

CONTROL ROBUSTO DE COMPARADORES CRIOGÉNICOS DE CORRIENTE

Tesis presentada para optar por el título de
DOCTOR EN INGENIERÍA
del
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

Por
MARCOS E. BIERZYCHUDEK

Tutores
Dra. Alejandra Tonina
Dr. Ing. Ricardo S. Sánchez Peña

Marzo de 2016

ESTA PÁGINA SE DEJÓ EN BLANCO INTENCIONALMENTE.



ESTA PÁGINA SE DEJÓ EN BLANCO INTENCIONALMENTE.

*A Luisina,
Elena y
Eduardo.*

ESTA PÁGINA SE DEJÓ EN BLANCO INTENCIONALMENTE.

AGRADECIMIENTOS

EN primer lugar, me gustaría expresar mi más sincero agradecimiento especialmente a la Dra. Alejandra Tonina y al Dr. Ricardo Sánchez Peña por guiarme en la realización de esta tesis doctoral. Sus conocimientos y sugerencias, como también su confianza y paciencia, han sido aportes invaluable para el desarrollo de este trabajo y de mi formación profesional.

Les deseo expresar mi gratitud al Dr. Ricardo Iuzzolino y a la Dra. Tonina por haber dedicado su tiempo a enseñarme los fundamentos de la metrología eléctrica, sin ellos esta tesis no habría sido posible. Le agradezco en particular al Dr. Iuzzolino su ayuda en el diseño de la unidad de control.

También quiero dar las gracias a mis compañeros de grupo Lic. Mariano Real y Tec. Martín Curras por su ayuda, paciencia y consejo durante estos años de locura.

I would like to express my gratitude to Dr. Randolph Elmquist, who gave me access to the laboratory of the Metrology of the Ohm project at NIST where I started to enjoy the beautiful art of research.

My sincere thanks also go to Dr. Martin Götz, who put the research facilities of the Electrical Quantum Metrology Department of PTB at my disposal. I am also grateful for his fair and hard comments, which helped me to improve my work basis and my professional values.

I would like to thank Dipl.-Ing. Eckart Pesel and Dr. Dietmar Drung for their countless aids and answers.

Debo agradecer también al INTI por haber financiado gran parte del trabajo, y a los institutos NIST y PTB por colaborar con mis estadías durante las visitas a cada uno. También quiero agradecer al ITBA por brindar el marco académico para la realización de esta tesis de doctorado.

Por último, el más profundo agradecimiento es para mi amada esposa y mi querida familia por la paciencia y el apoyo brindado durante el transcurso del trabajo.

RESUMEN

EN esta tesis se analiza el comportamiento dinámico de los puentes basados en *comparadores criogénicos de corriente* (CCC) a lazo abierto y a lazo cerrado, utilizando técnicas de la *teoría de control* y con el objetivo de disminuir su incertidumbre de medición. Se trabajó con dos puentes constructivamente distintos y en ambos casos se demostró que un controlador robusto diseñado según la teoría \mathcal{H}_∞ mejora el balance del puente con respecto al controlador integral utilizado convencionalmente.

El primer sistema CCC estudiado fue diseñado para calibrar resistores con valores nominales entre 100 k Ω y 1 G Ω como elementos de dos terminales. Su comportamiento fue descrito con un modelo basado en un circuito eléctrico equivalente logrando un 70 % de acuerdo entre mediciones y simulaciones. Luego, se construyó una familia de modelos y se demostró que la misma representa todas las configuraciones estudiadas del sistema. También se realizaron simulaciones a lazo cerrado para comparar el balance alcanzado con el controlador integral contra el obtenido con el nuevo controlador diseñado por medio de \mathcal{H}_∞ . Éste último redujo los efectos de las distorsiones a la salida del SQUID en 20 dB hasta 30 Hz y en una menor medida hasta 5 kHz.

El segundo puente CCC analizado mide resistores desde 1 Ω hasta 100 M Ω como elementos de cuatro terminales. Por ser un sistema más complejo que el anterior se necesitó seleccionar cuatro configuraciones de trabajo. Para cada una se identificó un modelo y se implementó un controlador robusto. Se demostró experimentalmente que los nuevos controladores son aptos para el uso regular en calibraciones de resistores. Además se observó que los controladores diseñados con \mathcal{H}_∞ redujeron los efectos de las distorsiones en la salida del sensor SQUID hasta diez veces desde 0, 1 Hz hasta 700 Hz.

Palabras claves: comparador de corriente, control \mathcal{H}_∞ , medición de resistores, metrología, SQUIDs.

ABSTRACT

IN this thesis the open loop and closed loop dynamic behavior of two bridges based on *cryogenic current comparators* (CCC) were analysed using control theory techniques, in order to reduce the measurement uncertainty. In both cases a robust controller designed according to the \mathcal{H}_∞ theory improved the bridge balance with respect to the conventional integral controller.

The first studied CCC system was designed to calibrate two-terminal resistors with nominal values between 100 k Ω and 1 G Ω . Its behavior was described with an equivalent electrical circuit obtaining a 70 % of agreement between measurements and simulations. Next, a family of models was constructed to represent all the possible configurations of the system. Closed-loop simulations were performed to compare the balance achieved with the integral controller and with the controller designed by \mathcal{H}_∞ . This second reduced the effects of distortions in the SQUID output by 20 dB up to 30 Hz and by a lower difference up to 5 kHz.

The second CCC bridge can measure four-terminal resistors from 1 Ω up to 100 M Ω and is more complex. Hence four working configurations were selected and for each setup a model was identified and a robust controller was implemented. Experimental data showed that the new controllers were suitable for regular use in resistance calibration. It was also noted that the controllers designed with \mathcal{H}_∞ reduced the effect of distortions in the SQUID output by ten times from 0,1 Hz up to 700 Hz.

Index Terms: current comparator, \mathcal{H}_∞ control, metrology, resistance measurement, SQUIDs.

ÍNDICE GENERAL

Introducción y motivación	xv
1. Fundamentos	1
1.1. Breve introducción a la teoría de control	1
1.1.1. Modelos de sistemas	2
1.1.2. Definición de desempeño y estabilidad	3
1.1.3. Diseño del controlador	4
1.1.4. La teoría de control robusto	5
1.2. Metrología de resistencia y corriente	8
1.2.1. Efecto Meissner	12
1.2.2. Blindaje superconductor interno	13
1.2.3. dc-SQUID	16
1.3. La dinámica en las mediciones en corriente continua	21
1.4. El objetivo principal: un buen desempeño del SQUID	23
2. Comparador criogénico de corriente de dos terminales	27
2.1. Descripción del sistema	27
2.2. Modelo teórico	33
2.3. Identificación	38
2.3.1. Modelo nominal	39
2.3.2. Familia de modelos	42
2.3.3. Comparación con datos experimentales	45
2.4. Simulación del sistema a lazo cerrado	46
3. Comparador criogénico de corriente de cuatro terminales	51
3.1. Descripción del sistema	51
3.2. Modelo teórico	56
3.3. Identificación	59
3.3.1. Dependencias de la respuesta en frecuencia	60
3.3.2. Relaciones de baja corriente	63

3.3.3.	Conclusiones del proceso de identificación	66
3.4.	Implementación del controlador digital	67
3.4.1.	Resolución del flujo magnético de realimentación	69
3.4.2.	Diseño del controlador	70
3.5.	Comparación de controladores	72
3.5.1.	Medición de resistores y de la ganancia del ULCA	72
3.5.2.	Respuesta en frecuencia a lazo cerrado	74
3.5.3.	Densidad espectral del ruido	79
3.5.4.	Respuestas al escalón y al impulso	81
3.5.5.	Ruido de vibraciones	82
4.	Conclusiones	87
A.	Abreviaturas y símbolos	91
B.	Implementación del controlador	97
B.1.	Unidad controladora	97
B.2.	Implementación de la ecuación de control	100
B.2.1.	Discretización de la ecuación de control	100
B.2.2.	Representación en punto fijo	101
B.2.3.	Calculo de la ecuación en diferencias	102
B.3.	Verificación del controlador	103

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

EN la actualidad las mediciones de magnitudes eléctricas están involucradas en un gran número de aplicaciones, por ejemplo las mediciones de alta tensión y corriente realizadas en la generación o distribución de energía, las mediciones en alta frecuencia aplicadas al mercado de las comunicaciones, o las mediciones en baja tensión para la calibración de electrocardiogramas. La necesidad de exactitud de las mediciones aplicadas en la ciencia, la industria y los ensayos dependientes de normas regulativas crece continuamente e impone la mejora continua en la realización de los patrones de referencia y en las técnicas de medición.

El Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI) es responsable de realizar, reproducir y mantener los patrones nacionales de medida y difundir su exactitud en el país. En el año 2005 se instaló en INTI un sistema para la reproducción de la unidad de resistencia eléctrica, el ohm, a través del *efecto Hall cuántico entero*. Asimismo, fue necesario un sistema de medición capaz de brindar trazabilidad a algunos valores de resistencia directamente con el efecto Hall cuántico y diseminar el nuevo valor a la escala de resistencia, desde 1Ω hasta $1 \text{ G}\Omega$. Por esta razón se adquirió un puente de medición comercial basado en un *comparador criogénico de corriente* (CCC). Este tipo de sistemas aprovecha las propiedades magnéticas de los superconductores y utiliza un *superconducting quantum interference device* (SQUID) para logra muy bajas incertidumbres. Lamentablemente el puente adquirido nunca funcionó debido a errores en su diseño. Entonces se diseñó y construyó un sistema potenciométrico de alta exactitud para medir resistores de valor nominal igual a $10 \text{ k}\Omega$ contra la resistencia Hall cuántica. Con este sistema se calibran resistores con una incertidumbre total de $0,08 \mu\Omega/\Omega$ [1]. Sin embargo, para diseminar el nuevo valor a toda la escala de resistencia se debe utilizar otros sistemas de medición, los cuales incrementaron la incertidumbre.

En el año 2007 el laboratorio fue invitado a participar en un proyecto organizado por el National Institute of Standards and Technology (NIST) de EE.UU. para el diseño, desarrollo y construcción de un puente CCC, donde también participaron institutos de México y Australia. Luego cada país participante obtuvo un prototipo del sistema, el cual es capaz de medir resistores con valores nominales entre $100 \text{ k}\Omega$ y $1 \text{ G}\Omega$. En los años siguientes se pudo instalar este sistema en INTI, mejorando las incertidumbres declaradas

por el instituto en dicho rango. El nuevo puente fue comprobado mediante una comparación internacional.

A partir de la experiencia obtenida, se inició la construcción de un sistema basado en un CCC para medir resistores menores a 100 k Ω . Se propuso realizar el trabajo con el enfoque de la teoría de *control robusto*. Esta área posee una gran cantidad de herramientas que pueden ser utilizadas para estudiar el sistema y diseñar un controlador que cumpla con las expectativas del usuario. Además, el control robusto ha sido aplicado exitosamente en una gran variedad de problemas [2]. Más específicamente, se estudió el comportamiento dinámico de los puentes y se diseñó un controlador con el objetivo de reducir la incertidumbre tipo A de la medición, que es la incertidumbre estadística asociada a la repetibilidad, y mejorar la sencillez de uso. Esto se puede lograr si se aumenta la estabilidad y el rechazo a las distorsiones y al ruido.

Al recurrir a la bibliografía especializada se encontró muy escasa información sobre el lazo de control en los comparadores de corriente u otros sistemas tipo puente. En consecuencia el presente estudio busca llenar un espacio vacío presentando los beneficios de la aplicación de la teoría de control en problemas de la metrología. En este contexto los puentes CCC son excelentes bancos de prueba debido a sus problemas inherentes, como no-linealidades y resonancias.

El comparador criogénico de corriente en el nuevo SI

Las mediciones de alto valor de resistencia o baja corriente son requeridas, por ejemplo, para la verificación o caracterización de materiales en escala nanométrica, semiconductores o superconductores. También se necesitan para medir radiación ionizante, resistividad o materiales aislantes. Todas estas aplicaciones podrían ser beneficiadas por el presente trabajo y la contribución más importante puede estar involucrada con la re-definición de las unidades SI.

El *systeme international d'unités* (SI) define a la unidad de corriente eléctrica, el ampere, como

El ampere es la corriente constante que si fluye en dos conductores rectos de largo infinito, sección despreciable y apartados 1 metro en vacío, produce entre los conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de distancia [3].

La realización del ampere siguiendo su definición no es posible dado que es una idealización y aún con aproximaciones la incertidumbre resultante es muy alta debido

a factores geométricos. Por esta razón, la unidad se obtiene a partir del volt, el watt o el ohm [4]. La primera unidad puede reproducirse por medio de la balanza del volt, la cual compara una fuerza electrostática con otra mecánica, el peso. La balanza del watt puede ser usada para realizar la unidad de potencia comparando un trabajo mecánico y otro magnético. El ohm se puede obtener utilizando el capacitor calculable de Thompson-Lampard. En este capacitor la variación de su capacidad depende de la distancia entre los electrodos, que puede ser medida con gran exactitud utilizando interferometría. De esta forma, el ampere es derivado de unidades mecánicas con incertidumbre similar a la de instrumentos comerciales.

En el último siglo el SI ha evolucionado desde un sistema basado en artefactos para la realización de las unidades, a un sistema basado en constantes fundamentales de la naturaleza y en procesos atómicos invariantes. Esta realización de las unidades tiene la ventaja de que es universal y puede ser realizada en cualquier lugar del mundo, no presentan corrimientos temporales y en general su valor no depende de factores externos. Además no deben ser trasladadas a otros institutos para su comparación con el consiguiente riesgo de pérdida, daño o corrimiento de su valor.

Brian Josephson [5] y Klaus von Klitzing [6] descubrieron dos efectos cuánticos que permiten reproducir con muy baja incertidumbre dos unidades eléctricas, el volt y el ohm. La unidad de tensión eléctrica, el volt, es reproducida con el efecto Josephson en junturas débilmente acopladas y expuestas a radiación electromagnética de frecuencia f_J . A través de ellas se genera una diferencia de tensión $U_J = f_J/K_J$, donde $K_J = 2e/h$ es la constante de Josephson [7]. La frecuencia f_J de la radiación generada por un diodo Gunn se mide en referencia a relojes atómicos con una incertidumbre menor a pocas partes en 10^{11} .

El efecto Hall cuántico (QHE por sus siglas en inglés) permite reproducir la unidad de resistencia eléctrica, el ohm. Se observa en un sistema de dos dimensiones y para el caso metrológico, las mejores incertidumbres se lograron hasta el momento en dispositivos basados en heteroestructuras de GaAs. Las mismas deben ser sumergidas a bajas temperaturas y sujetas a una corriente de polarización pequeña (alrededor de $50 \mu\text{A}$) y a un campo magnético perpendicular. Debido a que la muestra está a muy baja temperatura se genera en la interfaz entre dos capas un gas bidimensional de electrones sobre el cual se produce el efecto. Al igual que el efecto Hall clásico descubierto por Edwin Hall en materiales conductores, se crea una diferencia de potencial eléctrico V_H en dirección transversal a la corriente aplicada I_S y la resistencia Hall se define como $R_H = V_H/I_S$. Pero la curva corriente-tensión, que en el caso clásico es lineal, en el caso cuántico presenta escalones, con valores dados por $R_H = R_K/i = \frac{h}{e^2}/i$, siendo i un número entero que depende del escalón y R_K la constante de von Klitzing.

En el año 1988, el *Comité Internacional de Pesas y Medidas* recomendó usar estos experimentos para reproducir el volt y el ohm. Luego, en 1990 se fijaron las constantes K_J y R_K con una incertidumbre con respecto a las unidades del SI en el orden de 10^{-8} y se denominaron K_{J-90} y R_{K-90} [3]. En las comparaciones internacionales y en las realizaciones de las referencias en cada laboratorio, estas constantes se asumen sin incertidumbre. Pero esto creó un desbalance pues en comparaciones directas de resistencia y tensión se han obtenido incertidumbres en el orden de 10^{-10} [8] y 10^{-22} [9], respectivamente. Para resolver este desacuerdo e incorporar la realización de las unidades eléctricas al sistema internacional, la *Conferencia General de Pesos y Medidas* ha propuesto un nuevo SI basado en constantes fundamentales de la naturaleza [10], que a pesar de haberse postpuesto en varias oportunidades, se estima su implementación en 2018. La decisión fue tomada además por la observación de que el *prototipo internacional del kilogramo* puede estar variando su valor. En particular, se asignará un valor fijo a la constante de Planck y a la carga del electrón.

El efecto Hall cuántico es un tema amplio y de gran estudio, objeto de muchos trabajos. Dado que se produce en sistemas bidimensionales, los valores que la resistencia Hall adopta en los escalones son independientes de la geometría del dispositivo. Además son independientes de la temperatura, la corriente de polarización, el campo magnético aplicado o de los materiales [11]. Una comparación reciente ha demostrado un acuerdo de $1 \cdot 10^{-10} \Omega/\Omega$ entre dispositivos hechos en grafeno y en GaAs [8]. De la misma manera, el patrón de tensión producido a través del efecto Josephson (JVS) fue ampliamente estudiado y su repetibilidad, linealidad y bajo ruido han sido demostradas [12]. Sin embargo, la validación de estos efectos debe ser realizada con experimentos independientes de R_K y K_J [13, 14]. Una comparación en triángulo fue realizada con el capacitor de Thompson-Lampard obteniendo un acuerdo dentro de la incertidumbre del experimento, de algunas partes en $1 \cdot 10^{-8}$, pero es necesario disminuir esta incertidumbre. Por tal motivo muchos institutos están trabajando en el cierre del triángulo metrológico utilizando SETs (*single electron tunneling*) [13, 15].

El SET es una técnica que permite manipular individualmente los electrones y generar corrientes eléctricas de muy baja intensidad pero con gran exactitud [16]. El valor máximo de corriente obtenida hasta el momento es 150 pA. Los SETs son posibles debido al *bloqueo de Coulomb*, fenómeno que ocurre cuando la energía para cargar un conductor con un electrón requiere un valor suficiente como para bloquear la transferencia. La corriente generada será igual a la constante de carga de un electrón (Q_S) multiplicado por la frecuencia de transferencia, $I_{SET} = Q_S f_S$.

La comparación en triángulo se realiza por medio de la ley de Ohm. Siguiendo las

ecuaciones representativas de cada experimento se tiene,

$$U_J = \frac{nf_J}{K_J}, \quad (1)$$

$$R_H = \frac{R_K}{i}, \quad (2)$$

$$I_{SET} = Q_S f_S. \quad (3)$$

Aplicando la ley de Ohm y una constante (\mathcal{A}) que representa la amplificación del experimento,

$$\frac{nf_J}{K_J} = \mathcal{A} \frac{R_K}{i} Q_S f_S, \quad (4)$$

$$\frac{njif_J}{\mathcal{A}f_S} = K_J R_K Q_S. \quad (5)$$

Hoy en día, la incertidumbre requerida no pudo ser lograda debido al bajo nivel de corriente generada por las bombas SET. Algunos experimentos intentan usar resistores de alto valor o amplificadores de corriente, y estos son calibrados con comparadores criogénicos de corriente [17,18]. Otra técnica, implementada por colegas del LNE-Francia, busca utilizar un amplificador de corriente basado en un CCC [15]. En todos estos casos los CCCs cumplen un rol central y los límites en sus incertidumbres parecen tener los mismos orígenes, el piso de ruido que limita la sensibilidad y las no-linealidades que pueden producir errores sistemáticos.

Lugar de realización del presente trabajo y financiamiento

Gran parte de las tareas detalladas en este trabajo fueron realizadas en el Laboratorio de Patrones Cuánticos, Física y Metrología del INTI. La construcción del comparador presentado en el capítulo 2 se realizó en las instalaciones de la división Quantum Measurement del NIST previamente al inicio formal del doctorado. Las mediciones que se muestran en el capítulo 3 fueron tomadas en los laboratorios del departamento Elektrische Quantenmetrologie del Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) de Alemania. Ambos institutos extranjeros financiaron la estadía, en el primer caso durante seis meses y en el segundo durante cuatro meses en dos períodos. Además el NIST donó la sonda y la electrónica del sistema CCC construido. El resto de los componentes necesarios para dicho puente, el crióstato y la electrónica del SQUID, fueron comprados con fondos del INTI. Asimismo, el instituto proveyó los recursos necesarios para la puesta en marcha del sistema y la construcción del controlador digital.

Organización de la tesis

El trabajo se organiza en cuatro capítulos, la bibliografía y el apéndice.

El capítulo 1 introduce algunos aspectos básicos de la teoría de control y de la metrología eléctrica que ofrecen las bases mínimas para la comprensión de las siguientes secciones. Luego se demuestra la importancia del estudio de la dinámica y de las estrategias de control en sistemas de medición basados en sensores SQUIDS.

