza del 95 % ( $k=2$ )

Comparando los valores del resistor de 30  $\Omega$  obtenidos en INTI con la calibración realizada en PTB, se observa que los resultados están dentro de la incertidumbre del puente desarrollado como objetivo de este trabajo. La Tabla 7.6 muestra los valores para el resistor de 30  $\Omega$ , a una frecuencia de medición igual a 400 Hz.

Las incertidumbres informadas son calculadas mediante las siguientes expresiones y no

	$R_{AC}$ ( $\Omega$ )	$\tau$ (ns)
PTB	$30.00703 \pm 0.00030$	$7.10 \pm 1.5$
INTI	$30.00694 \pm 0.00056$	$4.80 \pm 15.4$

**Tabla 7.6:** Comparación de los valores obtenidos para el resistor de  $30 \Omega$ , entre el valor asignado por PTB en la calibración y el valor medido por INTI con el puente desarrollado, a  $f=400$  Hz. La incertidumbre informada corresponde a un nivel de confianza del 95 % ( $k=2$ ), sin incluir los aportes del resistor de valor nominal de  $60 \Omega$  tomado como patrón para el cálculo del valor del resistor de  $30 \Omega$

se incluyen los aportes de las incertidumbres del resistor tomado como patrón para el cálculo de  $R_{AC}$  y de  $\tau$ ,

$$U_{R_{AC}} = k \sqrt{\sigma_{R_{AC}}^2 + \left(\frac{u_a}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (7.6)$$

$$U_{\tau} = k \sqrt{\sigma_{\tau}^2 + \left(\frac{u_b}{\sqrt{3} \Re(r) \omega}\right)^2} \quad (7.7)$$

con  $k = 2$ . Donde  $u_a$  es la incertidumbre sobre la parte real y  $u_b$  es la incertidumbre sobre la parte imaginaria de la relación  $r$  respectivamente (ver Tabla 7.2 en la página 111 y ecuación (7.3) en página 109).

Las Figuras 7.5 y 7.6 presentan los valores de la resistencia efectiva,  $R_{AC}$  y de la constante de tiempo,  $\tau$ , respectivamente.

## 7.7. Conclusiones

Se desarrolló un sistema puente de corriente alterna para ser utilizado en la comparación de resistores en el rango de frecuencias: 40 Hz a 2000 Hz, con una incertidumbre sobre la parte real de la relación de resistencias igual a  $\pm 1.7 \times 10^{-6}$  y una incertidumbre sobre la parte imaginaria igual a  $\pm 17 \mu\text{rad}$  (@  $f=400\text{Hz}$ ) (con  $k=1$ ). Extendiendo estos

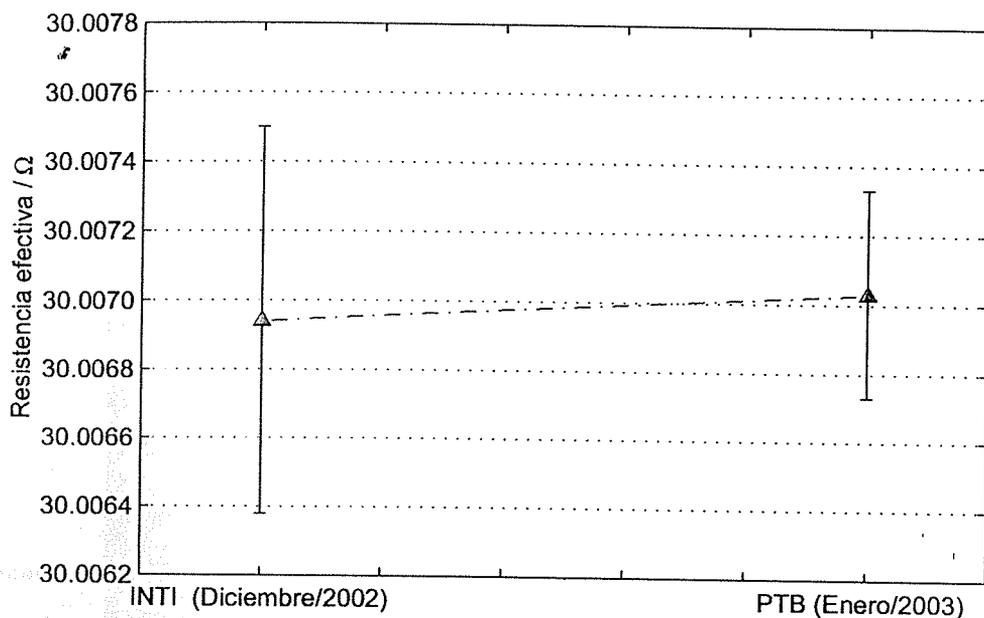


Figura 7.5: Valores de la resistencia efectiva,  $R_{AC}$ , del resistor patrón RAC 30. Medidos en INTI (Diciembre/2002) y en PTB (Enero/2003)