En el capítulo 2 se describe la construcción y las características de un puente CCC de dos terminales especialmente diseñado para la medición de resistores de alto valor. Este equipo fue construido en el NIST con el apoyo de investigadores invitados de CENAM (México), NMIA (Australia) e INTI. También se estudia y modela el sistema, lo cual ayuda a comprender su comportamiento dinámico a lazo abierto y a lazo cerrado. Luego, se propone un nuevo controlador diseñado con herramientas de control robusto que se compara con el original mediante simulaciones. Se demuestra una mejora en el desempeño del controlador con respecto a su antecesor.

El capítulo 3 presenta el diseño e implementación de un controlador basado en control robusto para un sistema CCC de cuatro terminales utilizado en el instituto PTB. Se demuestra por medio de datos experimentales que el nuevo controlador mejora la estabilidad y el rechazo a ruido del sistema.

En el último capítulo, el número 4, se encuentran las conclusiones generales de la tesis.

Para finalizar se incluye el apéndice. La parte A presenta cuatro tablas que resumen abreviaturas y símbolos, y la parte B está dedicada a la construcción de la unidad de control y sus características.

APORTES ORIGINALES DE ESTE TRABAJO

Publicaciones en revistas con referato

- M. Bierzychudek, R. Sanchez Peña, A. Tonina, “*Identification and Control of a Cryogenic Current Comparator Using Robust Control Theory*”, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol 64, no. 12, pp. 3451 - 3457, Aug. 2015.
- F. L. Hernandez-Marquez, M. E. Bierzychudek, G. R. Jones Jr. and R. E. Elmquist, “*Precision high-value resistance scaling with a two-terminal cryogenic current comparator*”, Rev. Sci. Instrum. 85, 044701 (2014).
- M. Bierzychudek, R. Elmquist and F. Hernández, “*High value resistance comparison with two-terminal cryogenic current comparators*”, SIM.EM-S10, Metrologia, 2014, 51, Tech. Suppl., 01004.
- M. Bierzychudek, R. Sanchez Peña, A. Tonina, “*Robust Control of a Two-Terminal Cryogenic Current Comparator*”, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol 62, no. 6, June 2013.
- M. E. Bierzychudek and R. E. Elmquist, “*Uncertainty evaluation in a two-terminal cryogenic current comparartor*”, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol 58, no 4, April 2009. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado).**

Presentaciones a congresos con publicación

- M. E. Bierzychudek, Martin Götz, and Martin Schmelzer, “*Operation of a Cryogenic Current Comparator in Presence of Mechanical Vibrations*”, **Presentado a** Digest CPEM 2016, Ottawa, Canadá, 10-15 Jul., 2016. Poster.
- M. E. Bierzychudek, R. Sánchez-Peña, A. Tonina, R. Iuzzolino, D. Drung and M. Götz, “*Application of Robust Control to a Cryogenic Current Comparator*”, **Presentado a** Digest CPEM 2016, Ottawa, Canadá, 10-15 Jul., 2016. Poster.
- R. Iuzzolino, R. Behr, M. Bierzychudek, L. Palafox, “*Towards a Quantum Sampling System*”, **Presentado a** Digest CPEM 2016, Ottawa, Canadá, 10-15 Jul., 2016. Poster.

- M. E. Bierzychudek, A. Tonina, “*High Resistance Measurements with a Two-Terminal Cryogenic Current Comparator*”, CPEM 2012, Digest: p. 372-373, Washington DC, US, July 1-6, 2012. Poster.
- M. E. Bierzychudek and R. E. Elmquist, “*Uncertainty evaluation in a two-terminal cryogenic current comparator*”, CPEM 2008, Digest: p. 152-153, Broomfield, Colorado, US, June 8-13, 2008. Poster. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado)**
- R. E. Elmquist, G. R. Jones, Jr., B. Pritchard, M. Bierzychudek and F. Hernandez, “*High resistance scaling from 10 k Ω and QHR standards using a cryogenic current comparator*”, CPEM 2008, Digest: p. 268-269, Broomfield, Colorado, US, June 8-13, 2008. Poster. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado)**
- M. Bierzychudek, R. Garcia, M. Real and A. Tonina, “*Design and fabrication of high value standard resistors at INTI*”, CPEM 2008, Digest: p. 396-397, Broomfield, Colorado, US, June 8-13, 2008. Poster. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado)**

Presentaciones a congresos sin publicación

- M. E. Bierzychudek; R. Sanchez Peña; A. Tonina. “*Caracterización y control robusto en comparadores criogénicos de corriente*”, 100a Reunión Nacional de Física, Villa de Merlo, San Luis, Argentina, 22-25 de septiembre, 2015. Presentación oral.
- M. Bierzychudek, R. Elmquist and F. Hernández, “*High resistance cryogenic current comparator scaling comparison*”, X SEMETRO, San Martín, Bs. As., September 25-27, 2013. Poster.
- M. Bierzychudek, R. Elmquist y A. Tonina, “*Comparador criogénico de corriente para medición de resistores de alto valor*”, Encuentro de Primavera, INTI, San Martín, Bs. As., 2011.
- M. Real, A. Tonina, M. Bierzychudek, “*Caracterización de muestras para el efecto Hall cuántico*”, Encuentro de Primavera, INTI, San Martín, Bs. As., 2010.
- A. Tonina, M. Real, M. E. Bierzychudek, “*Caracterización de muestras para la referencia en resistencia eléctrica basada en el efecto Hall cuántico*”, 95a Reunión Nacional de Física, Malargüe, Mendoza, 28 de Septiembre al 1 de Octubre, 2010. Poster.

- A. Tonina, M. Real, R. Iuzzolino, M. Bierzychudek, “*QHE sample characterization*”, VIII SEMETRO, João Pessoa, PB, Brazil, June 17-19, 2009. Oral Presentation. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado).**

Becas y estadías

- 7/2015 – 9/2015, Guest Researcher, Electrical Quantum Metrology Department, Physikalisch-Technische Bundesanstalt – PTB, Braunschweig, Germany.
- Septiembre 2012, Guest Researcher, Electrical Quantum Metrology Department, Physikalisch-Technische Bundesanstalt – PTB, Braunschweig, Germany.
- 2012, SIM Travel Grants, Conference on Precision Electromagnetic Measurements 2012 – CPEM2012, Washington DC, US.
- 2008, Early Career Award, Conference on Precision Electromagnetic Measurements 2008 – CPEM2008, Colorado, US. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado).**
- 8/2007 – 2/2008, Guest Researcher, Quantum Electrical Metrology Division, National Institute of Standards and Technology – NIST, Gaithersburg, MD, US. **(Previo a inicio formal de la carrera de doctorado).**

1. FUNDAMENTOS

SE inicia este capítulo con una breve descripción de la teoría de control y la metrología de resistencia que proveen un contexto al trabajo, secciones 1.1 y 1.2 respectivamente. Luego se explica el objetivo específico del trabajo, el enfoque seleccionado y se presenta el estado del arte, secciones 1.3 y 1.4.

1.1. Breve introducción a la teoría de control

La teoría de control estudia el comportamiento dinámico de los sistemas y como modificar sus entradas para alcanzar un dado estado, según condiciones previamente estipuladas. Un sistema realimentado se construye con una planta, un controlador, sensores y actuadores, ver figura 1.1. La primera es el sistema que se desea controlar y se representa con el modelo $g(t)$, que puede o no incluir a los dispositivos de medición y de actuación. Estos segundos inyectan la señal de control calculada por el controlador a partir de las señales medidas y de resultados anteriores. Las lecturas de los sensores constituyen la salida del sistema y representan su estado en un instante de tiempo. El controlador puede ser un circuito analógico o digital que implementa una función matemática representada con el modelo $k(t)$. De esta manera, el estado del sistema es medido para luego generar una señal de realimentación que modifica el estado futuro en presencia de perturbaciones, dinámicas desconocidas o no modeladas, e incertidumbre en parámetros.

La implementación de un sistema de control es un proceso iterativo [19]. Primero la planta debe ser estudiada y modelada para comprender su dinámica. Luego, se deben establecer las condiciones de desempeño a lazo cerrado que fijan el objetivo de control y un contexto para el problema. El siguiente paso es el diseño de una ecuación de control. Se debe evaluar que herramienta de diseño, y su correspondiente marco teórico, encaja mejor en el contexto del problema. A continuación se debe implementar la ecuación en un dispositivo que pueda ser acoplado a la planta bajo estudio. El comportamiento del sistema a lazo cerrado debe ser evaluado de manera práctica y según los resultados obtenidos se puede volver a los pasos anteriores. En este trabajo se explicará el desarrollo de este proceso aplicado a los comparadores criogénicos de corriente. Notar que el modelo matemático, la forma de definir estabilidad y desempeño, y los algoritmos de diseño u

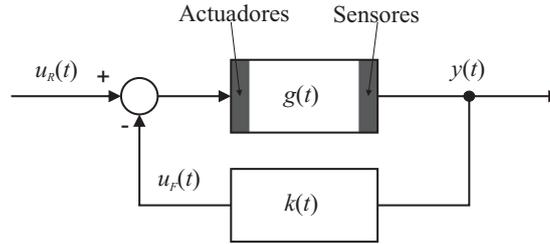


Figura 1.1: Diagrama en bloques general. La planta es representada con ecuaciones diferenciales dependientes del tiempo $g(t)$, también se incluyen en este bloque los sensores y actuadores. $k(t)$ representa al controlador, $u_R(t)$ a la señal de referencia, $u_F(t)$ a la señal de control e $y(t)$ a la salida del sistema. Las flechas indican el sentido de flujo de las señales y el círculo simboliza la operación suma o resta, dependiendo de los signos informados. En este caso es un restador y se implementa una realimentación negativa.

optimización dependen del esquema de control utilizado y por lo tanto es imposible brindar una descripción completa en esta breve explicación (para mayor detalle ver [2, 19–21]).

1.1.1. Modelos de sistemas

Un modelo de un sistema constituye una descripción aproximada que condensa en forma de ecuaciones el conocimiento del mismo [19]. Como se demostrará en los siguientes capítulos, el modelo suele ser construido con ecuaciones diferenciales a partir de leyes físicas y/o datos experimentales. Se utiliza la transformada de Laplace para facilitar su resolución y estudio, se define para la función $f(t)$ como $f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$, siendo ‘ s ’ la frecuencia compleja $\sigma + j\omega$. Así, las ecuaciones diferenciales pueden ser convertidas en polinómicas aplicando la propiedad $\dot{x}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sX(s) + x(0)$, siendo $x(0)$ el valor inicial que en este trabajo será considerado nulo. Con esta herramienta se puede resolver el gráfico 1.1, primero se calculan las transformadas de las señales y los sistemas,

$$g(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} G(s), \quad (1.1)$$

$$k(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} K(s), \quad (1.2)$$

$$u_R(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} U_R(s), \quad (1.3)$$

$$u_F(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} U_F(s), \quad (1.4)$$

$$y(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Y(s). \quad (1.5)$$

La notación presentada será utilizada en el resto del trabajo, los símbolos en minúsculas son reservados para las variables dependientes del tiempo y en mayúsculas para aquellas en el espacio de Laplace. Luego, se pueden establecer las relaciones indicadas en la figura

1.1,

$$(U_R(s) - U_F(s)) G(s) = Y(s), \quad (1.6)$$

$$U_F(s) = K(s)Y(s). \quad (1.7)$$

Ahora se resuelve el sistema de ecuaciones para obtener la relación entre la salida y la entrada,

$$(U_R(s) - K(s)Y(s)) G(s) = Y(s), \quad (1.8)$$

$$U_R(s)G(s) = Y(s) + K(s)Y(s)G(s), \quad (1.9)$$

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U_R(s)} = \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)}. \quad (1.10)$$

Se obtiene la función de transferencia $T(s)$ que caracteriza el comportamiento de la salida ' $Y(s)$ ' con respecto a la entrada ' $U_R(s)$ ' y con ella se puede analizar el comportamiento del sistema en el espacio del tiempo o de la frecuencia. Las raíces del denominador suelen denominarse polos del sistema y las del numerador son los ceros.

1.1.2. Definición de desempeño y estabilidad

El objetivo del controlador debe ser determinado desde el análisis de la planta y las respuestas deseables del sistema a lazo cerrado. Estas especificaciones condicionan al problema y forman un conjunto de índices de desempeño que puede ser utilizado para diseñar y evaluar el controlador. Por ejemplo, la función de transferencia desde una dada entrada hasta una salida representa la habilidad del sistema a lazo cerrado para rechazar o amplificar señales en dicho punto. Si se busca atenuar una banda de frecuencia, por ejemplo para reducir la interferencia de la línea de alimentación, el sistema a lazo cerrado deberá tener en tal banda de frecuencia una ganancia menor que la del sistema original. Entonces es posible expresar una condición a partir de la respuesta en frecuencia deseada. Asimismo se pueden requerir parámetros en el dominio del tiempo, como el valor estacionario y el máximo sobrepico. En los lazos de control aplicados a la metrología, usualmente se busca anular la lectura de un detector, que es equivalente a especificar un valor estacionario de la salida menor a la resolución del dispositivo. De la misma manera, el máximo sobrepico puede ser especificado para evitar la saturación del detector, especialmente si su tiempo de recuperación es largo comparado con el período de muestreo.

El análisis de estabilidad en los sistemas de control es de crucial importancia y es un área donde mucho esfuerzo se ha aplicado produciendo una gran variedad de definiciones

y criterios. En este trabajo la estabilidad de un sistema se define como su habilidad de mantener salidas acotadas para una entrada también acotada, y a la planta que alcanza esta característica se la conoce como internamente estable [2]. En el espacio de Laplace se puede analizar estabilidad a partir de los polos p_i del sistema, que son las raíces del denominador en la ecuación (1.10) y deben estar en el semi-plano complejo negativo, $Re(p_i) < 0$. Por ejemplo, se puede calcular la respuesta a un escalón unitario $u(t)$ para la función de transferencia $T(s) = 1/(s - p)$, obteniendo la señal temporal $y(t) = e^{pt}u(t)$ [22]. Si $Re(p) < 0$ entonces $y(t)$ es acotada para todo valor de t , pero si $Re(p) > 0$ la salida diverge para $t \rightarrow \infty$.

Se debe notar que esta definición está limitada por las posibles variaciones o errores en los parámetros. Por lo tanto se deberá considerar un definición que tenga en cuenta un margen de incertidumbre en el modelo. Además, no es conveniente analizar una única transferencia en sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas, ya que cancelaciones de polos y ceros podrían esconder polos inestables, ver [2, 19, 21].

1.1.3. Diseño del controlador

De la ecuación (1.10) se desprende que la dinámica a lazo cerrado es afectada por el controlador, entonces se debe estudiar como diseñar $K(s)$ para alcanzar los requerimientos del problema y obtener un sistema a lazo cerrado estable. Se puede obtener buenos resultados y con relativa facilidad proponiendo una estructura del controlador para luego ajustar sus parámetros por medio de herramientas gráficas, analíticas o experimentales. Tres tipos de controladores o sus combinaciones son típicamente utilizados, el proporcional, el derivativo y el integral. Si se considera la figura 1.1 con $G(s) = c_G/(s + p)$ y se propone un controlador integral ($K(s) = c_K/s$) entonces la función de transferencia a lazo cerrado es

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)K(s)} = \frac{c_G s}{(s + p)s + c_K c_G} = \frac{c_G s}{s^2 + ps + c_K c_G}. \quad (1.11)$$

En el estado estacionario, $s = 0$, la función de transferencia es igual a cero y por lo tanto el controlador integral produce que el sistema a lazo cerrado rechace las entradas del sistema a baja frecuencia. Además se puede ajustar c_K , dentro de un abanico de posibilidades, para que el comportamiento a lazo cerrado se acerque al deseado. Sin embargo, como solo se analiza una dada estructura no se puede saber si es la mejor solución para el problema.

Como se explicará a continuación, es posible diseñar un controlador aplicando algoritmos de optimización a expresiones analíticas representativas de los índices de desempeño.

Además, en muchas aplicaciones el desempeño y la estabilidad son objetivos contrapuestos, entonces el algoritmo de diseño puede involucrar una negociación entre ambos.

1.1.4. La teoría de control robusto

La teoría de control robusto se caracteriza por la representación matemática del sistema como una familia de modelos y no como un modelo único. Apareció en el año 1980 cuando se empezó a estudiar el efecto de los errores de modelado en el desempeño y estabilidad de un sistema a lazo cerrado [2, 19–21]. Desde entonces, el control robusto ha sido aplicado y verificado en áreas tan diversas como la industria aeroespacial, las fabricas químicas o la generación y distribución de energía. Además, la teoría posee un profundo trasfondo teórico que ha despertado el interés de ingenieros y matemáticos.

La explicación se enfoca ahora en la estructura de modelo utilizada en este entorno. El propósito es capturar toda la información disponible del sistema real, incluyendo información vaga que se conoce con un dado nivel de incertidumbre. Se debe tener en cuenta que un modelo que implique una descripción detallada del fenómeno impacta en el tiempo de simulación, en el tiempo de análisis y en la implementación del controlador. Por lo tanto, se buscan representar dinámicas complejas o desconocidas con un conjunto de funciones lineales simples S_δ . Si se asume que existe una función $q(u)$ capaz de capturar dicha dinámica y que proyecta la entrada $u(t)$ en la salida $y(t)$. Entonces, para cada combinación $y = q(u)$, debe existir $\delta_q \in S_\delta$ tal que $y = q(u) = \delta_q(u)$ [20]. Notar que se omite la variable t con el objetivo de mejorar la claridad.

Para construir el conjunto S_δ se debe asumir que $q(u)$ es una función continua en el dominio compacto S_u que incluye al origen. Esta no es una consideración arbitraria ya que sistemas reales suelen ser continuos en el dominio de trabajo y señales reales son naturalmente acotadas, entonces la selección de S_u para que sea cerrado es suficiente para obtener un conjunto compacto. Luego, se obtiene una imagen de $q(u)$ acotada en el entorno del origen, ya que existe ϵ tal que $|q(u)| \leq \epsilon$ para todo $u \in S_u$ a partir de las implicaciones de continuidad [23]. A partir de este resultado se pueden establecer un conjunto de funciones lineales y simples para reemplazar la dinámica compleja,

$$S_\delta = \{\text{todas las funciones } \delta \text{ con } |\delta(u)| \leq \epsilon, \forall u \in S_u\}. \quad (1.12)$$

Se utiliza la norma euclidiana, pero si $q(u)$ se encuentra en \mathcal{R} se debe utilizar el valor absoluto. Entonces, $-\epsilon \leq q(u) \leq \epsilon \forall u \in S_u$ y el conjunto de funciones puede ser definido como $S_\delta = \{\delta : \delta(u) \in [-\epsilon, \epsilon], \forall u \in S_u\}$.

A continuación se presenta la forma de construir un modelo $p(u)$ combinando un

1.1. BREVE INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE CONTROL

modelo nominal $g_0(u)$ y un conjunto S_δ que representa la parte incierta $q(u)$,

$$y = p(u) = g_0(u) + q(u), \text{ donde } q(u) = p(u) - g_0(u) \quad (1.13)$$

$$\rightarrow y = g_0(u) + \delta(u), \text{ con } \delta \in S_\delta. \quad (1.14)$$

Por lo tanto, el sistema real $p(u)$ es representado con una familia de modelos \mathcal{G} en torno al nominal, el cual esta formado por ecuaciones lineales y simples. Notar que para construir el conjunto de funciones no es necesario un conocimiento exacto de $q(u)$ pero sí que sea acotado, para que el problema tenga sentido. Además, $q(u)$ se puede obtener como la diferencia de la planta real y el sistema nominal teórico, ecuación (1.13). La familia se define como,

$$\mathcal{G} = \{g(u) : g(u) = g_0(u) + \delta(u), \forall u \in S_u, \text{ y } \forall \delta \in S_\delta\}. \quad (1.15)$$

Entonces, si un controlador estabiliza la familia de modelos \mathcal{G} , lo hace también con la planta real. El costo de esta ventaja es que el análisis es conservador, porque si \mathcal{G} satisface una dada propiedad implica lo mismo para $p(u)$, pero no sucede el caso inverso [20].