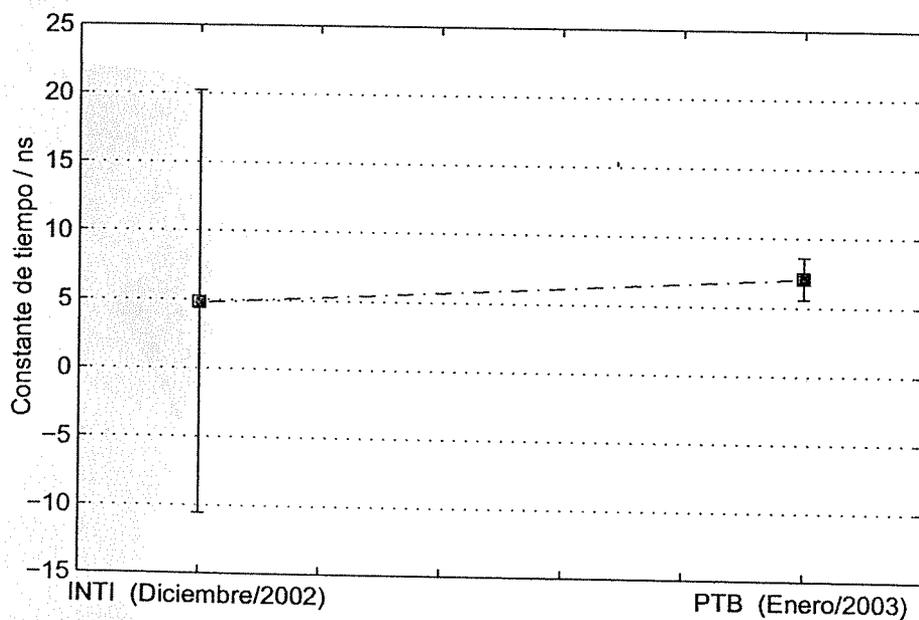


Figura 7.6: Valores de la constante de tiempo,  $\tau$ , del resistor patrón RAC 30. Medidos en INTI (Diciembre/2002) y en PTB (Enero/2003)

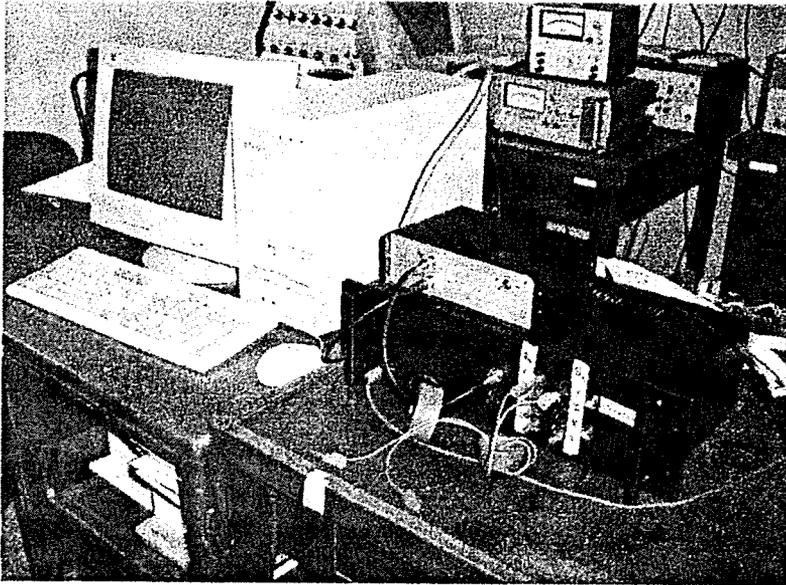
resultados a la determinación de la resistencia efectiva,  $R_{AC}$  y la constante de tiempo,  $\tau$ , da una incertidumbre combinada igual a  $\pm 4.7 \times 10^{-6}$  y una incertidumbre de  $\pm 7.7$  ns, respectivamente ( $k=1$ ).

Componente	$U$ ( $k=1$ )
$U_a$	$\pm 1.7 \times 10^{-6}$
$U_b$	$\pm 17 \mu\text{rad}$ (@ $f=400$ Hz)
Determinación de $R_{AC}$ y $\tau$	
$U_{R_{AC}}$	$\pm 4.7 \times 10^{-6}$
$U_{\tau}$	$\pm 7.7$ ns

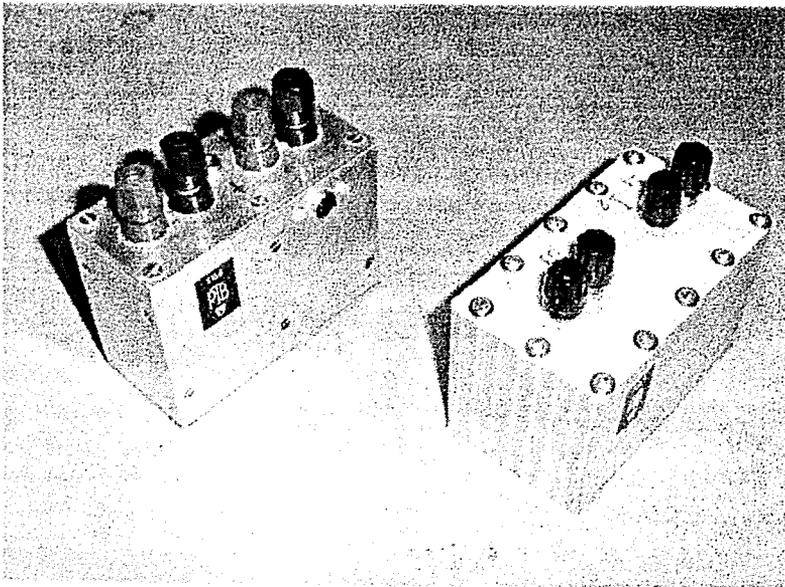
*Tabla 7.7: Exactitud del puente desarrollado en la relación de resistencia y en la determinación de  $R_{AC}$  y de  $\tau$*

El puente puede ser aplicado a la comparación de capacitores de alto valor, de 4 terminales para eliminar la resistencia de los cables de conexión, en la determinación de la tangente  $\delta$ .

## 7.8. Fotografías



Fotografía 7.1: Sistema puente completo



Fotografía 7.2: Resistores de  $30 \Omega$  y  $60 \Omega$

# Bibliografía

- [1] Günther Ramm, “Calibración de Resistencias de Medición de Corriente Alterna”, PTB-E-41s, Braunschweig, diciembre 1992.
- [2] Hague & Foord, “Alternating Current Bridge Methods”, Pitman Publishing, 6th edition, 1971.
- [3] “Guía para la expresión de incertidumbres de medición”, traducción INTI-CEFIS del documento: “Guide to expression of uncertainty in measurements (BIPM, IEC; IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 1993), 2<sup>da</sup> edición, 2000.