Se busca ahora trabajar en el dominio de Laplace. Para esto se debe cambiar el punto de vista y pensar al conjunto de funciones en base a una *incertidumbre de modelo*, tal que la transformada de Laplace de cualquier $\delta \in S_\delta$ sea reemplazada con $W_\Delta(s)\Delta$ [2, 20]. Aquí Δ es cualquier número complejo acotado por la unidad, es decir $|\Delta| \leq 1$, y $W_\Delta(s)$ es el peso de *incertidumbre dinámica global*. Este peso cuantifica el desconocimiento en función de la frecuencia y se puede interpretar como la diferencia entre las respuestas en frecuencia del sistema real y del nominal. Entonces, la incertidumbre de modelo $W_\Delta(s)\Delta$ es un radio dependiente de la frecuencia alrededor del modelo nominal. De esta manera, el sistema puede ser representado con la figura 1.2(a) que corresponde a la transformada de Laplace de la ecuación (1.15),

$$\mathcal{G} = \{G(s) : G(s) = G_0(s) + W_\Delta(s)\Delta, \forall \Delta \in \mathbb{C}, |\Delta| < 1\}. \quad (1.16)$$

Se puede estudiar ahora la condición a cumplir por el controlador para mantener la estabilidad de toda la familia de modelos a lazo cerrado, es decir evitar que existan polos de $T(s)$ en el semiplano positivo de \mathbb{C} [2]. Se inicia escribiendo el denominador de la función de transferencia del sistema a lazo cerrado para un sistema descrito por (1.16) y

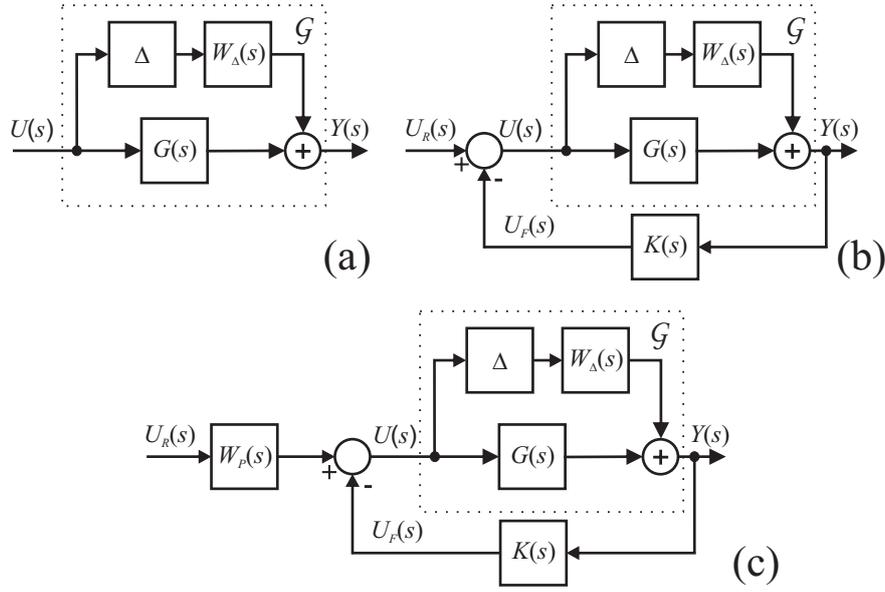


Figura 1.2: (a) Diagrama en bloques del modelo con incertidumbre dinámica aditiva, Δ es cualquier valor perteneciente a \mathbb{C} y con $|\Delta| < 1$. (b) Sistema realimentado con la incertidumbre aditiva. (c) Sistema a lazo cerrado con incertidumbre aditiva y con el peso de desempeño, $W_p(s)$.

controlado por $K(s)$,

$$[1 + G(s)K(s)]^{-1} \text{ estable } \forall G(s) \in \mathcal{G}, \quad (1.17)$$

$$\Leftrightarrow 1 + K(s)(G_0(s) + W_\Delta(s)\Delta) \neq 0 \quad \forall |\Delta| < 1, s \in \mathbb{C}_+, \quad (1.18)$$

$$\Leftrightarrow 1 + K(s)G_0(s) \neq -K(s)W_\Delta(s)\Delta \quad \forall |\Delta| < 1, s \in \mathbb{C}_+, \quad (1.19)$$

$$\Leftrightarrow \frac{K(s)W_\Delta(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \neq \frac{1}{-\Delta} \quad \forall |\Delta| < 1, s \in \mathbb{C}_+, \quad (1.20)$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{K(s)W_\Delta(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \right| \leq 1 \quad \forall s \in \mathbb{C}_+, \quad (1.21)$$

$$\Leftrightarrow \left\| \frac{K(s)W_\Delta(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \right\|_\infty \leq 1. \quad (1.22)$$

En esta última ecuación se aplica la norma infinito, $\|x(s)\|_\infty = \sup_{s \in \mathbb{C}} |x(s)|$, para obtener la *condición de estabilidad robusta* [2]. Notar que la función de transferencia obtenida relaciona una entrada ficticia que reemplaza al bloque Δ y la señal de control $U_F(s)$, ver figura 1.2(b). Entonces si a una dada frecuencia la incertidumbre $W_\Delta(s)$ crece, la ganancia del controlador debe ser reducida para garantizar estabilidad a lazo cerrado. Esto significa que el desconocimiento de la planta limita el ancho de banda del controlador. Se debe tener en cuenta que la condición de estabilidad robusta no debe ser mayor a 1, al menos teóricamente, porque en tal caso existe un miembro de la familia \mathcal{G} que hace inestable el

lazo cerrado y que podría ser el sistema real.

El siguiente paso es representar las condiciones de desempeño en una forma equivalente a la condición de estabilidad, de esta manera será posible comparar sus valores y optimizar el controlador. Como se explicó en la sección 1.1.2, las condiciones pueden ser especificadas en función de la respuesta en frecuencia del sistema a lazo cerrado. Considerando que la transferencia $T(s)$ a lazo cerrado es una función lineal, invariante en el tiempo, y proyecta entre los espacios de entrada y salida donde las normas α y β están respectivamente definidas. Entonces, se puede usar la norma inducida $\|T(s)\|_{\alpha \rightarrow \beta}$ para medir la amplificación de una función de transferencia y acotarla [2],

$$\|T(s)\|_{\alpha \rightarrow \beta} = \sup_{\|U(s)\|_{\alpha} \leq 1} \|T(s)U(s)\|_{\beta} < \gamma. \quad (1.23)$$

Típicamente se utilizan espacios donde la norma euclidiana está definida, en tal caso se obtiene que la norma inducida es igual a la norma infinito. Por lo tanto, se puede escribir la condición de desempeño como

$$\|T(s)W_D(s)\|_{\infty} < 1, \quad (1.24)$$

donde se incluye un peso $W_D(s)$ el cual se utiliza para dar la forma deseada a la respuesta en frecuencia a lazo cerrado e incluir el valor límite γ , ver figura 1.2(c). Como ejemplo, se puede asumir que el objetivo del controlador es rechazar en la salida los efectos de señales de alta frecuencia en la entrada, lo cual es equivalente a disminuir la ganancia de $T(s)$ escribiendo $|W_D(s)| \gg 1$ con $s = j\omega$ para la banda de frecuencia de rechazo.

Por lo tanto, se logró escribir todos los requerimientos del controlador en base a la norma infinito, con pesos dependientes de la frecuencia que sirven para expresar las condiciones. Esto permite utilizar el *control* \mathcal{H}_{∞} , teoría incluida en el control robusto, y optimizar el controlador para minimizar las ecuaciones (1.22) y (1.24). De hecho, en este trabajo se aplica un algoritmo de iteración [2, 20, 21] que obtiene un controlador sub-óptimo por medio del algoritmo de bisección [24].

1.2. Metrología de resistencia y corriente

Uno de los primeros instrumentos utilizados en mediciones eléctricas fue el galvanómetro, un dispositivo electromecánico cuya indicación se muestra con una aguja rotativa, la cual se mueve en una escala según la corriente que se desea medir y que fluye en una bobina inmersa en un campo magnético. El mismo principio de medición, convertir

corriente en flujo magnético, se sigue utilizando. Si se desea comparar con exactitud dos o más corrientes es posible utilizar un comparador de corriente [25]. Su funcionamiento se basa en la ley de Ampère, la cual relaciona la integral del campo magnético \vec{B} sobre un camino cerrado P con la corriente que cruza la superficie S encerrada por P de forma que $\oint_P \vec{B}(t) d\vec{l} = \mu_0 i(t)$.

La figura 1.3(a) muestra dos bobinas alimentadas con las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$. El camino P encierra todas las vueltas de las bobinas, y las corrientes 1 y 2 cruzan la superficie encerrada una cantidad de veces dada por el número de vueltas, hacia adentro y fuera de la hoja respectivamente. Si se define el campo magnético \vec{B} con el sentido dado en la figura se puede reescribir la última ecuación como una relación de corrientes,

$$\oint_P \vec{B}(t) d\vec{l} = \mu_0(N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t)). \quad (1.25)$$

Si las corrientes son alternas se puede utilizar una bobina conductora para medir el campo residual, 1.3(b). Una tensión eléctrica será inducida en la bobina de detección según la ley de Faraday, $V = -\partial\Phi/\partial t$, siendo $\Phi = \int_S \vec{B} ds$ el flujo magnético concatenado por la bobina. Es conveniente incluir un núcleo ferromagnético con alta permeabilidad relativa μ para concatenar en él una gran cantidad de flujo magnético. Luego una de las corrientes puede ser ajustada con el objetivo de cancelar la tensión inducida, en tal caso el flujo concatenado será cercano a cero y también el campo magnético. Entonces de (1.25) se obtiene la ecuación característica de un comparador de corriente [25],

$$0 = \mu(N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t)), \quad (1.26)$$

$$N_1 i_1(t) = N_2 i_2(t), \quad (1.27)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{i_2(t)}{i_1(t)}. \quad (1.28)$$

Este mismo principio puede ser aplicado en la comparación de dos resistores. Si se aplica a los elementos resistivos la misma tensión y se mide las corrientes con un comparador se puede obtener la relación de resistencia aplicando la ley de Ohm. Por ejemplo, si en la figura 1.3(b) se conecta en serie a cada bobina un resistor R_1 y R_2 , se asume que en ellos cae la misma tensión y que una de las corrientes fue ajustada para

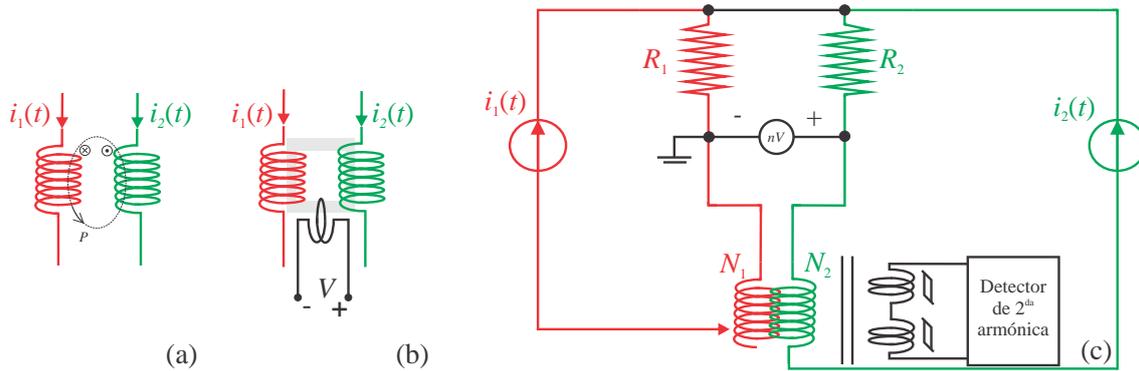


Figura 1.3: (a) Principio básico del comparador de corriente. (b) Comparador de corriente alterna con núcleo ferromagnético y bobina de sentido. (c) Diagrama esquemático de un puente comparador de corriente directa con ajuste manual en la bobina N_1 . El detector de flujo magnético inyecta una señal alterna de alta frecuencia y detecta la amplitud de la segunda armónica, utilizando una bobina para cada tarea y un núcleo ferromagnético para concatenar el flujo magnético. Un nanovoltímetro mide la diferencia entre las caídas de tensión en los resistores.

anular el campo magnético residual se obtiene:

$$i_1(t)R_1 = i_2(t)R_2, \quad (1.29)$$

$$i_1(t)N_1 = i_2(t)N_2, \quad (1.30)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (1.31)$$

El problema se vuelve más complejo si se desea medir con corriente continua. Para obtener resultados con alta exactitud se pueden aplicar dos soluciones, el flujo magnético puede ser medido utilizando un detector de segunda armónica [25, 26] o un *Superconducting Quantum Interference Device* (SQUID) [27]. El primero toma ventaja de la relación no-lineal entre la inducción magnética dentro de un material ferromagnético y el campo magnético. Los sistemas con estos detectores son denominados *comparadores de corriente directa* (DCC por su nombre en inglés) y son utilizados en calibraciones regulares de resistores desde $100 \mu\Omega$ hasta $100 \text{ M}\Omega$. La figura 1.3(c) muestra un diagrama del puente con ajuste manual, cada resistor a ser comparado es conectado en serie a un inductor y a una fuente de corriente. Los flujos magnéticos generados por las bobinas tienen sentido opuesto y el flujo remanente es medido por el detector. También se mide la diferencia entre las caídas de potencial en cada elemento utilizando un nanovoltímetro. Luego, el operador ajusta la cantidad de vueltas en el bobinado primario (N_1) con el objetivo de anular la lectura del detector de flujo. Si el puente está balanceado y asumiendo que el nanovoltímetro lee una diferencia de potencial igual a cero, se obtienen las ecuaciones (1.29), (1.30) y (1.31).

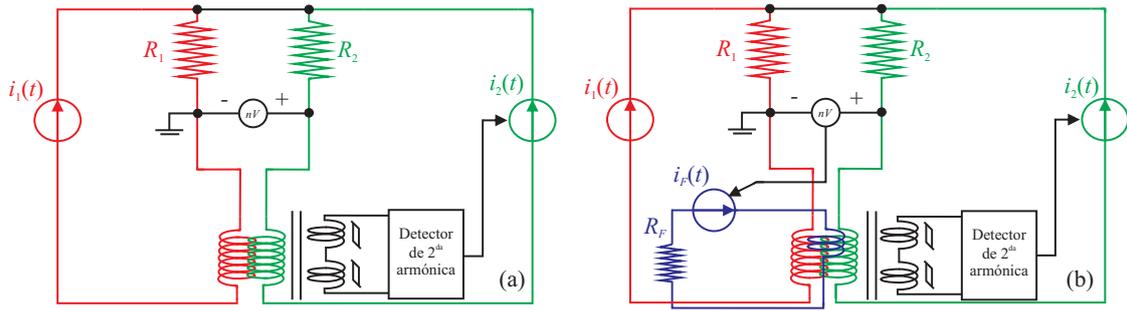


Figura 1.4: Diagrama esquemático de un puente comparador de corriente directa con realimentación automática. En (a) la fuente secundaria se ajusta para cancelar la salida del detector de flujo magnético. (b) También se puede llevar a cero la salida del detector de tensión por medio de otra fuente de corriente realimentada.

El ajuste manual consume mucho tiempo y solo se pueden realizar correcciones lentas. La realimentación automática reduce el tiempo de operación y mejora el balance del puente. El controlador más simple es un integrador, el cual integra la salida del detector y controla una fuente de corriente para que la salida sea igual a cero, ver el esquema de la figura 1.4(a). Se establece así un lazo de realimentación negativa, por el cual se modifica la fuente de corriente de manera inversa al resultado de la integración. En la parte (b) de la misma figura se muestra el esquema más utilizado en la actualidad, el cual incluye otro lazo de realimentación negativa con una tercera bobina (N_F) para anular la lectura del nanovoltímetro. Entonces, se debe reescribir la ecuación de balance,

$$i_1(t)N_1 - i_2(t)N_2 - i_F(t)N_F = 0. \quad (1.32)$$

En un comparador real, el flujo magnético no es completamente concatenado en el núcleo debido principalmente a su permeabilidad finita e inhomogeneidades. Por lo tanto, se generan errores en la ecuación de balance que se denominan errores de relación y limitan la exactitud de medición. Para disminuir la incertidumbre se pueden utilizar blindajes superconductores en lugar del núcleo ferromagnético. Además, sensores SQUID pueden ser utilizados como magnetómetros para medir el flujo remanente y obtener menores sensibilidades. Los sistemas con estos componentes son conocidos como puentes de medición basados en *comparadores criogénicos de corriente* (CCC) porque utilizan helio líquido, que posee una temperatura de 4,2 K, para alcanzar el estado superconductor del blindaje y del sensor SQUID.

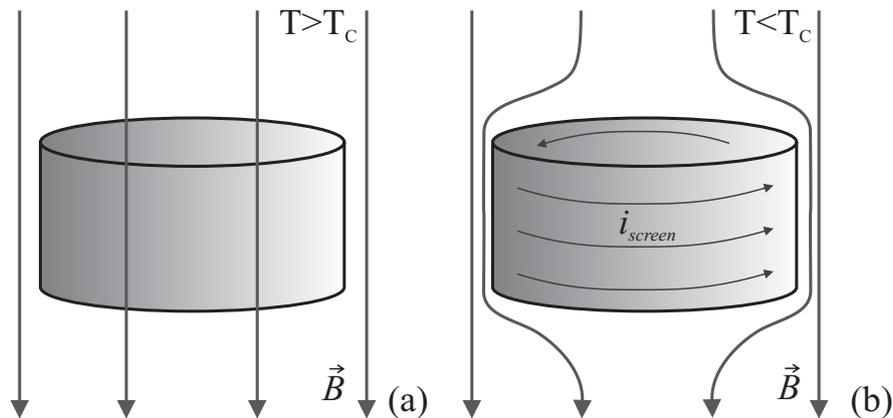


Figura 1.5: Comportamiento magnético de un material superconductor a temperatura (a) mayor o (b) menor a la crítica. En este segundo caso se genera una corriente superconductor en la superficie del materia que cancela el campo magnético dentro de este.

1.2.1. Efecto Meissner

Los materiales superconductores se caracterizan por tener una resistencia eléctrica exactamente igual a cero y porque el campo magnético dentro del mismo es completamente expulsado [28, 29]. En los CCC se toma ventaja principalmente de esta segunda característica que fue descubierta por Meissner y Ochsenfeld en 1933. Ellos encontraron que al enfriar un material superconductor debajo de su temperatura crítica, por ejemplo a la temperatura del helio líquido, se repele el campo magnético dentro del mismo, con excepción de una longitud de penetración en el orden de 1000 \AA desde la superficie. En esta zona el campo magnético decrece progresivamente. La figura 1.5 muestra un ejemplo, (a) si se aplica un campo magnético a un material que se encuentra a una temperatura mayor a la crítica, el campo penetrará la muestra. (b) Pero si la temperatura es menor a la crítica, corrientes superconductoras se inducirán en la superficie del superconductor y rechazarán el campo magnético dentro de él. Esto implica a su vez que un material en estado superconductor puede pasar a estado normal si el campo magnético aplicado es mayor al campo crítico de cada material.

Esta característica única de los superconductores permite aplicaciones muy particulares que son ampliamente explotadas en el CCC. En primer lugar, dado que un flujo magnético continuo induce una corriente en un superconductor, se puede utilizar una bobina superconductor para detectar campos magnéticos continuos. Además se pueden construir blindajes electromagnéticos de alta atenuación, ya que si un volumen es cubierto completamente con una lamina superconductor la corriente de rechazo fluirá solo por la superficie externa del blindaje y por lo tanto dentro del volumen el campo B será igual a

cero.

1.2.2. Blindaje superconductor interno

En el año 1972 Harvey [30] presentó un transformador de corriente continua que utilizaba un SQUID como detector y que fue aplicado para la calibración de resistores. Él observó que niveles muy bajos de error de relación se podían alcanzar utilizando un blindaje superconductor para concatenar el flujo magnético.

Si se considera un tubo superconductor de longitud infinita con un cable dentro, figura 1.6(a), al aplicar una corriente $i_1(t)$ en el alambre se generará una corriente $i_{screen}(t)$ uniformemente distribuida en la superficie interna del tubo de igual intensidad y en sentido contrario, debido al efecto Meissner. Ésta corriente retorna a través de la superficie exterior en el mismo sentido que la original. Si otro cable es introducido en el tubo con corriente $i_2(t)$, la corriente de blindaje que fluye en la superficie exterior será proporcional a la suma de las corrientes de los cables. Esto es demostrado aplicando la ley de Ampère en un camino cerrado dentro de la pared del tubo superconductor, donde $\vec{B} = 0$,

$$\oint_P \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S j(t) ds, \quad (1.33)$$

$$\oint_P \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (i_1(t) - i_2(t) - i_{screen}(t)) = 0, \quad (1.34)$$

donde $j(t)$ es la densidad de corriente encerrada por P y que cruza S . Luego, se puede incluir N_n , con $n = 1$ o 2 , cables para que la corriente 1 o 2 cruce repetidamente la superficie S con la misma dirección, entonces se obtiene

$$i_{screen}(t) = N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t). \quad (1.35)$$

Notar que esta ecuación es independiente de la posición de los cables dentro del tubo. Si la ubicación de los mismo es asimétrica, la densidad de corriente en la superficie interna del tubo también lo será, pero se vuelve uniforme en la cara externa donde se ubica el sensor.