# Capítulo 8

## Conclusiones

En el marco de este trabajo se desarrollaron:

1. un sistema amplificador del tipo Lock-In, con las siguientes características:

Característica	Valor	Observaciones
Ganancia	22563	@ 1000 Hz
RRMC	120 dB	@ 50 Hz
Ancho de Banda	40 a 2000 Hz	
Error de Ganancia	< 1.9 %	entre 50 Hz y 2 kHz
Error de fase	< 1.25 °	entre 50 Hz y 2 kHz

*Tabla 8.1: Características generales del amplificador*

Este amplificador puede ser utilizado en sistemas de medición tipo puente de corriente alterna.

2. un divisor de tensión binario controlado por computadora, que posee las siguientes características: Este divisor puede ser utilizado: (a) en sistemas puentes para la calibración de impedancias, (b) como divisor patrón para la verificación de otros

Característica	Valor
Desvíos	$<  3.7  \times 10^{-6}$ en fase, $<  1.9  \mu\text{rad}$ en cuadratura @ 75 Hz $<  2.8  \times 10^{-6}$ en fase, $<  2.3  \mu\text{rad}$ en cuadratura @ 400 Hz $<  4.6  \times 10^{-6}$ en fase, $<  5.8  \mu\text{rad}$ en cuadratura @ 1 kHz
Impedancia de entrada	$L_i = 6.84 \text{ H} // R_i = 3.6 \text{ k}\Omega$ @ $V_i = 1 \text{ V}$ y $f=100 \text{ Hz}$ $L_i = 1.73 \text{ H} // R_i = 6.2 \text{ k}\Omega$ @ $V_i = 1 \text{ V}$ y $f=1 \text{ kHz}$
Impedancia de salida	1 $\Omega$
Ancho de Banda	50 Hz a 2000 Hz
Máxima tensión de entrada	5 V @ 50 Hz, 200 V @ 2 kHz

*Tabla 8.2: Características del divisor de tensión binario desarrollado*

sistemas de medición tipo puentes, (c) como divisor patrón para la verificación de otros divisores de tensión inductivos binarios o decádicos.

- con los dos elementos anteriores se desarrolló un sistema puente de corriente alterna para ser utilizado en la comparación de resistores en el rango de 1  $\Omega$  a 10  $\text{k}\Omega$  y en el rango de frecuencias: 40 Hz a 2000 Hz, con una incertidumbre relativa sobre la parte real de la relación de resistencias igual a  $\pm 1.7 \times 10^{-6}$  y una incertidumbre absoluta sobre la parte imaginaria igual a  $\pm 17 \mu\text{rad}$  (@  $f=400\text{Hz}$ ) (con  $k=1$ ). Extendiendo estos resultados a la determinación de la resistencia efectiva,  $R_{AC}$  y la constante de tiempo,  $\tau$ , da una incertidumbre relativa igual a  $\pm 4.7 \times 10^{-6}$  y una incertidumbre absoluta de  $\pm 7.7 \text{ ns}$ , respectivamente ( $k=1$ ).

Este puente puede ser aplicado a la comparación de capacitores de alto valor, de 4 terminales para eliminar la resistencia de los cables de conexión, en la determinación de la tangente  $\delta$ .

Componente	$U$ (k=1)
$U_a$	$\pm 1.7 \times 10^{-6}$
$U_b$	$\pm 17 \mu\text{rad}$ (@ f=400 Hz)
Determinación de $R_{AC}$ y $\tau$	
$U_{R_{AC}}$	$\pm 4.7 \times 10^{-6}$
$U_{\tau}$	$\pm 7.7 \text{ ns}$

**Tabla 8.3:** Exactitud del puente desarrollado en la relación de resistencia y en la determinación de  $R_{AC}$  y de  $\tau$

# Apéndice A

## Cálculo de los componentes del amplificador

### A.1. Ganancia del In-Amp, ( $R_G$ )

Según la información técnica del fabricante del circuito integrado, el valor de ganancia del mismo está gobernada por un resistor externo, y está dada por la siguiente ecuación:

$$G_1 = \frac{49.4k\Omega}{R_G} + 1 \quad (\text{A.1})$$

Fijando la ganancia de este amplificador en aproximadamente 100 veces, se puede obtener el valor para  $R_G$ :

$$R_G = \frac{49.4k\Omega}{G_1 - 1} = \frac{49.4k\Omega}{100 - 1} \approx 500\Omega \quad (\text{A.2})$$

Para este amplificador se utilizó un resistor de valor nominal igual a  $560\ \Omega$  al 1% de tolerancia, lo cual da una ganancia de aproximadamente 90 veces.

### A.1.1. Acoplamiento en alterna del Amplificador de Instrumentación

El amplificador diseñado es para ser utilizado con señales alternas, si bien, en principio la tensión de continua que puede estar presente en la salida como consecuencia de una tensión continua presente en la entrada, más todas las tensiones de offset de los distintos amplificadores operacionales, no es una molestia, esta puede saturar la entrada de la tarjeta adquisidora de datos, por lo tanto hay que minimizarla. Para los operacionales OP-77 (etapa 2) y OP-07 (etapa 4), se utilizó las técnicas convencionales, como son el potenciómetro de ajuste en el primero y el acople capacitivo en el segundo. Esto no es posible en el Amplificador de Instrumentación porque no posee conexión para el potenciómetro y colocar un capacitor en la entrada no elimina la propia tensión de offset del In-Amp. Para eliminar su propia tensión de offset se utiliza una técnica denominada "DC restoration" [6]. La cual consiste en colocar un filtro pasa-bajos en la realimentación de la salida hacia el pin de referencia del In-Amp. De esta forma el polo de baja frecuencia se traslada en uno de alta frecuencia igual a:

$$f_{-3dB} = \frac{G}{2\pi RC} \quad (A.3)$$

Como la ganancia de la etapa del In-Amp donde esta la red de realimentación, donde va colocado el filtro es igual a 1, la ecuación se transforma en:

$$f_{-3dB} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (A.4)$$

Estableciendo un polo lo suficientemente bajo para no afectar el ancho de banda del puente (40 Hz a 2 kHz) se eligieron los siguientes valores para los componentes R y C:

Componente	Valor
R <sub>3</sub>	1 MΩ
C <sub>1</sub>	0.1 μF

Lo cual da una frecuencia de corte inferior, igual a 1,59 Hz ( $f_{-3dB} = 1.59$  Hz).

## A.2. Amplificador no-inversor OP-77 (R<sub>1</sub>; R<sub>2</sub>)

Esta etapa es un amplificador operacional en configuración no-inversor. Utilizando las expresiones de la realimentación para un amplificador de tensión no-inversor la ganancia del mismo se determinada por la siguiente ecuación:

$$G = \frac{R_2}{R_1} + 1 \quad (\text{A.5})$$

Fijando el valor de R<sub>2</sub> igual a 10 kΩ y R<sub>1</sub> igual a 909 Ω, se tiene que la ganancia es igual a 12, G=12.

## A.3. Amplificador no-inversor OP-07 (R<sub>4</sub>; R<sub>5</sub>)

Esta etapa amplificadora posee las siguientes características:

- Acoplamiento en alterna de entrada.
- Realimentación en alterna según [5, 7, 9].

La ganancia de esta etapa se fijó en 22, esto es necesario para elevar la tensión de salida a los niveles requeridos por la tarjeta adquisidora. La ganancia esta dada por la ecuación

(A.5) y fijando los valores de  $R_4$  y  $R_5$  igual a  $1\text{ k}\Omega$  e igual a  $22\text{ k}\Omega$  respectivamente se obtiene una ganancia  $G_3 = 23$ .

El acoplamiento en alterna con la salida de la etapa anterior (Amplificador de aislación) es realizado con una red RC con su polo igual al del In-Amp ( $1.59\text{ Hz}$ ), lo cual corresponde a los siguientes valores para R y C:

Componente	Valor
$R_p$	$1\text{ M}\Omega$
$C_p$	$0.1\ \mu\text{F}$

La realimentación en alterna es realizada colocando un capacitor en serie con  $R_4$  de valor tal que tenga el mismo polo que la red anterior, por lo tanto su valor es  $C_2 = 100\ \mu\text{F}$ .

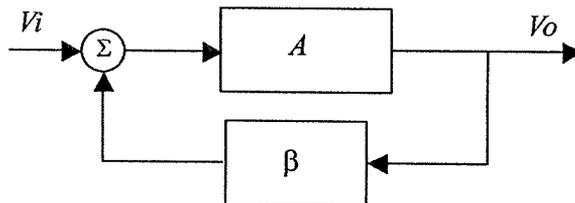
## Apéndice B

### Estabilidad del Amplificador

El amplificador está compuesto por 4 sistemas de 1<sup>er</sup> orden conectados en serie. Para el estudio de la estabilidad se estudiará la de cada sistema por separado. Cabe aclarar que esta separación puede realizarse debido a que no existe carga entre los mismos.

#### B.1. Modelo de un sistema realimentado

En la Figura B.1 puede observarse el diagrama en bloques de un sistema realimentado [5, 7, 9].



*Figura B.1: Diagrama en bloques de un sistema con realimentación*

Para el análisis de la estabilidad del mismo se procede a cortar el lazo de realimentación y comprobar el comportamiento del sistema resultante en función de la frecuencia. El

sistema que resulta de realizar el corte del lazo de realimentación es el producto de la función de transferencia del bloque A, con la función de transferencia del bloque realimentador  $\beta$ . El análisis en función de la frecuencia fue realizado utilizando las bibliotecas de control que forman parte del programa MATLAB(R).

### B.1.1. Primer sistema: amplificador de instrumentación AD620

Anteriormente se describió como se implementó la primer etapa activa del amplificador, está compuesta por un amplificador de instrumentación de la firma Analog Devices, el AD620 que posee la siguiente transferencia a lazo abierto:

Característica	Valor
Avol	100000
1er Polo	0.667 Hz
2do Polo	1 MHz
3er Polo	10 MHz

*Tabla B.1: Características del AD620*

La Figura B.2 muestra el resultado del análisis de estabilidad.

### B.1.2. Segundo sistema: amplificador de tensión OP-77

El segundo sistema consta de un circuito amplificador operacional en configuración no-inversor, con las características a lazo abierto que se muestran en la Tabla B.2.

La Figura B.3 muestra el resultado del análisis de estabilidad.