El sistema desarrollado por Harvey estaba preparado para medir elementos resistivos de dos terminales. La figura 1.6(b) muestra un diagrama esquemático del sistema, cada resistor es conectado en serie a una bobina dentro del comparador y el flujo magnético total es medido con el SQUID. Un lazo de control se cierra a través de una bobina adicional (N_F) para anular la lectura de dicho sensor. Los resistores se ubican en el baño de helio líquido y se utiliza cable superconductor para realizar las conexiones, entonces las caídas de tensión V en los elementos son iguales. Luego se puede determinar la relación de

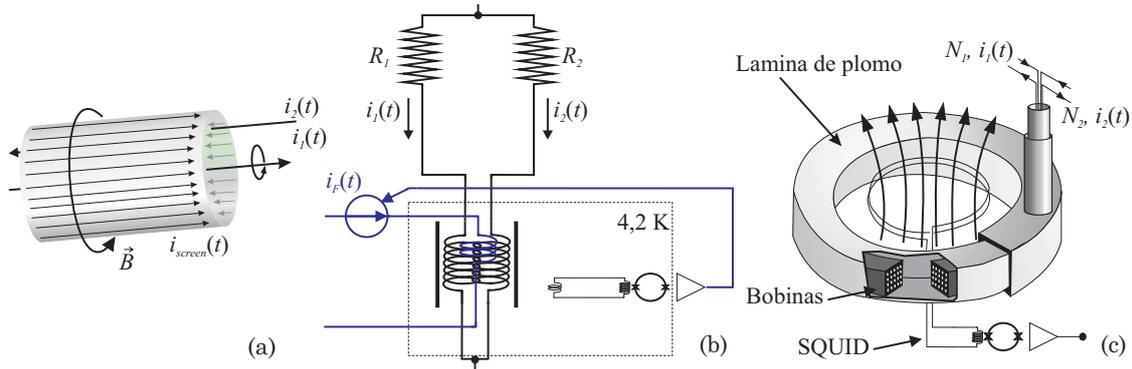


Figura 1.6: (a) Idea conceptual implementada por Harvey [30]. (b) Puente de medición utilizado por Harvey para medir elementos de dos terminales. Se utilizaron cables superconductores para garantizar que la caída de tensión en cada resistor sea la misma. Con la línea punteada se representa el criostato y el blindaje superconductor interno se representa con dos líneas paralelas que encierran a las bobinas. Se incluye el sensor SQUID con la bobina de sensado. (c) CCC con blindaje solapado implementado por Sullivan y Dziuba [31].

resistores midiendo la corriente de realimentación y resolviendo el circuito,

$$i_n = \frac{V}{R_n} \text{ con } n = 1, 2, \quad (1.36)$$

$$i_1 N_1 + i_F N_F = i_2 N_2, \quad (1.37)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(1 - \frac{i_F N_F}{i_2 N_2}\right) \frac{N_2}{N_1}. \quad (1.38)$$

Para construir su comparador, Harvey utilizó un cable multifilamento con vaina superconductora y bobinado en un núcleo ferromagnético de forma toroidal. Pero se torna muy difícil la construcción de este CCC para relaciones mayores o iguales a $N_1/N_2 = 10$. Además, el dispositivo práctico tiene longitud finita y por lo tanto el flujo magnético se escapa en sus bordes. Dos años después, D. B. Sullivan y R. F. Dziuba [31] presentaron un diseño que resolvió ambos problemas. Para imitar un tubo de longitud infinita, tomaron un blindaje tubular y lo doblaron de manera que un extremo entre en el otro, lo describieron como “*a snake swallowing its tail*”. Las bobinas de relación se construyen en forma axial dentro del blindaje. La figura 1.6(c) muestra un esquema del comparador con una vista transversal. Esencialmente se sigue teniendo un tubo de longitud infinita donde se cumple la relación de corrientes establecida por la ecuación (1.33), con la ventaja de que este diseño permite construir bobinas con gran cantidad de vueltas. La corriente de blindaje que se debe medir circula por la superficie externa del blindaje solapado y por tal motivo es muy importante que los niveles del blindaje se encuentren aislados eléctricamente entre

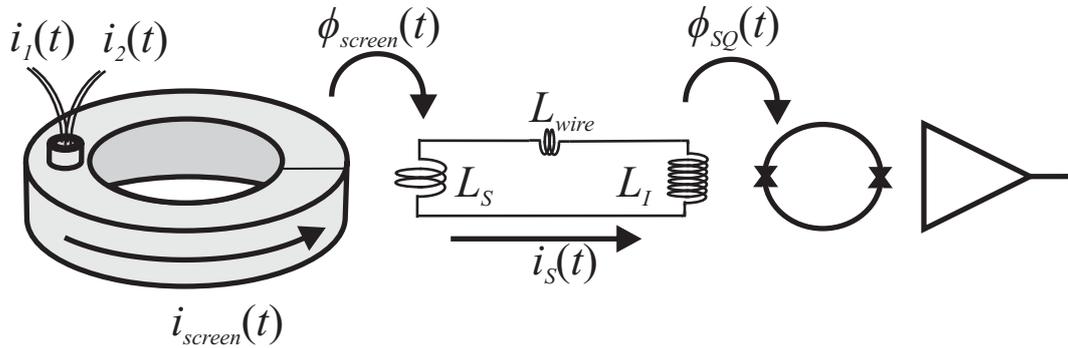


Figura 1.7: La corriente superconductor del blindaje fluye por la cara externa del mismo e induce una corriente, también superconductor, en una bobina de sensado con inductancia L_S . La cual forma un transformador de flujo magnético junto con la inductancia de entrada del sensor SQUID L_I .

sí. Luego, se puede incluir un sensor SQUID o una bobina de sensado en el centro del toroide de manera de medir el flujo magnético por dicha ventana, el cual es provocado enteramente por la corriente superconductor. Actualmente estos CCCs logran errores de relación menores a 1×10^{-10} , lo cual es al menos 100 veces mejor que en sistemas DCC comerciales [32, 33].

La figura 1.7 presenta un esquema del transformador de flujo magnético. Un desbalance entre las corrientes que circulan por el comparador genera la corriente $i_{screen}(t)$ en el blindaje superconductor. Se produce también el correspondiente flujo magnético sensado por L_S que es proporcional a la inductancia mutua M_{ov} , $\phi_{screen}(t) = M_{ov}i_{screen}(t)$. La bobina de sensado está conectada en serie a la inductancia de entrada del SQUID L_I y por ellas circula la corriente $i_S(t)$, cuyo valor se encuentra determinado por la relación $(L_S + L_I + L_{wire})i_S(t) = \phi_{screen}(t)$ debido a la propiedad de conservación de flujo magnético en los superconductores. Finalmente, la corriente $i_S(t)$ genera el flujo de entrada al sensor SQUID, $\phi_{SQ}(t)$. La sensibilidad del sistema de detección puede ser optimizada seleccionando correctamente el sensor SQUID y calculando la inductancia de la bobina de sensado [33–35].

A partir del esquema del transformador de flujos, se puede definir la *sensibilidad de corriente* del CCC como la supercorriente necesaria en la superficie del tubo solapado para tener $\phi_{SQ}(t) = \Phi_0$, siendo $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb el cuanto de flujo magnético. Se calcula como $\frac{i_{screen}(t)}{\phi_{SQ}(t)} = \frac{i_{screen}(t)}{i_S(t)M_I} = \frac{L_S + L_I + L_{wire}}{M_{ov}M_I}$, donde M_I es la inductancia mutua entre L_I y el SQUID. Esta magnitud, se suele expresar relativa a la corriente en una bobina de una vuelta, turn en ingles T, y en la unidad $\mu AT/\Phi_0$.

1.2.3. dc-SQUID

Los dispositivos SQUIDs son los detectores de flujo magnético más sensibles que existen en la actualidad y su ancho de banda se extiende desde frecuencia cero hasta cientos de megahertz. Por esta razón, el sensor es atractivo para aquellas aplicaciones donde la magnitud física a ser medida puede ser convertida a flujo magnético. Como ejemplos se puede nombrar la medición de temperatura, de propiedades magnéticas de materiales y la medición de corriente o resistencia. En la bibliografía especializada [27,28] se pueden encontrar más ejemplos y también la teoría de funcionamiento. A continuación se introduce brevemente el sensor con el objetivo de mostrar su ventajas y problemas asociados, primero se presentan las junturas Josephson y luego el dc-SQUID, que es la familia de sensores utilizada en los puentes de medición basados en CCCs.

Junturas Josephson

El principio de operación del sensor SQUID se basa en dos efectos propios de los materiales superconductores. El primero es la cuantización del flujo magnético concatenado en un anillo superconductor en unidades del cuanto de flujo. El segundo es el efecto Josephson, el cual se produce entre dos superconductores débilmente acoplados. Ejemplos de estas junturas son contactos puntuales, o electrodos separados por materiales normales o aislantes. En general, una supercorriente i_S cruza la juntura y se relaciona con la diferencia δ entre las fases de las funciones de onda en los electrodos superconductores, las cuales decaen exponencialmente en la barrera. Entonces, si el ancho de la misma es chico de forma tal que las ondas se superponen, los pares de Cooper pueden atravesar la barrera mientras la diferencia en tensión sobre la misma es cero. La corriente i_S que fluye a través de la juntura es constante y se describe como,

$$i_S = i_0 \sin(\delta), \quad (1.39)$$

donde i_0 es la corriente crítica. Si la diferencia de fase δ cambia con el tiempo, la caída de potencial u a través de la juntura es distinta de cero y se cumple la siguiente relación,

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} u. \quad (1.40)$$

Entonces, si $u \neq 0$ la corriente i_S oscila con la frecuencia de Josephson que es igual a $2\pi\bar{u}/\Phi_0$, donde \bar{u} es la tensión a través de la juntura promediada en el tiempo y $2\pi/\Phi_0$ es un valor constante igual a 483,6 MHz/ μ V. El estado con $u = 0$ se denomina régimen

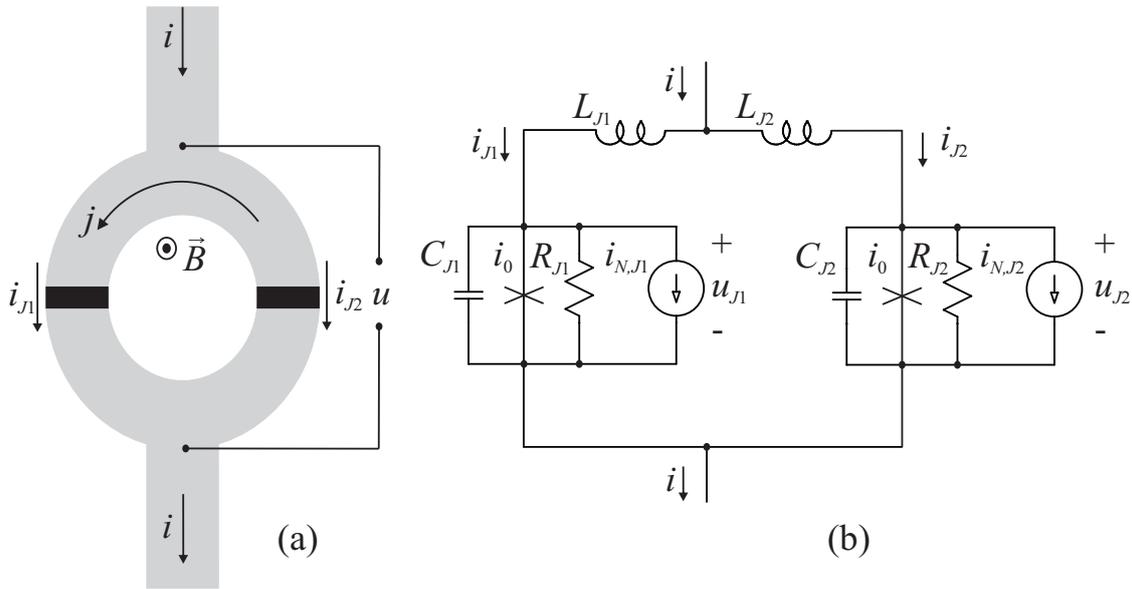


Figura 1.8: (a) Presentación descriptiva del anillo superconductor y junturas Josephson. (b) Circuito equivalente según el modelo RCSJ. Esta imagen se realizó siguiendo un diagrama similar en [27].

estacionario porque la diferencia de fase es constante y la corriente i_S es menor a la corriente crítica. En cambio, se define el régimen dinámico si $u \neq 0$ y δ varía con el tiempo.

Principio de funcionamiento del dc-SQUID

Constructivamente el SQUID es un anillo superconductor que se polariza con una corriente continua i , figura 1.8(a). Cada rama se separa con una juntura Josephson, lo que limita la máxima corriente superconductor i_C que fluye a través del anillo a la suma de las corrientes críticas de cada juntura. Al aplicarse un campo magnético externo B se genera una corriente j de circulación que mantiene cuantificado el flujo magnético concatenado y modula i_C con un período igual al cuanto de flujo. Esta modulación es el principio de funcionamiento del sensor y se produce por la interferencia de las funciones de onda en las dos ramas. En el caso de los dc-SQUID la modulación puede ser medida polarizando al sensor con una corriente $i > i_C$, en tal caso la tensión en las junturas depende del campo magnético.

El comportamiento de las junturas del SQUID se puede representar con el modelo RCSJ (*resistively- and capacitively-shunted junction*), figura 1.8(b). Notar que dicha figura presenta dos junturas, para una sola el circuito paralelo equivalente se forma con un elemento Josephson que cumple la ecuación (1.39) y un elemento capacitivo C_J para

1.2. METROLOGÍA DE RESISTENCIA Y CORRIENTE

representar la capacidad parásita entre los electrodos superconductores. Además se incluye un resistor R_J que sirve para eliminar la histéresis en la relación corriente-tensión, lo cual es necesario para estos sensores. Por último, se modela el ruido térmico en la juntura y en R_J con una fuente de corriente $i_{N,J}(t)$. El circuito se puede resolver aplicando las leyes de Kirchoff y para cada juntura resulta,

$$i_{J1} = C_{J1}\dot{u}_1 + \frac{u_1}{R_{J1}} + i_0 \sin(\delta_{J1}) + i_{N,J1}, \quad (1.41)$$

$$i_{J2} = C_{J2}\dot{u}_2 + \frac{u_2}{R_{J2}} + i_0 \sin(\delta_{J2}) + i_{N,J2}. \quad (1.42)$$

Las corrientes i_{Jn} , con $n = 1$ o 2 , pueden reemplazarse con la corriente de polarización y de circulación, con la notación elegida resulta $i_{J1} = i/2 + j$ y $i_{J2} = i/2 - j$. También se puede utilizar la ecuación de Josephson en régimen dinámico (1.40) para reescribir las ecuaciones en función de δ_{Jn} , que son las diferencias de fase en cada aislante.

$$u_{Jn} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \dot{\delta}_{Jn}, \quad \text{con } n = 1 \text{ o } 2, \quad (1.43)$$

$$\frac{i}{2} + j = \frac{\Phi_0}{2\pi} C_{J1} \ddot{\delta}_{J1} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_{J1}} \dot{\delta}_{J1} + i_0 \sin(\delta_{J1}) + i_{N,J1}, \quad (1.44)$$

$$\frac{i}{2} - j = \frac{\Phi_0}{2\pi} C_{J2} \ddot{\delta}_{J2} + \frac{\Phi_0}{2\pi R_{J2}} \dot{\delta}_{J2} + i_0 \sin(\delta_{J2}) + i_{N,J2}. \quad (1.45)$$

Luego se completan las ecuaciones básicas del sensor con la relación entre las diferencias de fases y el campo magnético aplicado. Esta se obtiene planteando las funciones de onda y considerando que el flujo magnético total esta dado por la suma del aplicado y del producido por la corriente circulante j en la inductancia del anillo superconductor. El primero se calcula como $\phi_{SQ} = BA_{SQ}$, siendo A_{SQ} el área efectiva del SQUID.

$$\delta_{J2} - \delta_{J1} = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\phi_{SQ} + (L_{J1} + L_{J2})j). \quad (1.46)$$

Las ecuaciones (1.43) hasta la (1.46) describen el funcionamiento del sensor y pueden ser resueltas mediante simulación numérica. Principalmente, se busca obtener una relación entre la tensión sobre la juntura y el flujo magnético aplicado. Se muestra un ejemplo en la figura 1.9 que se obtuvo resolviendo las ecuaciones mediante el método de *Runge-Kutta* (4,5) para un sensor dc-SQUID comercial de juntas simétricas. Notar que las integrales de la caída de potencial en cada juntura son iguales porque no existen elementos disipadores entre ellas, entonces $\bar{u}_{J1} = \bar{u}_{J2} = \bar{u}$.

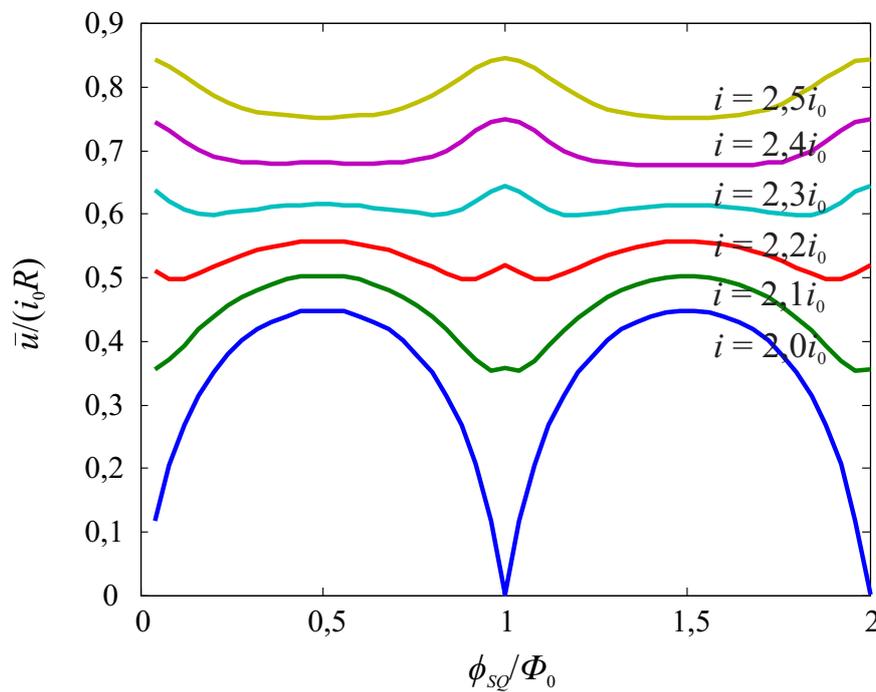


Figura 1.9: Simulación numérica de las ecuaciones características del SQUID, desde la (1.43) hasta la (1.46). Se consideraron junturas simétricas, ruido térmico nulo y los parámetros fueron obtenidos de las especificaciones del sensor SQ680 de Star Cryoelectronics [36]. La simulación se repitió para seis valores de corriente de polarización.

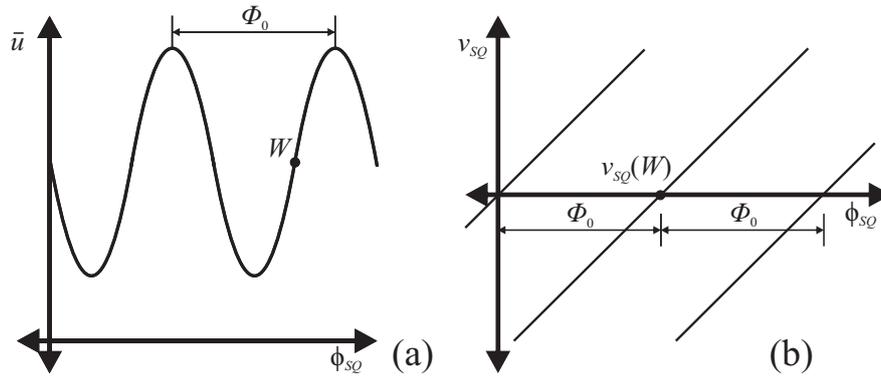


Figura 1.10: (a) Representación senoidal de la tensión de salida del sensor dc-SQUID respecto al flujo magnético aplicado. (b) Curva $\phi_{SQ} - v_{SQ}$ obtenida luego de implementar un lazo de control para linealizar su respuesta. Muchos puntos de trabajo son posibles y por tal motivo se muestran varias líneas paralelas.