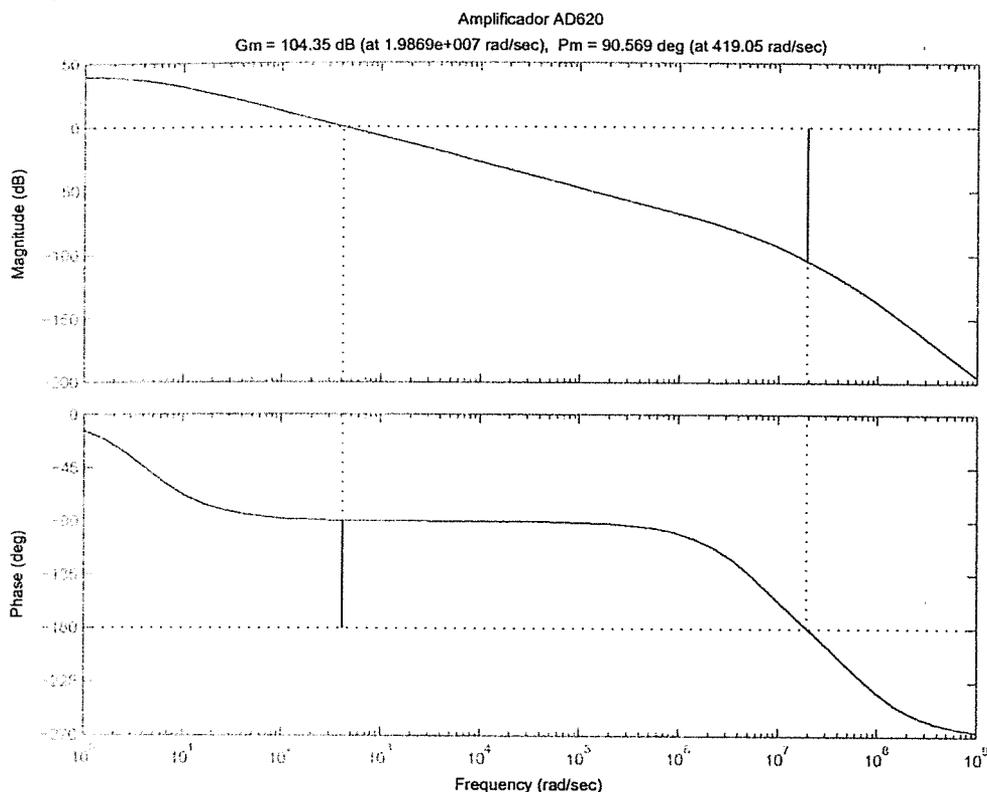


Figura B.2: Margen de Ganancia y de Fase para el amplificador AD620 con  $G=100$

Característica	Valor
Avol	10000000
1er Polo	0.318 Hz
2do Polo	2 MHz
3er Polo	6 MHz

Tabla B.2: Características del OP-77

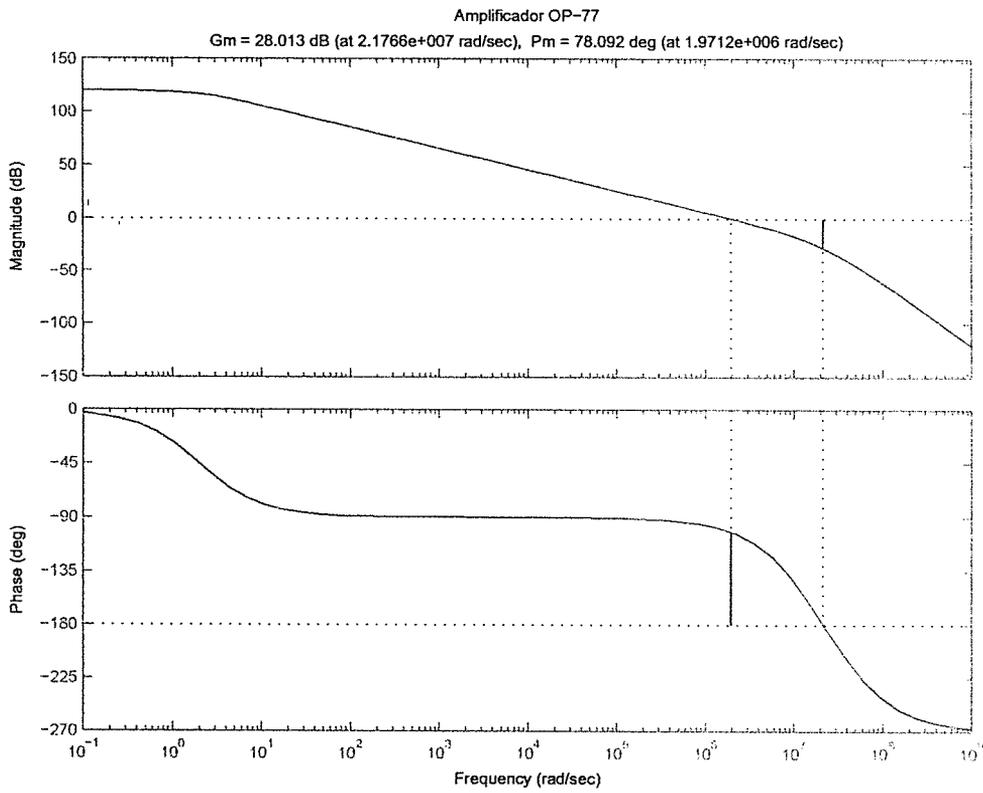


Figura B.3: Margen de Ganancia y de Fase para el amplificador OP-77 con  $G=12$

### B.1.3. Tercer Sistema : amplificador de Aislación ISO 120G

Este amplificador está en configuración seguidor de tensión, por ende su red de realimentación  $\beta$  posee ganancia unitaria. Además, el fabricante lo especifica como un sistema de ganancia unitaria y frecuencia de corte en 60 kHz, resumiendo:

Característica	Valor
Avol	1 $\mu$ V/V
BW	60 kHz

*Tabla B.3: Características del ISO-120G*

De esta manera, en sistema sólo tiene un polo y es por lo tanto un sistema de 1<sup>er</sup> orden y sistemas de estas características son considerados *incondicionalmente estables* [9], es decir, el sistema nunca alcanza los 180° de fase que se requieren para que el sistema se convierta en inestable.

La Figura B.4 muestra el resultado.

### B.1.4. Etapa de amplificación OP-07

Esta etapa es similar a la etapa del amplificador OP-77. Por lo que se esperan resultados similares. La Figura B.5 muestra el resultado de análisis de margen de fase y de ganancia para estudiar la estabilidad de esta etapa.

## B.2. Conclusión

Como se puede observar de los resultados anteriores los sistemas se pueden aproximar a sistemas de 1<sup>er</sup> orden. Como además, no existe efecto de carga entre los sistema, el

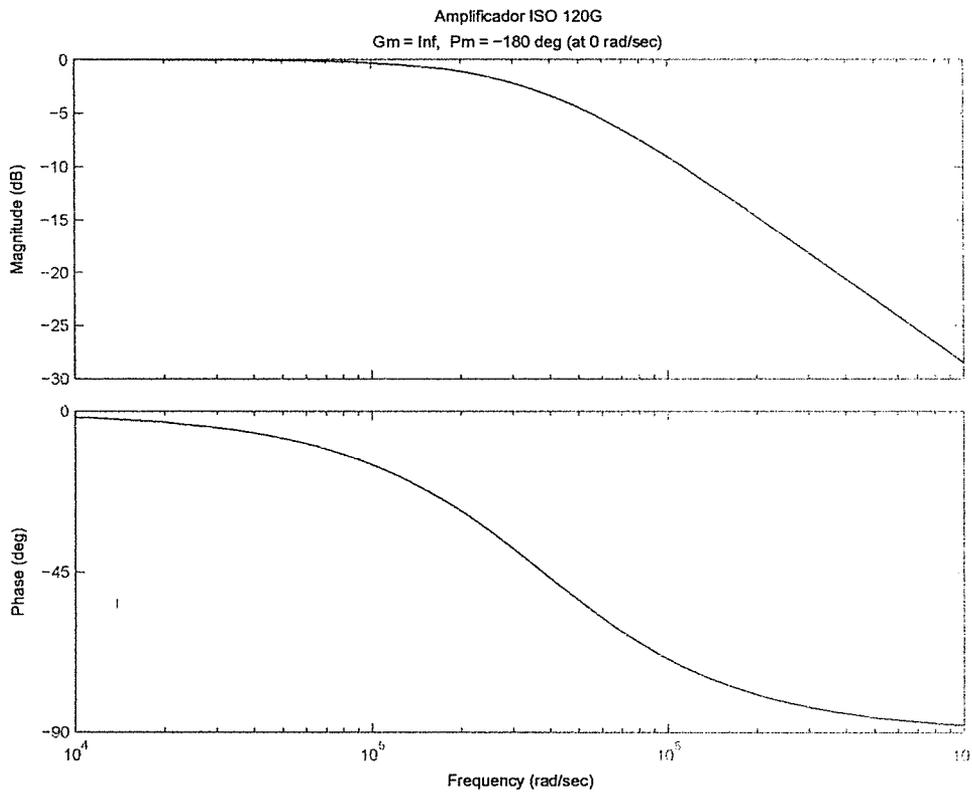


Figura B.4: Margen de Ganancia y de Fase para el amplificador ISO-120G con  $G=1$

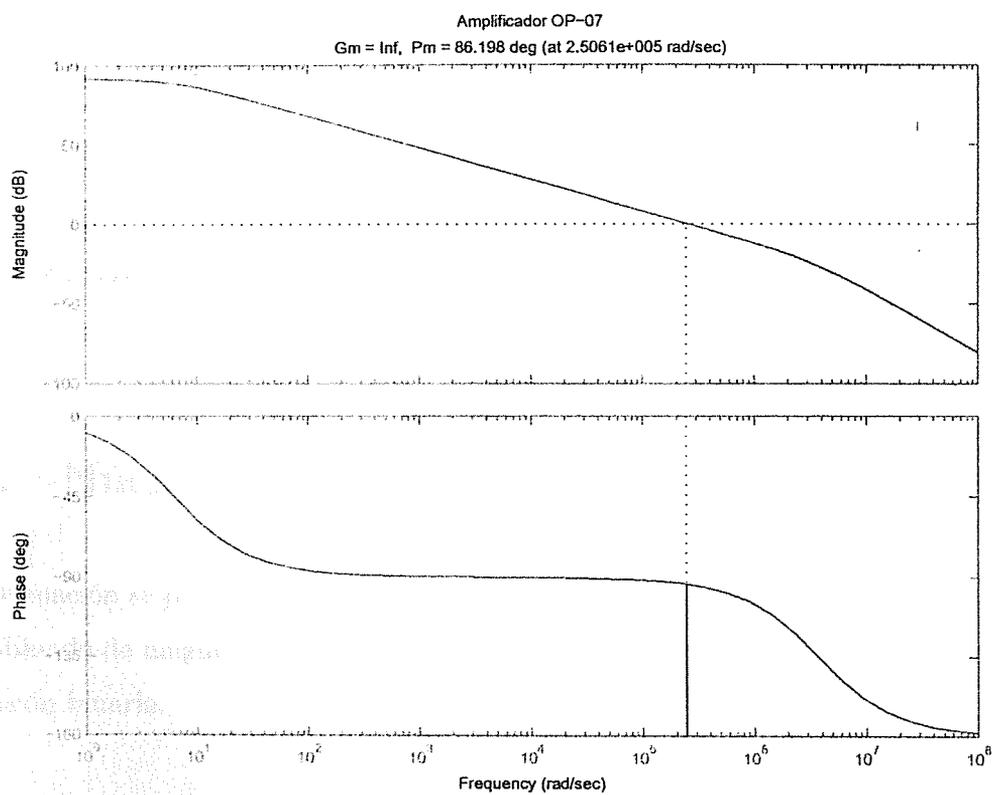


Figura B.5: Margen de Ganancia y de Fase para el amplificador OP-07 con  $G=23$

análisis, de analizar por separado los sistemas es válido, por lo tanto se puede concluir que el sistema completo es *estable*.