Linealización del SQUID

En principio, el SQUID puede ser utilizado para medir flujo magnético en torno a un punto de trabajo aproximando su respuesta a un modelo lineal. Por ejemplo, en la figura 1.10(a) se indica el punto de trabajo W donde la pendiente es máxima. Sin embargo la linealización se mantiene solo para valores aplicados menores a $\Phi_0/4$. Por lo tanto es necesario linealizar la respuesta del sensor y aumentar su rango dinámico, como muestra la figura 1.10(b). Una forma de lograrlo es por medio de un controlador integral que mantiene la tensión sobre las junturas fija en la del punto de trabajo $\bar{u}(W)$, figura 1.11(a). Un resistor convierte la tensión de salida del integrador en corriente, la cual fluye por una bobina de realimentación acoplada magnéticamente al anillo superconductor con inductancia mutua igual a M_{SQ} . Se genera así un flujo magnético de realimentación $\phi_F(t)$. En tal caso y si se modifica el campo aplicado, la realimentación generará un flujo magnético proporcional e inverso para anular la excursión de la tensión de salida, es decir que el SQUID se comporta como un detector de cero. Entonces, la salida del integrador puede ser utilizada para conocer el campo magnético aplicado al anillo superconductor, ya que $\phi_{SQ}(t) - \phi_F(t) = 0$. En esta ecuación $\phi_F(t)k_{SQ} = v_{SQ}(t)$, siendo $v_{SQ}(t)$ la salida en tensión del integrador y k_{SQ} la sensibilidad de todo el conjunto, que depende de R_{SQ} y M_{SQ} . Este esquema se denomina *flux locked loop* (FLL) y puede ser representado con el diagrama en bloques de la figura 1.11(b). El conjunto se comporta como un transductor de flujo magnético a tensión con ganancia constante de valor igual a k_{SQ} para frecuencias de trabajo menor al ancho de banda de la realimentación.

Se debe tener en cuenta que al cerrar el lazo de realimentación se desconoce el punto

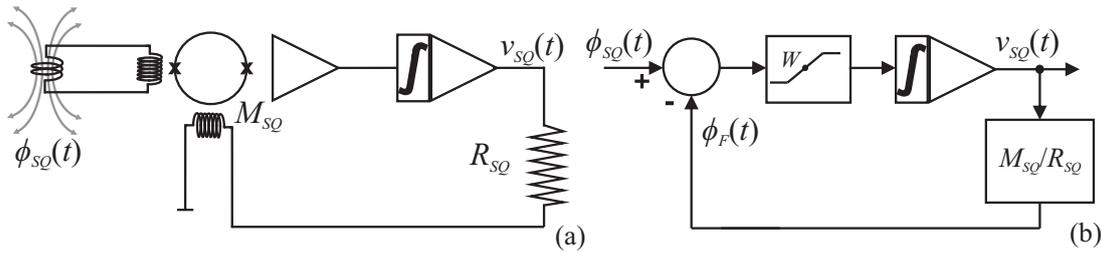


Figura 1.11: (a) Diagrama esquemático y (b) en bloques de un dc-SQUID en modo FLL. En (b) el SQUID es representado con una ganancia lineal centrada en el punto de trabajo y que satura para señales grandes. La tensión en las junturas Josephson es amplificada con un pre-amplificador a temperatura ambiente indicado en los gráficos con un triángulo. Para el sensor SQ680 el valor de M_{SQ} es igual a $7 \mu\text{A}/\Phi_0$, mientras que el resistor R_{SQ} depende de la electrónica asociada y suele tener un valor configurable entre $1 \text{ k}\Omega$ y $100 \text{ k}\Omega$.

de trabajo porque depende del campo magnético aplicado en dicho momento. Por lo tanto, las lecturas siguientes deben considerarse como diferencias relativas. En los sistemas en base a SQUID se busca que este flujo magnético inicial sea cercano a cero y constante, por lo tanto se toma nulo en esta explicación.

La bobina de realimentación suele estar integrada junto al anillo superconductor. También es posible utilizar las bobinas propias del CCC, siempre y cuando tenga un acoplamiento magnético lo suficientemente fuerte. En este trabajo se utilizan sistemas con ambos esquemas y siempre se acepta una respuesta lineal del sensor, caracterizada por su sensibilidad.

Debido a la característica periódica de la respuesta del sensor, los estímulos muy rápidos pueden provocar el movimiento del punto de trabajo, y si su velocidad es cercana al tiempo de establecimiento del controlador el lazo de control podría estabilizarse en un entorno diferente al inicial. Esto significa que se genera un corrimiento en la curva de trabajo, generando un cambio en la tensión de salida del integrador. En la jerga se conoce a este fenómeno como salto y debe ser evitado ya que afecta la medición. En el peor de los casos, ante una señal de alto *slew rate* el lazo de control podría saturar impidiendo continuar con la medición.

1.3. La dinámica en las mediciones en corriente continua

El estudio de la estabilidad y dinámica de un puente dedicado a la medición en corriente continua puede parecer innecesario, más aún la aplicación de teoría de control. Típicamente, las mediciones son realizadas cuando el sistema se encuentra en régimen

1.3. LA DINÁMICA EN LAS MEDICIONES EN CORRIENTE CONTINUA

estacionario de manera de obtener una buena repetibilidad en las mediciones. La determinación de dicho estado depende de dos factores principales, la incertidumbre de medición requerida y la constante de tiempo del sistema, incluido los patrones y detectores.

Sin embargo, aunque el sistema se encuentre en régimen permanente existen variables ruidosas que están fuera del control del usuario y aquellas componentes con frecuencias dentro del ancho de banda del sistema pueden generar errores importantes. Es el ruido de baja frecuencia el que puede afectar gravemente las mediciones en corriente continua y se denomina $1/f$ porque tiene una densidad espectral de potencia proporcional a la inversa de la frecuencia. Desafortunadamente, este tipo de ruido es generado en múltiples situaciones, por ejemplo en conectores o soldaduras debido al efecto termoeléctrico, en componentes electrónicos debido a variaciones de temperatura, humedad, presión, o en cables debido a vibraciones mecánicas.

En el caso particular de los puentes basados en un CCC, el sensor SQUID presenta un nivel importante de ruido $1/f$ debido, entre otras razones, a la variación de la corriente crítica de las junturas [27, 37–39]. Componentes de alta calidad y un diseño meticuloso puede reducir su amplitud, pero no se puede eliminar completamente. Para disminuir sus efectos se utiliza la técnica de inversión de corriente. La medición debe realizarse al menos dos veces, invirtiendo la polaridad de la fuente y promediando en valor absoluto los resultados. Entonces, si la inversión es más rápida que la variación del ruido $1/f$, el mismo se puede considerar constante y será completamente eliminado del resultado. Por lo tanto, ciclos de medición rápidos reducen mejor el ruido $1/f$ hasta llegar a un límite impuesto por el ruido aleatorio y el dispositivo a medir.

En este escenario, el estudio de la dinámica propia del puente y su control se torna importante. Para reducir el tiempo de inversión de corriente se puede especificar baja constante de tiempo del sistema a lazo cerrado como una condición para el controlador. Sin embargo, al aumentar la velocidad de inversión se puede sobrepasar las especificaciones de *slew rate* de los detectores provocando que saturen, peor aún si el sistema en cuestión posee resonancias.

Como se explicó en las secciones previas 1.1.4, el control robusto puede ser utilizado para ajustar un controlador que logre estos requerimientos y mantenga la estabilidad del sistema. Más aún, si múltiples variables de salida y entrada deben ser controladas se puede establecer un único controlador en lugar de un conjunto de entidades independientes que pueden competir entre sí.

1.4. El objetivo principal: un buen desempeño del SQUID

Como se explicó anteriormente, el SQUID es un sensor poderoso con aplicaciones muy diversas, pero su implementación es altamente compleja. Su comportamiento no-lineal, extrema sensibilidad y su rango dinámico limitado producen varios efectos indeseables. En presencia de ruido blanco, y con la potencia necesaria, se puede observar una degradación de la curva característica tensión-flujo magnético, reduciendo la sensibilidad del sensor [27]. Además, señales con frecuencias mayores a 100 kHz pueden ser rectificadas produciendo ruido $1/f$ que limita la exactitud en mediciones de baja frecuencia [27, 40–42]. Finalmente, señales de alto *slew rate* pueden modificar el punto de trabajo del SQUID, falsificando la medición o en el peor caso saturando la tensión de salida.

Por estos efectos, la estabilidad de los puentes CCC siempre fue un motivo de estudio y preocupación para la comunidad. Es más, se recomienda que todo el sistema – electrónica, cables, blindajes, etc – sea diseñado con el foco en el desempeño del sensor. En el caso particular de estos puentes, las señales indeseable pueden afectar al SQUID desde el ambiente o la electrónica asociada, a través de las bobinas de relación o de blindajes deficientes. El primer camino puede generar mayores problemas ya que las señales ruidosas son amplificadas por la cantidad de vueltas de las bobinas y por esta razón corrientes con amplitudes en el orden de nA pueden producir serios efectos. Además, estas bobinas suelen presentar resonancias de alto factor de calidad que amplifican aún más la perturbación.

A partir de los problemas explicados se puede establecer un compromiso, por un lado se deben evitar señales rápidas y ruido de alta frecuencia en la entrada del SQUID para mantener la estabilidad. Por otro lado, se necesita reducir el ciclo de medición para poder invertir rápido y así mejorar el rechazo al ruido $1/f$. Entonces, es conveniente buscar estrategias para mejorar la estabilidad del sistema y permitir incrementar el ancho de banda de trabajo.

En la metrología eléctrica los controladores integrales son ampliamente utilizados ya que el principal requerimiento es anular la salida del detector de tensión. En [43] los autores estudian los márgenes de estabilidad de un puente CCC para calcular la ganancia del control integral. Ellos explican que el valor absoluto de la magnitud del controlador debe ser menor a 1 en la frecuencia de resonancia para mantener la estabilidad porque a esa frecuencia el sistema presenta un cambio de fase de 180° . Esta condición limita el ancho de banda del controlador, la velocidad de inversión de corriente para no saturar el SQUID (que en el trabajo citado es 110 s) y el rechazo de distorsiones a la entrada del sensor. También este límite compromete la sensibilidad en corriente a alcanzar, ya que si se desea incrementar la cantidad de vueltas de las bobinas se obtiene una frecuencia de resonancia

1.4. EL OBJETIVO PRINCIPAL: UN BUEN DESEMPEÑO DEL SQUID

menor [44]. Justamente, si se desea medir valores grandes de resistores o corrientes bajas es necesario trabajar con un gran número de bobinas. En estos casos las frecuencias de resonancia se encuentra en el orden de 100 Hz y 1000 Hz e imponen importantes límites a la ganancia del controlador [45–48].

En los últimos años, un laboratorio se enfocó en reducir la energía del ruido acoplado al SQUID con el objetivo de incrementar la estabilidad y el rango dinámico [49, 50]. Los autores informaron buenos resultados mejorando las fuentes de corriente, los detectores y blindajes. Además aplicaron un lazo de control en alta frecuencia, el cual no reemplaza al utilizado para cancelar el flujo magnético de baja frecuencia, sino que busca compensarlo y trabajar a una frecuencia mayor. El lazo de alta frecuencia se cerró en una bobina interna del SQUID permitiendo evitar la auto resonancia del CCC y alcanzar un ancho de banda de 20 MHz. Se reporta en el trabajo que el nuevo lazo logró reducir el nivel de ruido de alta frecuencia a la entrada del SQUID, que podría exceder el rango lineal del sensor o producir rectificación. Además trabajaron en reducir la función de transferencia entre la corriente que circula en una vuelta y la salida del SQUID, para esto se acopló magnéticamente al CCC un circuito RC paralelo usando una bobina, luego se seleccionaron los valores de la resistencia y del capacitor para atenuar el pico de resonancia. Dicho circuito se debe ubicar dentro del baño de helio para que el ruido de Johnson-Nyquist del resistor no incremente el ruido total.

Una alternativa que sigue a la técnica anterior es la utilización de cable resistivo en lugar de uno superconductor para construir la bobina [45, 46, 51]. La resistencia dispersa en la bobina atenúa el pico de resonancia sin incrementar apreciablemente el ruido del sistema. En la referencia [46], se introdujeron además láminas de bronce entre niveles de vueltas de una misma bobina logrando reducir el pico de resonancia a la décima parte. Resultados similares se obtuvieron construyendo al CCC con bobinas axialmente superpuestas [47].

Estas técnicas pasivas han sido utilizadas con éxito en CCCs para reducir la amplitud de las oscilaciones, como también en puentes de AC a temperatura ambiente [25], pero no resuelven definitivamente el problemas. Por ejemplo, se demostró experimentalmente que el pico de resonancia en el espectro del ruido para distintos CCC se atenúa utilizando un blindaje electrostático entres espiras, pero la frecuencia no cambia significativamente [46] y por lo tanto se mantiene el límite impuesto al control puramente integral.

En una publicación más reciente [52], el problema de la excursión del punto de trabajo del SQUID durante la inversión de corriente es suprimida abriendo el lazo de control durante la inversión de corriente y reiniciando el sensor después de la misma. Las fuentes de corrientes deben ser extremadamente exactas para obtener siempre el mismo punto

de trabajo, un requerimiento adicional comparado con sistemas que mantienen el lazo de control activado. En este puente, el control integral es realizado por medio de un microprocesador con un acumulador de 32-bit. En un trabajo posterior [38], los autores presentan más detalles sobre el control del sistema, ellos utilizaron una frecuencia de muestreo igual a 1200 Hz. Además, los parámetros del controlador fueron optimizados durante un procedimiento práctico para minimizar la desviación de Allan¹ en la salida del SQUID y en la lectura del detector de tensión. Estas decisiones limitan el ancho de banda del controlador y no buscan mejorar la estabilidad o el rechazo al ruido en la entrada del SQUID.

En el presente trabajo se busca implementar un controlador digital con gran ancho de banda para mejorar el desempeño y la estabilidad de los sistemas de medición basados en CCCs. También se propone una figura de mérito distinta a las utilizadas en los trabajos previamente descritos, la optimización del controlador se basa en la norma infinito de ciertas funciones de transferencia a lazo cerrado multiplicadas por pesos condicionantes. Ésta elección permite utilizar todas las herramientas matemáticas que provee la teoría de control robusto y alcanzar los siguientes objetivos:

1. Eliminación del flujo magnético de baja frecuencia en el CCC para fijar la relación de corriente.
2. Rechazar las perturbaciones externas y reducir el piso de ruido en la entrada del SQUID, lo que puede evitar la rectificación de ruido de alta frecuencia o peor aún la degradación de su curva característica. Este resultado sería especialmente útil cuando se utiliza el puente CCC en laboratorios con deficiente aislación al ruido mecánico o electromagnético.
3. Rechazar señales de alto *slew-rate* que pueden saturar al sensor SQUID o provocar saltos. Es de especial interés el flujo magnético no-cancelado durante la inversión de corriente, cuyo *slew-rate* depende de la duración de la inversión y de las diferencias dinámicas entre las dos ramas del puente. Éste resultado puede permitir incrementar la frecuencia de inversión para eliminar mejor el ruido $1/f$.
4. Garantizar la estabilidad del sistema a lazo cerrado.

Finalmente, los objetivos explicados ayudarán a reducir la incertidumbre tipo A y mejorar la usabilidad de los puentes basados en CCCs.

¹Herramienta matemática desarrollada para el estudio de la repetibilidad en mediciones según el tiempo de observación [53].

1.4. EL OBJETIVO PRINCIPAL: UN BUEN DESEMPEÑO DEL SQUID

2. COMPARADOR CRIOGÉNICO DE CORRIENTE DE DOS TERMINALES

EN este capítulo se describe un puente de dos terminales basado en un comparador criogénico de corriente, sección 2.1, y se presenta un modelo teórico construido con un circuito eléctrico equivalente, 2.2. Sus parámetros fueron medidos y/o ajustados mediante un proceso de identificación y luego el modelo nominal fue expandido a un conjunto de funciones que representa al sistema real, 2.3.1 y 2.3.2. En la sección 2.3.3 se presenta la comparación entre simulaciones y datos experimentales, y se demuestra que todos los datos medidos están incluidos en la familia. Finalmente, se diseñó un controlador que garantiza la estabilidad robusta y una mejora en el desempeño a lazo cerrado, sección 2.4.

2.1. Descripción del sistema

El comienzo de la cadena de trazabilidad en las mediciones de resistencia eléctrica se suele obtener calibrando resistores de valor nominal igual a $100\ \Omega$ o $10\ \text{k}\Omega$ con el efecto Hall cuántico. Luego se deben propagar los nuevos valores hacia toda la escala, desde $100\ \mu\Omega$ hasta $10\ \text{T}\Omega$ que son 17 ordenes de magnitud. Este proceso se realiza mediante sistemas especializados y en pasos intermedios que incrementan la incertidumbre e insumen recursos. Entonces, se necesita diseñar sistemas capaces de dar trazabilidad a otros valores de la escala directamente con el efecto Hall cuántico. En este contexto se diseñó el puente CCC de dos terminales (HRCCC) [37, 45, 51, 54], que puede calibrar resistores de $100\ \text{k}\Omega$ y $10\ \text{M}\Omega$ contra el segundo *plateaux* de QHR, para el cual $R_H = \frac{R_{K,90}}{2} = 12906,4035\ \Omega$. Además puede medir resistores con valor nominal entre $100\ \text{k}\Omega$ y $1\ \text{G}\Omega$ en relaciones de 1, 10, 100.

La figura 2.1 muestra un esquema simplificado del HRCCC de 2-terminales. Los resistores a ser comparados ($R_{1,2}$) son conectados en serie a una bobina de relación $N_{1,2}$ formando dos ramas paralelas que son alimentadas por la misma fuente de tensión ($v(t)$). Los flujos magnéticos producidos en las bobinas tienen sentidos opuestos y el flujo remanente es detectado con un dc-SQUID [55]. Una tercer bobina (N_F) es utilizada para

2.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

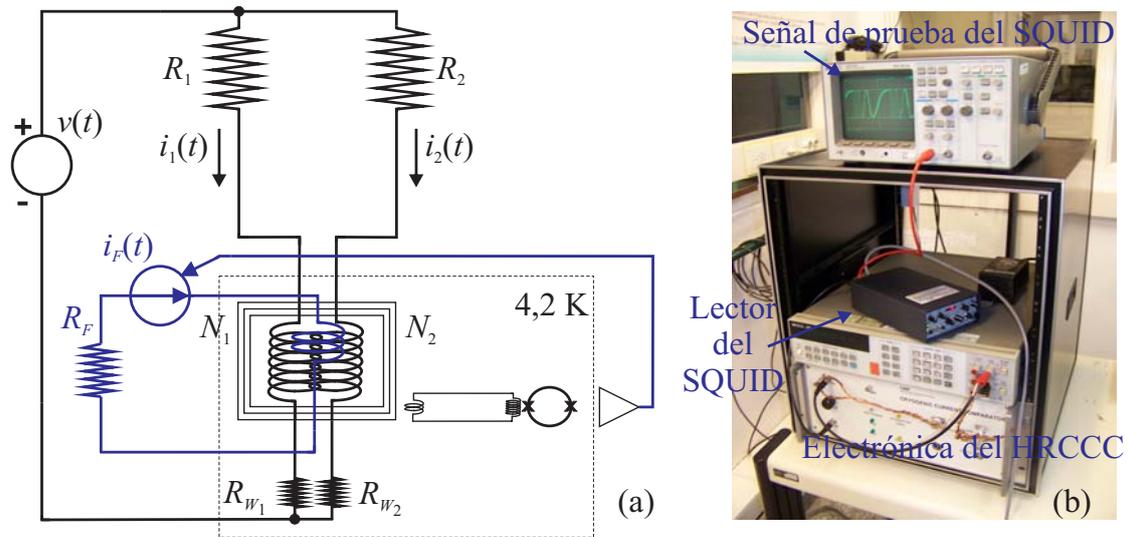


Figura 2.1: (a) Diagrama del puente CCC de dos terminales. Se utilizó un blindaje superconductor con tres niveles solapados, representado con los rectángulos concéntricos. Reimpreso de [56], ©2013 IEEE. (b) Instrumentos utilizados.

balancear el puente mediante un lazo de control y la corriente de realimentación es medida como la caída de tensión en un resistor de alta estabilidad, R_F . Las siguientes ecuaciones presentan la ecuación de balance y las corrientes en cada resistor aplicando la ley de Ampère y la ley de Ohm. Se debe incluir la resistencia parásita en serie a cada resistor debido a los cables de interconexión y bobinas, R_{W_1, W_2} .

$$i_1 N_1 = i_2 N_2 + I_F N_F, \quad (2.1)$$

$$i_1 = \frac{v}{R_1 + R_{W_1}}, \quad (2.2)$$

$$i_2 = \frac{v}{R_2 + R_{W_2}}, \quad (2.3)$$

$$R_1 = \frac{v N_1}{\frac{v N_2}{R_2 + R_{W_2}} - i_F N_F} - R_{W_1}. \quad (2.4)$$

Esencialmente se continúa con el esquema propuesto por Harvey [30], su ventaja principal es que no requiere detector de tensión, por lo tanto el piso de ruido está limitado por el ruido del SQUID y el ruido de Johnson-Nyquist de los elementos resistivos. Una fuente de alimentación en común para ambas ramas permite utilizar un único punto de referencia para todo el sistema, reduciendo mucho los problemas de aislación en comparación con los sistemas que utilizan dos fuentes de corriente aisladas [57]. Su desventaja es que las resistencias parásitas aumentan la incertidumbre del sistema en la

medición de patrones menores a $10 \text{ M}\Omega$.

Se presenta un esquema completo en la figura 2.2(a). El comparador fue construido con una bobina superconductor de 4-vueltas para conectar en serie al QHR. Además se incluyeron cuatro bobinas resistivas para conectar a resistores patrones, dos de 31-vueltas, una de 310 y otra de 3100-vueltas. Las bobinas tienen uno de sus terminales permanentemente unido al borne negativo del puente y por lo tanto pueden ser agrupadas según el sentido de circulación del flujo magnético. Por un lado se tiene las bobinas de 4, 31(S) y 310 vueltas, y por el otro a las de 31 y 3100-vueltas. La fuente de tensión fue diseñada para producir una salida reversible con valores nominales de 0,5 0,7, 0,9, 1,1, 5 y 10 V. En mediciones con la resistencia Hall cuántica se debe limitar la tensión aplicada para no superar la corriente de ruptura de la muestra, típicamente debe ser menor a 1, 1 V. La fuente utiliza un sensado externo, la corriente de alimentación fluye por dos cables conectados a los bornes del puente, mientras que otro par de cables es utilizado para medir y estabilizar la tensión en dichos terminales [51]. Por lo tanto se define la variable $v(t)$ entre los bornes positivo y negativo del puente.

Para realizar las mediciones a dos terminales con el QHR se utiliza la conexión múltiple [58]. En la figura 2.2(b) se presenta una muestra Hall con resistencia longitudinal R_L cercana a cero por estar en el *plateaux* y alimentada con una corriente continua ($i_S(t)$) desde *source* a *drain*. La conexión a dos terminales se realiza por medio de dos conjuntos de tres cables, uno se conecta a los contactos de la muestra Hall con potencial positivo y el otro conjunto a los contactos negativos. Debido a la fuerza de Lorentz y el QHE, la corriente $i_S(t)$ mantiene entre los terminales de potencial una tensión $v_H(t)$ tal que $R_H = v_H(t)/i_S(t)$. Entonces, si la resistencia de contacto R_C es mucho menor a R_H , la igualdad de tensión entre los terminales previene que circule corriente por los de potencial. El error relativo de la resistencia del dispositivo a dos terminales está en el orden de $(R_C/R_H)^M$, donde M es el número de cables conectados a los terminales con un dado potencial [59]. En nuestro caso $M = 3$, $R_C \leq 10 \text{ }\Omega$ y $R_H = R_{K-90}/2$, obteniendo un error relativo menor a $1 \cdot 10^{-9} \text{ }\Omega/\Omega$.

El comparador fue diseñado para maximizar la sensibilidad de corriente, aumentando el acoplamiento entre las bobinas y el SQUID. Esto se logró incrementando la inductancia de la bobina y apareando las distintas etapas del transformador de flujo, según lo explicado en la sección 1.2.2. Se logró obtener una sensibilidad igual a $4,9 \text{ }\mu\text{AT}/\Phi_0$, con un blindaje superconductor de diámetro interno igual a 4,5 cm e inductancia máxima en las bobinas en el orden de 1 H a 4,2 K. La desventaja de trabajar con inductancias grandes es que ellas tienen asociada resonancias de baja frecuencia que pueden desestabilizar al sistema a lazo cerrado. Para evitar este problema se utilizaron bobinas construidas con cable resistivo que

2.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

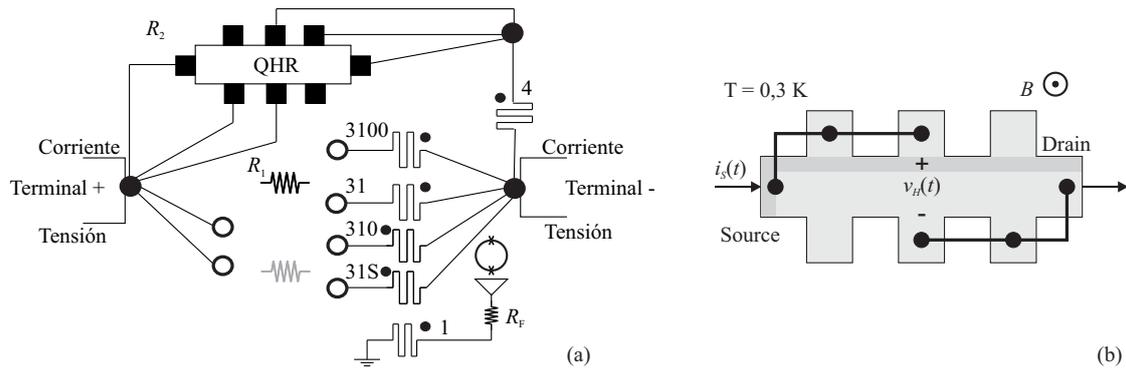


Figura 2.2: (a) Circuito esquemático del HRCCC, se omite representar el blindaje superconductor y los criostatos, uno para el QHE y otro para el CCC. Se presenta la configuración para realizar una medición con la QHR, que se conecta por medio de la conexión múltiple a una bobina de cuatro vueltas. El resistor incógnita debe ser conectado en 3100 o 31 ya que dichas bobinas generan un flujo magnético con sentido opuesto, indicado por medio de los puntos homólogos. El terminal positivo del puente es conectado directamente al resistor por medio de conectores coaxiales ubicados en la cabeza de la sonda e indicados con círculos vacíos. También se dispone de un conector para cada terminal positivo de la bobina. En cambio, los terminales negativos de las bobinas y de la fuente están permanentemente unidos. La alimentación del puente se realiza utilizando un sensor externo. Si se desea medir otra relación de resistores, la muestra Hall debe ser reemplazada por un resistor patrón en las bobinas 310 o 31S, se muestra en gris un ejemplo. Reimpreso de [37], ©2009 IEEE. (b) Conexión múltiple en una muestra Hall.

atenúan el pico de resonancia. La figura 2.3 muestra las distintas etapas de construcción de la sonda del CCC.

Las bobinas resistivas también permiten reducir la excursión del flujo remanente durante las inversiones de corriente debido al desajuste de las ramas [17, 51]. En este sistema se aplica la misma tensión a los dos resistores patrones y para tener excursión nula se debe cumplir $N_1/N_2 = R_1/R_2$. Pero esto no se puede lograr con bobinas conformadas con una cantidad de vueltas entera, por ejemplo la relación 31/4 está corrida en $-246 \cdot 10^{-6}$ con respecto a la relación de resistores, que es $100 \text{ k}\Omega/12906, 4035 \Omega$. Esto genera durante la inversión de corriente un flujo remanente de gran amplitud que puede saturar al SQUID o producir saltos. Para disminuir la amplitud de esta perturbación se compensó la relación, se ajustó la resistencia del bobinado a 4, 2 K en valores cercanos a 24, 6 Ω , 246 Ω y 2460 Ω según la cantidad de vueltas de la bobina. Se utilizó cable de fósforo-bronce debido a su resistividad a baja temperatura, además se seleccionó el diámetro del alambre utilizado en cada caso y el orden durante el bobinado, ya que afecta al largo del cable necesario en cada inductor. En algunos casos se redujo la resistencia de los cables de interconexión poniendo dos en paralelo, en otros casos las resistencia en serie se incrementó mediante un resistor bobinado.

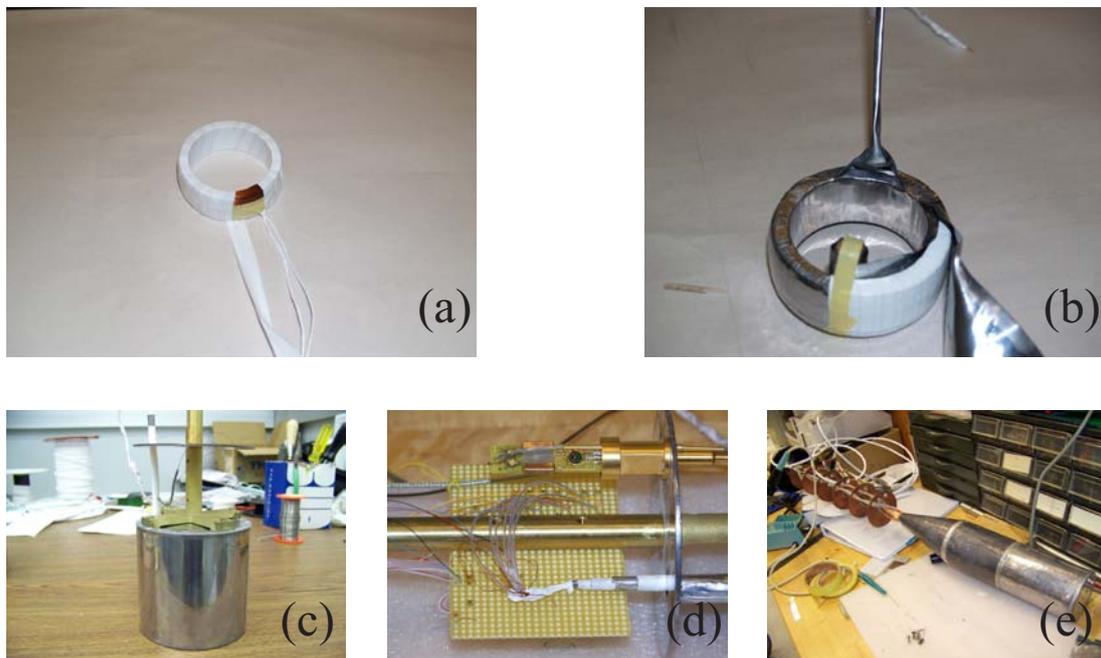


Figura 2.3: (a) Bobinas del comparador. (b) Construcción del blindaje interno, se utilizó láminas de plomo puro como superconductor y cinta de teflón para aislar los niveles. (c) Las bobinas son ubicadas dentro de un contenedor de plomo que sirve para atenuar las interferencias electromagnéticas. (d) Fuera de dicho contenedor se ubica el SQUID y se realizan las conexiones a las bobinas. (e) Foto de la sonda terminada, se instaló otra lámina para blindar las conexiones y el sensor.

2.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

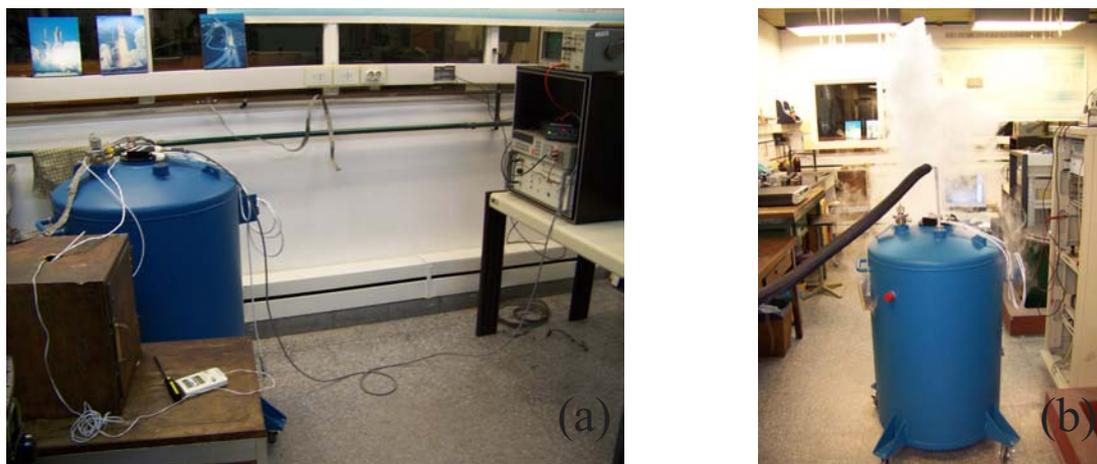


Figura 2.4: (a) Sistema completo utilizado en las primeras mediciones en INTI. (b) Carga de nitrógeno líquido en la camisa externa del criostato.

Para alcanzar la temperatura de trabajo se sumerge la sonda en un criostato que contiene helio líquido. La conexión con los instrumentos utilizados, figura 2.1(b), se realiza por medio de dos cables, uno para el SQUID, y otro para la fuente de tensión y el controlador. Estos dos últimos dispositivos se encuentran dentro de la electrónica del puente, que también incluye la comunicación con la PC. El sistema completo se presenta en la figura 2.4.

La medición comienza con la determinación de las correcciones R_{W_1, W_2} . Los patrones deben ser removidos del puente y un corto circuito debe ser conectado entre el terminal positivo del puente y de la bobina seleccionada. La resistencia de cada bobina es medida a cuatro terminales utilizando los mismos cables de alimentación y desconectando la fuente. Esto se repite para cada bobina que se usará. Luego es posible conectar los patrones a medir, encender la fuente de tensión y medir la caída de tensión entre los terminales del puente. Ahora el sistema está preparado, se puede activar el lazo de control para cancelar la salida del SQUID e iniciar la inversión de tensión. La corriente de realimentación es medida una dada cantidad de veces en cada polaridad y se obtiene un resultado luego de una secuencia que incluye dos inversiones periódicas. Todas las mediciones son realizadas con un voltímetro de alta exactitud HP3458A.

Cuatro prototipos del HRCCC fueron construidos en NIST-EE.UU. con el apoyo de investigadores invitados de CENAM-México, NMIA-Australia e INTI. Al terminar el proyecto, cada instituto obtuvo un sistema completo y en el año 2013 se realizó una intercomparación internacional entre tres de los institutos mencionados, la cual fue oficialmente sancionada como SIM.EM-S10 por el Sistema Interamericano de Metrología [51, 60]. El

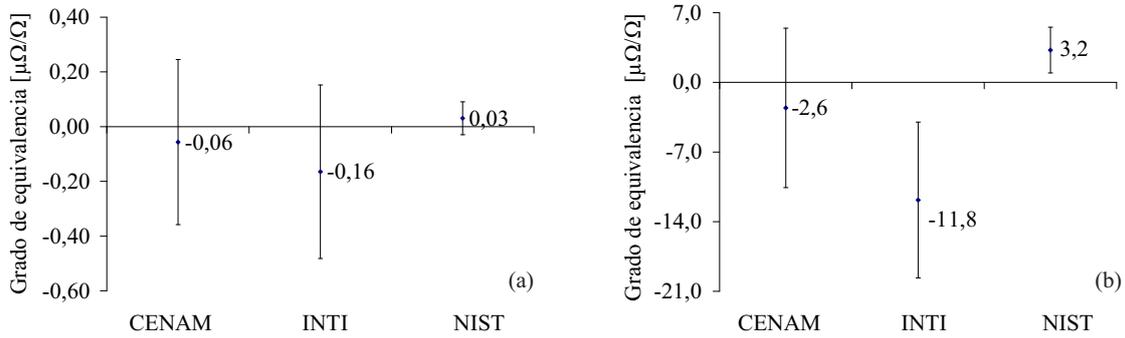


Figura 2.5: Grado de equivalencia para dos patrones con valor nominal igual a (a) $1 \text{ M}\Omega$ y (b) $1 \text{ G}\Omega$. Las barras de error representan la incertidumbre expandida ($k=2$). Reimpreso de [60], ©2014 BIPM.

instituto NIST brindó los resistores patrones que viajaron primero a México, después a EE.UU., luego se midieron en Argentina y finalmente retornaron a NIST. Este instituto midió en tres circunstancias distintas y siempre con el mismo método, lo que permitió estimar un corrimiento temporal de los elementos. En total se midieron ocho resistores, dos por cada valor nominal entre $1 \text{ M}\Omega$ y $1 \text{ G}\Omega$. Los patrones viajeros fueron elegidos por tener bajo coeficiente de temperatura y baja constante de tiempo. De todas maneras, todos los resultados fueron corregidos según la temperatura al momento de la medición y se encontró que la falta de estabilización en la temperatura de medición fue la mayor contribución a la incertidumbre total tanto para CENAM como para INTI. En la figura 2.5 se muestran los resultados para $1 \text{ M}\Omega$ y $1 \text{ G}\Omega$ como el grado de equivalencia con respecto al valor de referencia de la comparación. Este se calculó como el promedio de los resultados obtenidos por cada instituto pesados por su incertidumbre. También se incluye en el cálculo una corrección debido al corrimiento temporal [61].

2.2. Modelo teórico

Como se explicó en la introducción, el CCC puede ser modelado como un elemento sumador. La ecuación (1.35) es reescrita para este sistema obteniendo,

$$i_{screen}(t) = i_1(t) N_1 - i_2(t) N_2 - i_F(t) N_F. \quad (2.5)$$

Para un CCC con blindaje solapado, como en este caso, esta relación se obtiene con incertidumbres despreciables. Sin embargo, las corrientes efectivas en las bobinas pueden diferir de aquellas que fluyen por los patrones debido a acoplamientos magnéticos y a pérdidas

2.2. MODELO TEÓRICO

capacitivas. Estas segundas se producen en las capacidades parásitas que se distribuyen entre espiras que pueden o no pertenecer a la misma bobina. Se obtiene entonces una gran cantidad de combinaciones LC que dan origen a distintas frecuencias de resonancias y sus efectos pueden ser representados utilizando elementos concentrados, ubicados entre bobinas o en paralelo a cada una [44, 62, 63]. Se busca a continuación modelar este comportamiento y se realizan algunas simplificaciones que permitirán plantear un circuito equivalente, figura 2.6(a).

1. Solo se consideran tres bobinas, la primaria, la secundaria y la de realimentación; las dos primeras son resistivas y la tercera es superconductora.
2. La bobina primaria tiene la mayor cantidad de vueltas, y por lo tanto posee en paralelo la mayor capacidad parásita y la menor frecuencia de resonancia en el CCC.
3. El ancho de banda de control se encuentra limitado por la frecuencia de resonancia menor.
4. Basado en los puntos anteriores, los efectos de otras capacidades parásitas son despreciados. Como por ejemplo las asociadas con las bobinas secundaria y de realimentación, entonces la corriente en dichas bobinas es igual a la que circula a través del resistor secundario o de la fuente de corriente controlada. Así, las corrientes inducidas en ellas por acoplamientos magnéticos son mucho menores a las aplicadas y pueden ser despreciadas.
5. El blindaje interno del CCC reduce la inductancia efectiva de las bobinas a baja temperatura debido al efecto imagen [34].
6. Las señales a la entrada del SQUID son lo suficientemente pequeñas como para garantizar que el mismo se encuentra en funcionamiento lineal. Por lo tanto, se asume que el lazo FLL se encuentra siempre activo y no ocurren saltos ni la saturación del detector.
7. El modelo eléctrico simplificado es lineal y con parámetros concentrados, con estas hipótesis se puede plantear el principio de superposición.