## Apéndice C

# Divisor de tensión Binario - Caracterización y Mediciones

### C.1. Núcleos

A continuación se presenta la tabla de valores completa de la medición de la impedancia del bobinado de magnetización de cada núcleo que forman la parte inductiva del divisor de tensión binario.

f (kHz)	V	Núcleo A			Núcleo B		
		LP	GP	CP	LP	GP	CP
0.1	50mV	20.980 H	484.160 $\mu$ S		9.054 H	33.560 $\mu$ S	
	100mV	2.855 H	488.500 $\mu$ S		9.249 H	36.033 $\mu$ S	
	250mV	4.373 H	373.130 $\mu$ S		9.758 H	40.409 $\mu$ S	
	500mV	5.663 H	320.150 $\mu$ S		10.411 H	44.532 $\mu$ S	
	1V	6.840 H	278.120 $\mu$ S		11.400 H	49.232 $\mu$ S	
0.12	50mV	1.913 H	442.360 $\mu$ S		9.081 H	32.055 $\mu$ S	
	100mV	2.624 H	414.640 $\mu$ S		9.243 H	34.117 $\mu$ S	
	250mV	3.930 H	351.780 $\mu$ S		9.635 H	37.904 $\mu$ S	
	500mV	5.149 H	303.850 $\mu$ S		10.148 H	41.168 $\mu$ S	
	1V	6.297 H	265.050 $\mu$ S		10.956 H	44.964 $\mu$ S	
1	50mV	0.836 H	154.500 $\mu$ S		7.001 H	22.773 $\mu$ S	
	100mV	0.899 H	161.300 $\mu$ S		7.028 H	22.812 $\mu$ S	
	250mV	1.089 H	169.980 $\mu$ S		7.023 H	22.846 $\mu$ S	
	500mV	1.358 H	169.800 $\mu$ S		7.041 H	22.921 $\mu$ S	
	1V	1.733 H	162.080 $\mu$ S		7.087 H	23.076 $\mu$ S	
10	50mV	397.000 mH	97.900 $\mu$ S		15.601 H	13.648 $\mu$ S	
	100mV	402.100 mH	98.000 $\mu$ S		16.606 H	13.625 $\mu$ S	
	250mV	409.200 mH	97.900 $\mu$ S		16.755 H	13.624 $\mu$ S	
	500mV	420.580 mH	97.630 $\mu$ S		16.800 H	13.629 $\mu$ S	
	1V	445.120 mH	97.020 $\mu$ S		16.856 H	13.629 $\mu$ S	
100	50mV		77.620 $\mu$ S	20.960 pF		24.703 $\mu$ S	36.700 pF
	100mV		76.960 $\mu$ S	25.140 pF		23.837 $\mu$ S	37.920 pF
	250mV		76.540 $\mu$ S	27.260 pF		23.612 $\mu$ S	38.350 pF
	500mV		76.420 $\mu$ S	27.790 pF		23.523 $\mu$ S	38.420 pF
	1V		76.357 $\mu$ S	28.010 pF		23.526 $\mu$ S	38.430 pF

Tabla C.1: Impedancia del bobinado de magnetización de cada núcleo. Valores medidos

## Apéndice D

# Análisis de la incertidumbre de medición

Se presentan en este apéndice los resultados obtenidos a partir del cálculo numérico para el análisis de la incertidumbre en la medición de la relación de resistores, según lo desarrollado en el Capítulo 7, sección 7.4.

Las Figuras D.1 a D.4 muestran los resultados.

El análisis incremental esta basado en suponer la función lineal en el intervalo de incertidumbre y por lo tanto la incertidumbre combinada es,

$$u_c^2(r) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\Delta r}{\Delta x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (\text{D.1})$$

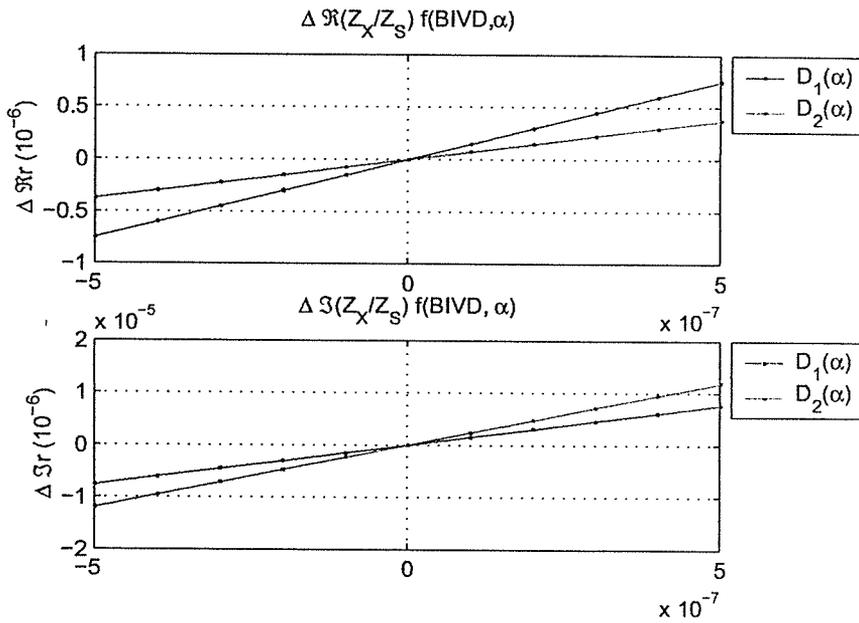


Figura D.1: Variación de la relación  $r$  cuando se varía el parámetro  $\alpha_i$  dentro de su intervalo de incertidumbre de  $\pm 0.5 \times 10^{-6}$