En el modelo simplificado, la bobina primaria es reemplazada por un inductor ideal (L_1), en serie con un resistor (R_{W_1}) y una capacidad en paralelo (C_1). Por otro lado, la secundaria se sustituye con un inductor (L_2) en serie a un resistor (R_{W_2}) y se omite la capacidad debido a la consideración 4. La bobina de realimentación es superconductora

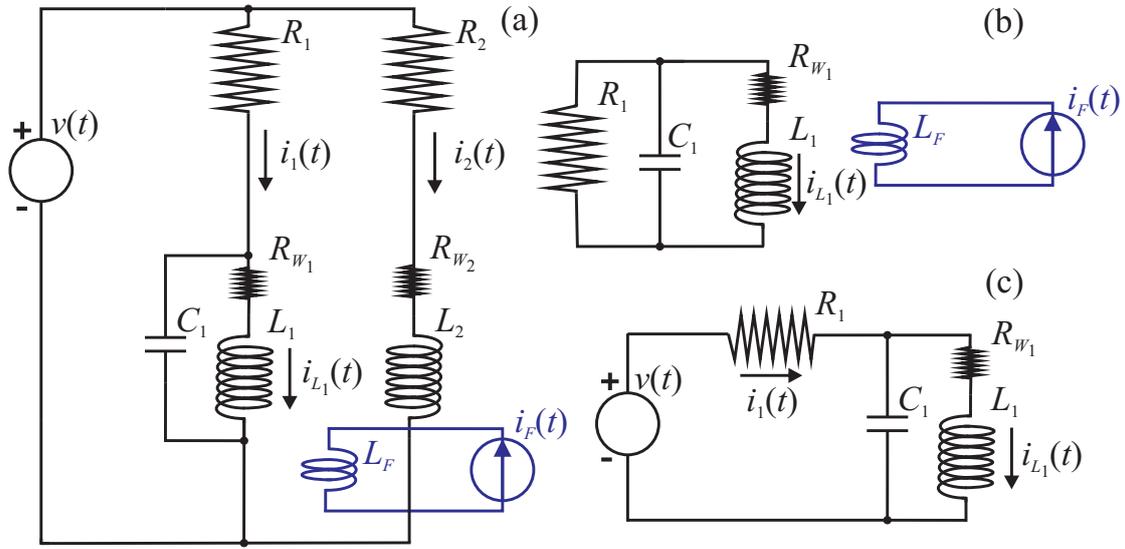


Figura 2.6: (a) Modelo eléctrico simplificado del HRCCC. Para estudiar este circuito se plantea el principio de superposición, las fuentes son encendidas de una a la vez (b) y (c). Reimpreso de [56], ©2013 IEEE.

y también posee capacidad parásita despreciable, entonces se reemplaza con un inductor ideal (L_F). En este contexto, la corriente efectiva en el inductor L_1 ($i_{L_1}(t)$) depende de las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_F(t)$ debido a los acoplamientos magnéticos y C_1 . Se busca una expresión analítica aplicando el principio de superposición según consideración 7. Se empieza cortocircuitando la fuente de tensión y calculado la contribución de $i_F(t)$, figura 2.6(b).

$$v_{L_1}(t) = L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} - M_{1F} \frac{di_F(t)}{dt}, \quad (2.6)$$

$$i_{L_1}(t) + C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} + \frac{v_{C_1}(t)}{R_1} = 0, \quad (2.7)$$

$$v_{C_1}(t) = i_{L_1}(t)R_{W_1} + v_{L_1}(t). \quad (2.8)$$

Aquí la inductancia mutua entre la bobina primaria y la de realimentación es representada como M_{1F} , y las tensiones $v_{C_1}(t)$ y $v_{L_1}(t)$ son aquellas que caen a través de C_1 y L_1 , respectivamente. Para resolver el sistema de ecuaciones se realiza la transformada de Laplace y resulta,

$$V_{L_1}(s) = L_1 I_{L_1}(s)s - M_{1F} I_F(s)s, \quad (2.9)$$

$$I_{L_1}(s) + C_1 V_{C_1}(s)s + \frac{V_{C_1}(s)}{R_1} = 0, \quad (2.10)$$

$$V_{C_1}(s) = I_{L_1}(s)R_{W_1} + V_{L_1}(s). \quad (2.11)$$

2.2. MODELO TEÓRICO

Luego se despeja $V_{C_1}(s)$ de la ecuación (2.10) y se reemplaza en (2.11), para luego despejar $V_{L_1}(s)$.

$$V_{C_1}(s) = \frac{-I_{L_1}(s)}{C_1 s + 1/R_1}, \quad (2.12)$$

$$V_{L_1}(s) = I_{L_1}(s) \left(\frac{-1}{C_1 s + 1/R_1} - R_{W_1} \right). \quad (2.13)$$

La ecuación (2.13) es reemplazada en (2.9) para obtener una expresión que relaciona $I_{L_1}(s)$ e $I_F(s)$. Aquí el subíndice F es incluido en la corriente efectiva para indicar la dependencia,

$$I_{L_1 F}(s) = T_{L_1 F}(s) I_F(s), \quad (2.14)$$

$$T_{L_1 F}(s) = \frac{M_{1F} (C_1 s + 1/R_1) s}{C_1 L_1 s^2 + (L_1/R_1 + C_1 R_{W_1}) s + (R_{W_1}/R_1 + 1)}. \quad (2.15)$$

De la misma manera se puede calcular la función de transferencia desde la bobina secundaria ($T_{L_1 2}(s)$) y aplicando el equivalente de Norton tal que $i_2(t) = v(t)/R_2$. El resultado obtenido es similar, solo cambia la inductancia mutua. Luego se calcula la relación de la corriente efectiva con la corriente en el resistor primario, figura 2.6(c). Nuevamente se plantean las ecuaciones diferenciales,

$$v_{L_1}(t) = L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt}, \quad (2.16)$$

$$v_{C_1}(t) = i_{L_1}(t) R_{W_1} + v_{L_1}(t), \quad (2.17)$$

$$i_1(t) = C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} + i_{L_1}(t), \quad (2.18)$$

$$v(t) = i_1(t) R_1 + i_{L_1}(t) R_{W_1} + V_{L_1}(t). \quad (2.19)$$

Nuevamente se realiza la transformada de Laplace de las ecuaciones y luego se reemplaza la número (2.16) en la (2.17) y el resultado en (2.18),

$$I_1(s) = C_1 s (R_{W_1} + L_1 s) I_{L_1}(s) + I_{L_1}(s). \quad (2.20)$$

Este resultado y la ecuación (2.16) se reemplazan en (2.19),

$$V(s) = [C_1 (R_{W_1} + L_1 s) R_1 s + R_1 + R_{W_1} + L_1 s] I_{L_1}. \quad (2.21)$$

Es conveniente representar la ecuación anterior en función de la corriente de Norton, $i_1(t) = v(t)/R_1$, de esta forma todas las entradas al sistema son expresadas como corrientes

y el resultado puede ser directamente aplicado a otros comparadores de corriente.

$$I_{L_{11}}(s) = T_{L_{11}}(s)I_1(s), \quad (2.22)$$

$$T_{L_{11}}(s) = \frac{1}{C_1 L_1 s^2 + (L_1/R_1 + C_1 R_{W_1}) s + (R_{W_1}/R_1 + 1)}. \quad (2.23)$$

Ahora es posible reescribir la ecuación de balance teniendo en cuenta las transferencias obtenidas, primero se realiza la transformada de la ecuación (2.5) y luego se reemplazan los resultados obtenidos,

$$I_{screen}(s) = I_{L_1}(s)N_1 - I_2(s)N_2 - I_F(s)N_F, \quad (2.24)$$

$$I_{screen}(s) = (I_{L_1}(s) + I_{L_{1F}}(s) + I_{L_{12}}(s)) N_1 - I_2(s)N_2 - I_F(s)N_F, \quad (2.25)$$

$$I_{screen}(s) = \overbrace{I_1(s)T_{L_{11}}(s)N_1 - I_2(s)(N_2 - T_{L_{12}}(s)N_1)}^{\Phi_I(s)} - \dots \quad (2.26)$$

$$\underbrace{I_F(s)(N_F - T_{L_{1F}}(s)N_1)}_{\Phi_F(s)}.$$

En la última ecuación las variables son reagrupadas para separar el flujo magnético (en unidades de ampere-vuelta (AT)) generado por las corrientes de entrada $\Phi_I(s)$ de aquel generado por la corriente de realimentación $\Phi_F(s)$. La corriente superconductor $I_{screen}(s)$ se acopla a una bobina de sensado que está conectada a la bobina de entrada del SQUID. Se define entonces la relación G_{CCC} , entre i_{screen} y el flujo magnético en el anillo superconductor del SQUID, que es la inversa de la sensibilidad de corriente según lo definido en el apartado 1.2.2. Notar que el tubo solapado no presenta una dinámica propia porque la corriente en el mismo esta condicionada por el efecto Meissner, entonces G_{CCC} es independiente de la frecuencia ¹.

Debido a la consideración 6, el SQUID es modelado como un filtro pasa-bajos $T_{SQ}(s) = k_{SQ}/(1 + s/p_{SQ})$, siendo p_{SQ} la frecuencia de corte y k_{SQ} la ganancia en DC, también conocida como la sensibilidad en flujo magnético del SQUID. A partir de estos resultados se escribe la tensión de salida del sensor en función de las corrientes de entrada.

$$V_{SQ}(s) = T_{SQ}(s)G_{CCC}(\Phi_I(s) - \Phi_F(s)). \quad (2.27)$$

¹Según el modelo de dos fluidos, en un superconductor pueden convivir canales de conducción en estado normal y en estado superconductor. Se puede demostrar que si el material superconductor se encuentra alejado de la temperatura y campo magnético crítico, y si además la frecuencia de la corriente circulante es mucho menor al gap de energía entonces la corriente superconductor dominará el comportamiento del material [29].

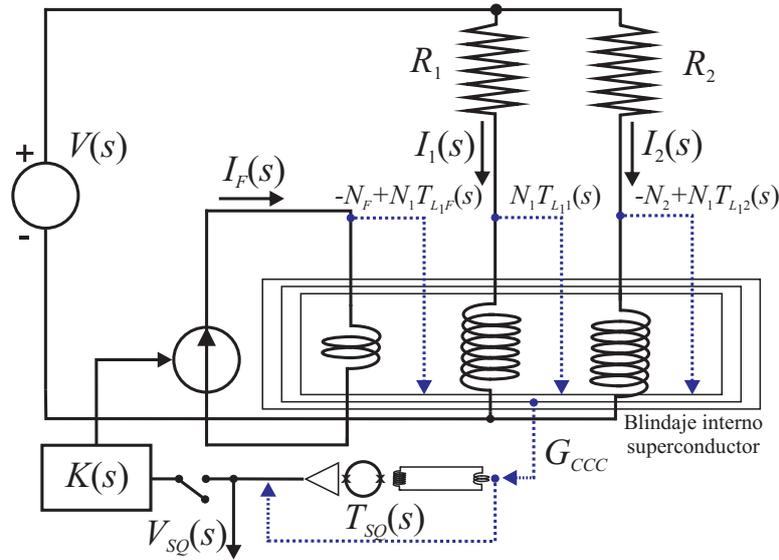


Figura 2.7: Funciones de transferencia obtenidas para el circuito simplificado. Las flechas punteadas indican la variable independiente (origen) y la dependiente (destino) para cada función. Reimpreso de [64], ©2015 IEEE.

La figura 2.7 muestra el esquema del puente con las funciones de transferencias calculadas, el origen y destino de las flechas indican el dominio e imagen de la función de transferencia. Solo se dibujaron tres bobinas para mantener la coherencia con la consideración número 1. Sin embargo, el CCC estudiado posee otras bobinas que pueden ser utilizadas para la medición de resistencia y cuyas cantidades de vueltas son al menos diez veces menor que la máxima. Estas pueden estar desconectadas o conectadas a los resistores a comparar. En el primer caso se mantiene el mismo modelo teórico debido a la consideración número 4. En cambio, si la bobina con mayor cantidad de vueltas no forma parte de la relación de medición, se deben obtener las funciones de transferencia desde las bobinas utilizadas hasta la dominante que se calculan siguiendo los pasos realizados para obtener $T_{L_{1,2}}(s)$. Además, si se consideran las capacidades parásitas particulares de cada bobina la respuesta en frecuencia varía por arriba de 100 kHz, [56].

2.3. Identificación

En esta sección el modelo teórico es complementado con datos experimentales para obtener un conjunto de ecuaciones que representen al sistema real. En el primer paso de este proceso se obtuvo, mediante mediciones o especificaciones, los valores iniciales para los parámetros del modelo. Luego, el modelo inicial fue ajustado respecto a varias

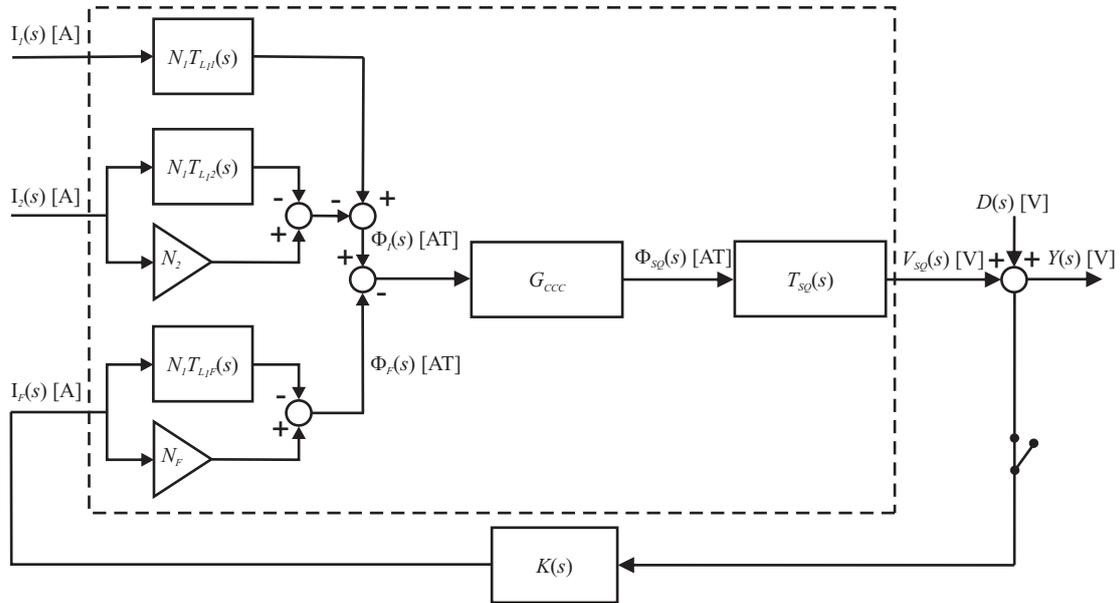


Figura 2.8: Diagrama en bloques completo para el HRCCC, equivalente a la ecuación (2.27). Se incluye la variable de entrada $D(s)$ para representar señales espurias. La salida del sistema con esta nueva entrada se obtiene como $Y(s) = V_{SQ}(s) + D(s)$. Reimpreso de [56], ©2013 IEEE.

mediciones de respuesta en frecuencia realizadas con un amplificador lock-in. Finalmente se construyó una familia de modelos y se comparó contra datos experimentales.

2.3.1. Modelo nominal

La figura 2.8 presenta un diagrama en bloques del sistema descrito con la ecuación (2.27). Se incluye un bloque para representar el controlador, $K(s)$, con una llave para indicar que puede o no estar conectado al sistema. $D(s)$ representa señales arbitrarias y acotadas, distorsiones que pueden afectar la salida del sensor y ser medidas por el controlador, por ejemplo ruido de Johnson-Nyquist. Notar que la optimización del controlador se realizará utilizando la norma infinito, en dicho contexto la forma de las señales de entrada al sistema no es importante y solo se requiere que sean acotadas. La variable $\Phi_I(s)$ es la entrada al sistema de control y depende de los valores de los resistores, la tensión aplicada y la dinámica propia de cada rama. Estas se encuentran fuera del lazo de control y por lo tanto no influyen en la estabilidad del sistema a lazo cerrado, como tampoco en el diseño del controlador dentro del marco de control robusto. Entonces, para el fin planteado, no será necesario una determinación precisa de $T_{L1}(s)$ y $T_{L2}(s)$. En cambio, se enfoca el estudio en la transferencia desde $I_F(s)$ hasta $V_{SQ}(s)$ porque se encuentra dentro del lazo de control. En consecuencia, se reescribe la ecuación (2.27) eliminando la entrada y se

2.3. IDENTIFICACIÓN

define el modelo del sistema $G(s)$,

$$V_{SQ}(s) = -T_{SQ}(s)G_{CCC} (N_F - T_{L_1F}N_1) I_F(s) \rightarrow G(s) = \frac{V_{SQ}(s)}{I_F(s)}. \quad (2.28)$$

Los valores de las bobinas son conocidos y fijos, $N_F = 1$ y $N_1 = 3100$. La sensibilidad de corriente del comparador, $1/G_{CCC}$, fue medida en varias oportunidades a lo largo de tres años. La misma repitió dentro de la incertidumbre de medición (0,2 %). Un resultado similar se obtuvo para la sensibilidad de flujo, k_{SQ} , pero con una incertidumbre igual a 0,6 %. En cambio, para la frecuencia de corte del SQUID se utilizó el valor informado por el fabricante [55]. La misma puede ser medida a partir del espectro de ruido del sensor aislado, pero no fue posible en el presente caso porque ya estaba instalado en la sonda.

Los parámetros en $T_{L_1F}(s)$ fueron medidos o calculados individualmente. R_{W_1} fue medida a 4,2 K utilizando un multímetro de alta exactitud. Para medir la inductancia L_1 se utilizó un medidor LCR comercial, luego se determinó la frecuencia de resonancia (15,5 kHz) como el promedio de muchas observaciones del pico de resonancia y a partir de estos resultados se calculó la capacidad parásita C_1 . También se determinó la inductancia mutua entre la bobina de realimentación y la primaria, para lo cual se inyectó una corriente sinusoidal en N_F y se midió la tensión generada en N_1 utilizando la función matemática FFT de un osciloscopio digital. Esta medición fue realizada solo a temperatura ambiente, en cambio la autoinductancia se obtuvo también a 4,2 K, ver Fig. 2.9(a). La frecuencia de resonancia de N_1 afecta las mediciones y por tal razón se utilizaron los valores obtenidos a baja frecuencia en el modelo inicial. La inductancia de la bobina de realimentación, que no se muestra en la figura, presentó un valor igual a 2,6 μ H a baja frecuencia. También se muestran las simulaciones de los valores efectivos de la autoinductancia e inductancia mutua que se obtienen de la ecuación (2.9) como $V_{L_1}(s)/I_1(s) = L_1T_{L_1}(s)$ y $V_{L_1}(s)/I_F(s) = L_1T_{L_1F}(s) - M_{1F}$, respectivamente. Para el segundo caso, los parámetros del modelo fueron configurados con los valores medidos a temperatura ambiente. Similares resultados fueron obtenidos por trabajos previos basados en el equivalente eléctrico [62,65] o asumiendo al puente balanceado y con bobinas superconductoras [66,67]. La ventaja de la representación en el espacio de Laplace es que permite realizar las simulaciones en condiciones no sinusoidales.

La transferencia $T_{L_1F}(s)$ depende del resistor primario, que puede tener un valor nominal entre 10 M Ω y 1 G Ω . Los elementos con resistencia menor suelen ser conectados a bobinas con menor cantidad de vueltas. En la figura 2.9(b) se muestra una serie de simulaciones del modelo $G(s)$ con distintos valores del resistor primario, ecuación (2.28). Resistencias mayores e iguales a 10 M Ω generan efectos despreciables, lo que permite

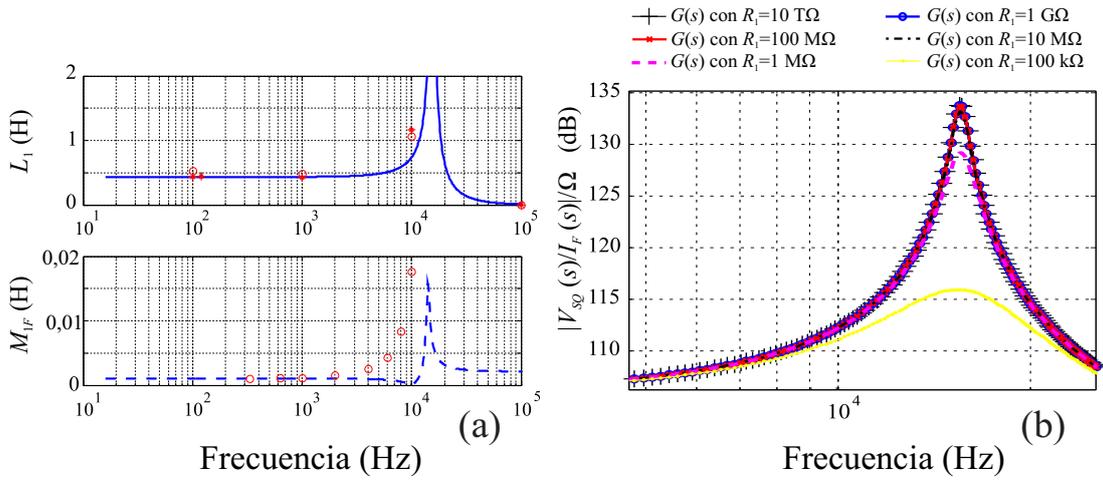


Figura 2.9: (a) Resultados de mediciones de L_1 y M_{1F} a temperatura ambiente (circulo) o a 4, 2 K (estrella), figuras superior e inferior. También se presenta la simulación de cada variable, en línea sólida la inductancia efectiva y en línea discontinua la inductancia mutua. La incertidumbre de medición en el primer caso es menor al 1 % y para el segundo es igual a 3 %. (b) Simulación de $G(s)$ con distintos valores de R_1 . Se incluyen también los casos con $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ y $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ para demostrar sus efectos, aunque no sea un caso práctico en este trabajo. Reimpreso de [64], ©2015 IEEE.

asignar a R_1 un valor fijo e igual a $10 \text{ T}\Omega$.