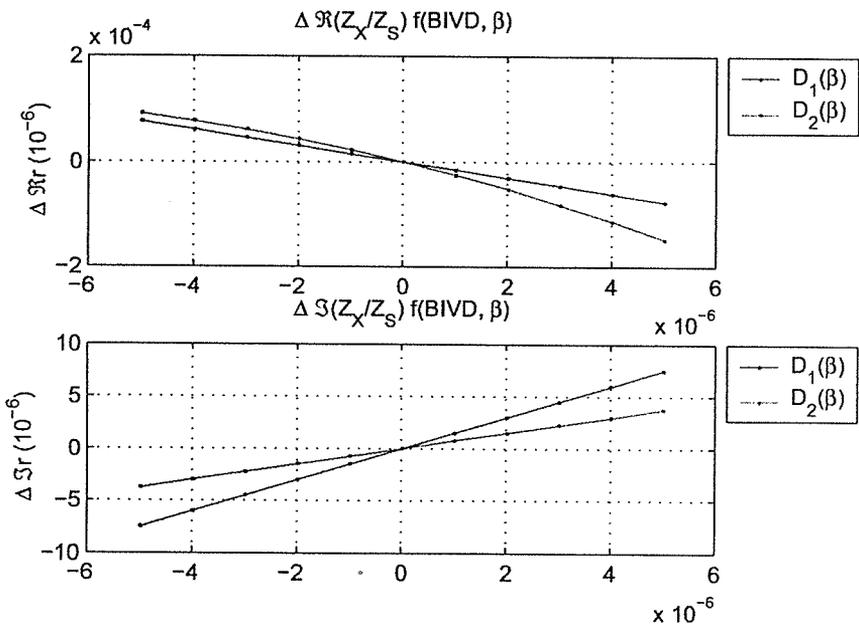


Figura D.2: Variación de la relación  $r$  cuando se varía el parámetro  $\beta_i$  dentro de su intervalo de incertidumbre de  $\pm 5 \mu\text{rad}$

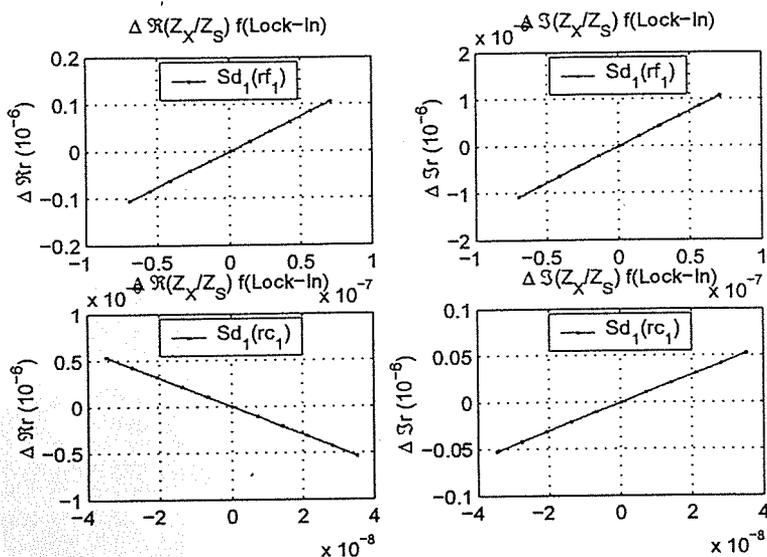


Figura D.3: Variación de la relación  $r$  cuando se varían los parámetros  $r_{f_1}$  y  $r_{c_1}$  de lectura del Lock-In,  $Sd_1$ , dentro del intervalo de su propia incertidumbre ( $\pm 2\%$  en ganancia y  $\pm 2^\circ$  en fase)

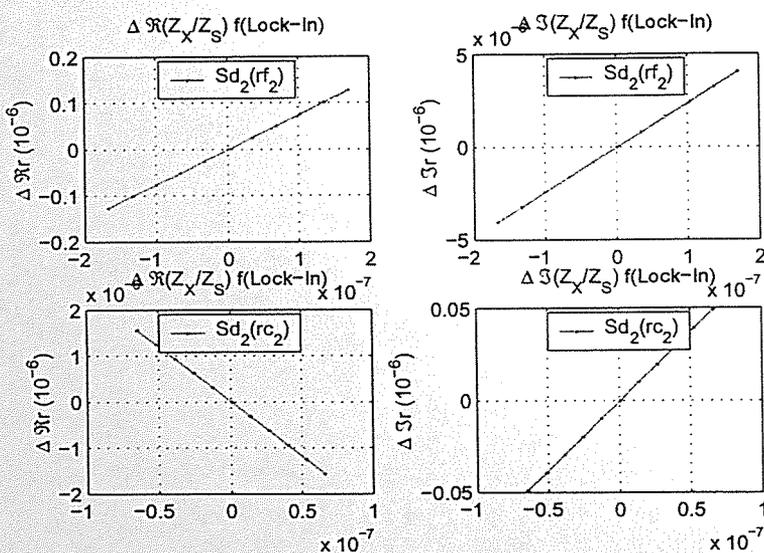


Figura D.4: Variación de la relación  $r$  cuando se varían los parámetros  $r_{f_2}$  y  $r_{c_2}$  de lectura del Lock-In,  $Sd_2$ , dentro del intervalo de su propia incertidumbre ( $\pm 2\%$  en ganancia y  $\pm 2^\circ$  en fase)