Para mejorar el acuerdo entre el modelo teórico y el sistema real se realizó un proceso de identificación utilizando un método iterativo de minimización del error de predicción (*prediction-error minimization method*) [68]. Este algoritmo minimiza una función de costo, definida como la norma cuadrática pesada del error de predicción, que es $e(t) = v_{SQ}(t) - \hat{v}_{SQ}(t)$ con $t = t_q$. Aquí $v_{SQ}(t_q)$ es un dato experimental y $\hat{v}_{SQ}(t_q)$ es la salida estimada en $t_q = q T_s$ con $q \in \mathbb{Z}$ y siendo T_s el período de muestreo. Como datos experimentales se utilizó un conjunto de respuestas en frecuencia medidas con un amplificador lock-in [63], el cual generó una señal de prueba y midió sincrónicamente la salida del SQUID. La señal de entrada se inyectó al CCC por medio de una bobina de una vuelta similar a N_F y usando un amplificador de tensión a corriente conectado a la fuente de tensión senoidal del lock-in. El barrido en frecuencia se realizó bajo el control de una computadora y la amplitud también fue modificada para prevenir saltos o la saturación del SQUID. Se midió la salida del sensor y la corriente de entrada para cada configuración, la segunda como la caída en tensión en un resistor de alta calidad conectado en serie. La función de transferencia fue calculada como la división punto a punto de las curvas medidas. La incertidumbre del amplificador lock-in es igual a 1 % de la lectura y la del resistor de sensado es despreciable porque fue medido con un multímetro de alta exactitud,

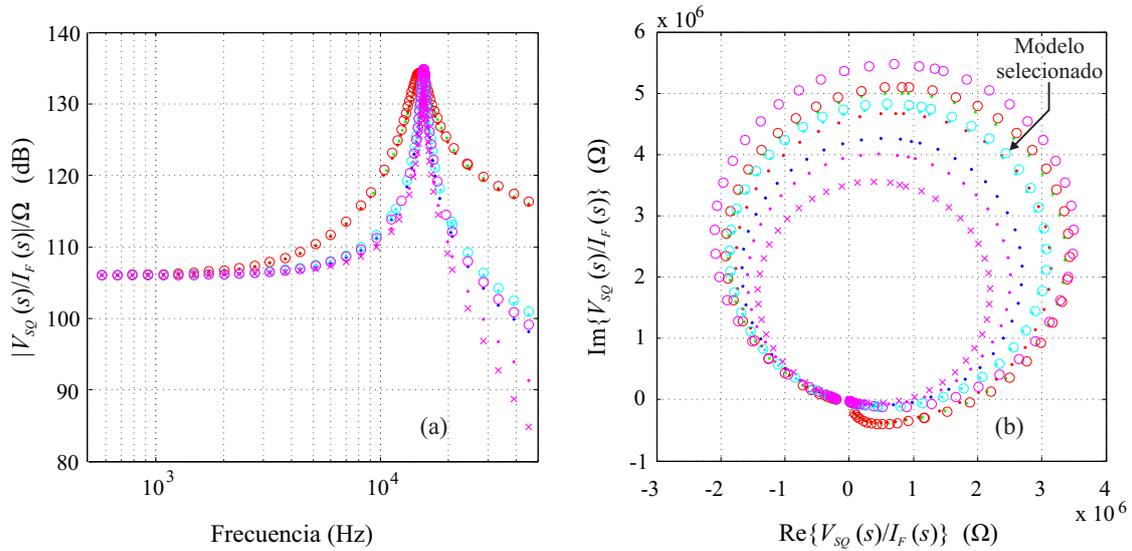


Figura 2.10: (a) Respuesta en frecuencia y (b) diagrama polar de los modelos ajustados. En el gráfico de la derecha se indica el seleccionado.

en consecuencia la incertidumbre tipo B de la relación es igual a 1,4 % con $k=1$.

El modelo inicial se ajustó para cada medición de la respuesta en frecuencia y se eligió como resultado aquel que se encontraba más cerca del centro de la distribución de modelos ajustados en un diagrama polar, ver figura 2.10. Durante la optimización, algunos parámetros se mantuvieron fijos porque sus mediciones mostraron buena repetibilidad y exactitud. Se muestran en la tabla 2.1 los valores iniciales y los identificados, la inductancia mutua es el único parámetro que es claramente afectado por el proceso.

La figura 2.11 muestra el modelo inicial, el identificado y las respuestas en frecuencia medidas. Se puede observar una coherencia en la frecuencia de resonancia y en la ganancia a baja frecuencia. Pero las diferencias entre las curvas son superiores a la incertidumbre calculada y los datos experimentales están siempre por encima del modelo identificado. Además, se pueden encontrar pequeñas discontinuidades en algunas curvas, que se registraron simultáneamente a la modificación de la amplitud de la excitación (ver los datos amplificados en la misma figura). Este efecto puede ser generado por el piso de ruido en la salida del SQUID. Por este motivo, la amplitud fue seleccionada para maximizar la relación señal-a-ruido sin saturar el sensor o cambiar su punto de trabajo.

2.3.2. Familia de modelos

El modelo identificado propuesto difiere del real debido a errores de medición, simplificaciones o dinámicas sin modelar, como se explicó en secciones previas y en [2,21,56,64].

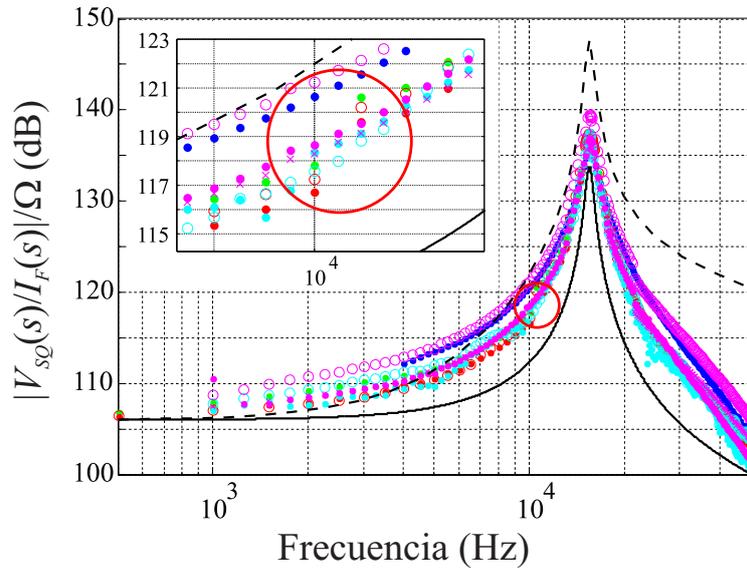


Figura 2.11: Valor absoluto de la respuesta en frecuencia del modelo inicial (línea negra interrumpida) y del modelo identificado (línea negra sólida). También se presentan los datos experimentales medidos con el amplificador lock-in, cada color representa un día de medición distinto. Reimpreso de [64], ©2015 IEEE.

Tabla 2.1: Valores iniciales e identificados de los parámetros del modelo.

Parámetro	Valor inicial	Valor identificado
k_{SQ}	$0,779 \text{ V}/\Phi_0$	Fijo
G_{CCC}	$(3,91 \text{ } \mu\text{AT}/\Phi_0)^{-1}$	Fijo
N_1	3100	Fijo
N_F	1	Fijo
R_{W1}	$2850 \text{ } \Omega$	Fijo
p_{SQ}	314 krad/s	314 krad/s
C_1	242 pF	242 pF
L_1	0,434 H	0,434 H
M_{1F}	1,07 mH	0,22 mH
R_1	$10 \text{ T}\Omega$	$10 \text{ T}\Omega$

Esta variabilidad o desconocimiento del sistema real encaja dentro de la teoría de control robusto, entonces se puede construir una familia de modelos \mathcal{G} que represente al sistema real,

$$\mathcal{G} = \{G(s) = G_0(s) (1 + W_\Delta(s)\Delta), \Delta \in \mathbb{C}, |\Delta| \leq 1\}. \quad (2.29)$$

2.3. IDENTIFICACIÓN

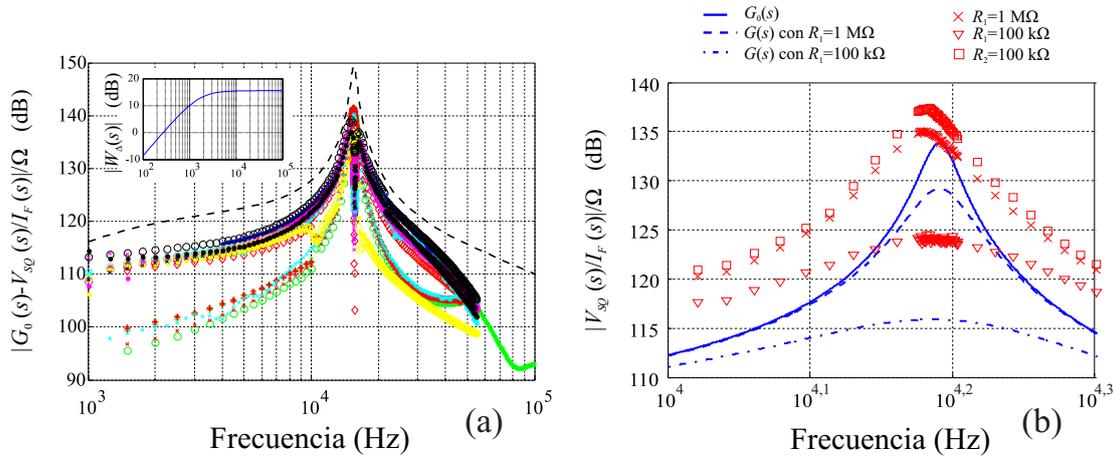


Figura 2.12: (a) Valor absoluto de las diferencias entre el modelo nominal y los datos experimentales. Los resultados son encapsulados por el peso de incertidumbre dinámica multiplicado por el modelo nominal, $G_0(s)W_\Delta(s)$ (línea negra interrumpida). En el recuadro se presenta $W_\Delta(s)$. (b) Valor absoluto de la respuesta en frecuencia medida (roja) y simulada (azul) con un resistor conectado. Se indica en la leyenda el valor del resistor y su ubicación. La bobina conectada en serie a R_1 tiene diez veces más vueltas que la bobina conectada a R_2 . Reimpreso de [64], ©2015 IEEE.

En esta ecuación, $G(s)$ es una función incluida en el conjunto, $G_0(s)$ es el modelo nominal identificado previamente, $W_\Delta(s)$ es un peso de incertidumbre dinámica y Δ un número desconocido, complejo y con norma menor a 1. La familia se construye como todas aquellas funciones que se encuentran en la bola de radio $|G_0(s)W_\Delta(s)|$, ya que $|\Delta| < 1$, y centrada en el modelo nominal. Esta estructura se denomina *incertidumbre dinámica multiplicativa*.

Como se explicó con la ecuación (1.13), el componente desconocido del sistema real puede ser obtenido como la diferencia entre los datos experimentales y el sistema nominal. Luego, se puede establecer una cota que encapsule toda esa información. Esto se muestra en la figura 2.12(a), los resultados de las restas son acotados por $G_0(s)W_\Delta(s)$, línea negra interrumpida. El peso $W_\Delta(s)$ propuesto se presenta en el recuadro, tiene un cero en el origen y un polo en $s = -10^4$ produciendo una frecuencia de corte igual a 1,6 kHz. Notar que por arriba de 300 Hz, $|W_\Delta(s)|$ es mayor a la unidad y por lo tanto el lazo de control se encuentra limitado a partir de dicha frecuencia.

Se evaluaron 33 respuestas en frecuencia obtenidas por medio del amplificador lock-in, cambiando configuraciones o parámetros del sistema. El propósito fue evaluar y representar las distintas situaciones que pueden ocurrir en la práctica y deben ser cubiertas por el conjunto \mathcal{G} . Las primeras variables analizadas fueron el tiempo y el nivel de helio líquido, las mediciones se realizaron durante dos semanas y con variación del nivel de He desde

43 % hasta 10 % con una recarga. Los resultados no presentaron dependencia con estas variables.

Otras mediciones fueron realizadas con resistores de valor nominal igual a 100 k Ω y 1 M Ω conectados en paralelo a una de las bobinas del CCC, para simular configuraciones de medición reales o extremas. En la práctica, elementos con estos valores suelen conectarse a bobinas con 310 o 31-vueltas. Como muestra la figura 2.12(b) el resistor conectado en paralelo cambia el pico de resonancia y su frecuencia, este segundo efecto no puede ser explicado por el modelo teórico. La sonda del CCC no fue diseñada para conectar un resistor en paralelo a una bobina y se debió cerrar el circuito a través de la tierra del sistema utilizando cables largos. Esto pudo haber incrementado la capacidad parásita en paralelo, produciendo una reducción de la frecuencia de resonancia.

Para finalizar, algunas mediciones fueron realizadas con diferentes bobinas de excitación. Se debe recordar que se buscó determinar la relación $V_{SQ}(s)/I_F(s)$, pero la bobina de realimentación no se encontraba disponible para esta medición por razones constructivas. Por este motivo se utilizaron bobinas con idéntica construcción, salvo una de ellas que tenía dos vueltas. No se encontraron variaciones significativas dentro de la incertidumbre de medición, lo que permite extrapolar los resultados obtenidos a la relación de interés.

2.3.3. Comparación con datos experimentales

La familia de modelos fue comparada contra datos experimentales con el objetivo de evaluar su representatividad. El puente CCC fue excitado aplicando corrientes con forma de onda cuadrada, triangular, senoidal o impulsiva a través de la bobina de prueba. Para cada caso, la señal de excitación, la tensión de salida del SQUID y el instante de muestreo fueron registrados durante un intervalo de tiempo τ con un osciloscopio digital. Luego, con estos datos se simuló la respuesta del modelo nominal y se calculó un índice que mide el grado de reproducción [68],

$$F_I = 100 \left(1 - \frac{|v_{SQ}(t) - \hat{v}_{SQ}(t_q)|}{|v_{SQ}(t) - \bar{v}_{SQ}|} \right), \text{ con } t = t_q \text{ y } \bar{v}_{SQ} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=0}^{\tau} v_{SQ}(t). \quad (2.30)$$

F_I igual a 100 % indica un reproducción perfecta, mientras que 0 % significa que el modelo es igual al valor medio. Se tomaron 34 mediciones y se obtuvo un índice promedio igual a 71 %, con 2/3 de los F_I calculados por arriba a este valor. Se muestra como ejemplo dos comparaciones en la figura 2.13, donde también se incluyen las respuestas simuladas para dos sistemas particulares de la familia, $G_{(\Delta=\pm 1)} = G_0(s) (1 \pm W_{\Delta}(s)) \in \mathcal{G}$. En la comparación (a) la salida simulada del sistema nominal (azul) sigue a la real (rojo) con

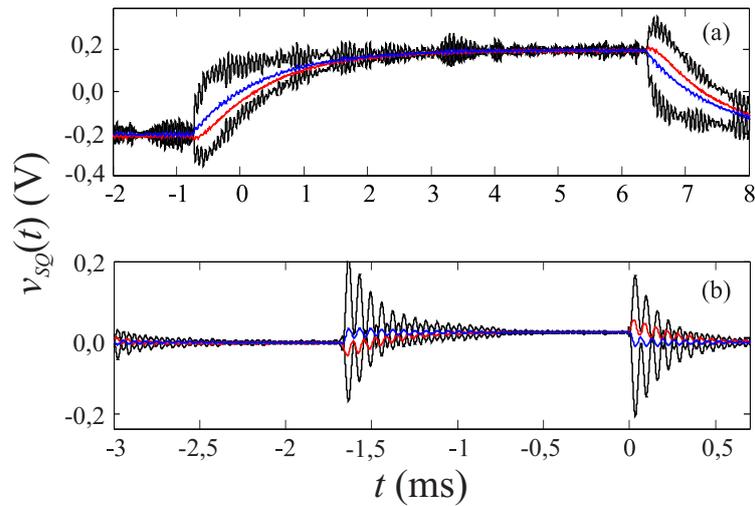


Figura 2.13: La medición de la respuesta temporal para una onda cuadrada es presentada en color rojo y la simulada para el modelo nominal en color azul. Se presentan además dos modelos particulares del conjunto en líneas negras, $G_{\Delta=1}(s)$ y $G_{\Delta=-1}(s)$. Notar que la elección de $\Delta = \pm 1$ modifica la ganancia de $G(s)$ y en este caso amplifica más los componentes de alta frecuencia generando salidas ruidosas. Esto se debe a que $W_{\Delta}(s)$ es mayor a 1 para frecuencias mayores a 300 Hz, figura 2.12. Reimpreso de [64], ©2015 IEEE.

$F_I = 80\%$. En cambio, en el ejemplo (b) las curvas difieren fuertemente, pero los modelos extremos (negro) cubren a la salida real confirmando que existe un modelo (o modelos) perteneciente a la familia que corresponde a los datos medidos.

2.4. Simulación del sistema a lazo cerrado

En las secciones previas se obtuvo un modelo representativo del sistema bajo estudio y en este apartado se continúa simulando y comparando los desempeños de distintos controladores. Se trabajó con el controlador integral original y otro diseñado por control robusto, y se reemplazó la transferencia $K(s)$ en la figura 2.8 por la representación matemática de cada uno. El control original del HRCCC se implementó con un integrador analógico en conjunto con un filtro pasa bajos de frecuencia de corte igual a 122 Hz y una fuente de corriente Howland de ganancia fija igual a $1 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$. Esta última se conectó a una bobina de una vuelta. Así, la función de transferencia de todo el controlador resultó ser igual a $K_I(s) = \frac{0,67}{s(s+766,67)}$. En la figura 2.14(a) se muestra la respuesta al impulso simulada para el sistema nominal realimentado con $K_I(s)$. Dicha simulación muestra la sensibilidad a las distorsiones del puente CCC a lazo cerrado, con solo 0,1 pA de amplitud en la bobina mayor se podría generar a la salida del SQUID valores picos de 5 V. En este caso,

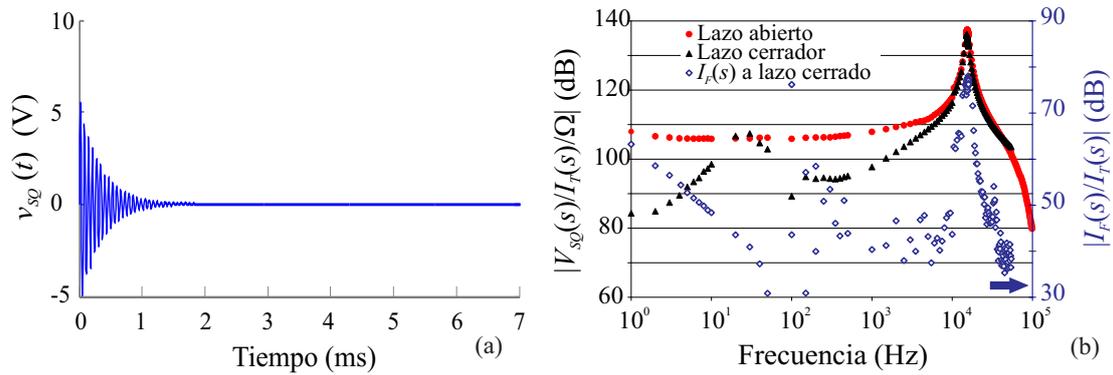


Figura 2.14: (a) Simulación de la respuesta temporal del sistema realimentado con $K_I(s)$ a un impulso con amplitud igual a 0,1 pA aplicado en la bobina primaria. (b) Valor absoluto de la respuesta en frecuencia medida desde la corriente de excitación ($I_T(s)$) hasta la salida del SQUID, a lazo abierto (circulo rojo) y con el control integral activado (triangulo negro). Se muestra en el eje secundario la respuesta en frecuencia medida para la corriente de realimentación desde la misma entrada y a lazo cerrado, diamante azul. En estos casos la corriente de prueba circula por una bobina de una vuelta. Reimpreso de [64], ©2015 IEEE.

el controlador no llega a atenuar la frecuencia de resonancia, lo cual es notorio durante el transitorio. Esto mismo se puede observar en la figura 2.14(b), donde se presenta la respuesta en frecuencia a lazo cerrado del HRCCC medida con un amplificador lock-in. El pico de ganancia es aproximadamente 140 dB para una bobina de una vuelta y aquella con mayor cantidad de vueltas (no incluida en la figura) presenta un pico de hasta 200 dB. Se busca a continuación atenuar el pico de resonancia para mejorar la estabilidad del sistema.

El segundo controlador fue diseñado utilizando un algoritmo de balance basado en la norma \mathcal{H}_∞ y a partir de la familia de modelos obtenida previamente. Más precisamente se utilizó el algoritmo iterativo γ con sensibilidades mixtas, y con el objetivo de proveer estabilidad y rechazo a distorsiones para todo el conjunto de modelos a lazo cerrado, incluido el sistema real. La condición de estabilidad robusta se obtuvo a partir de requerir un denominador estable a lazo cerrado para toda la familia representada con 2.29. Se aplicó el procedimiento realizado en la sección 1.1.4 pero teniendo en cuenta que se trabaja con

2.4. SIMULACIÓN DEL SISTEMA A LAZO CERRADO

incertidumbre dinámica multiplicativa.

$$(1 + G(s)K(s))^{-1} \text{ estable } \forall G(s) \in \mathcal{G}, \quad (2.31)$$

$$\Leftrightarrow 1 + K(s)G_0(s)(1 + W_\Delta(s)\Delta) \neq 0 \quad \forall |\Delta| < 1, s \in \mathbb{C}_+, \quad (2.32)$$

$$\Leftrightarrow 1 + K(s)G_0(s) \neq -K(s)G_0(s)W_\Delta(s)\Delta \quad \forall |\Delta| < 1, s \in \mathbb{C}_+, \quad (2.33)$$

$$\Leftrightarrow \frac{K(s)G_0(s)W_\Delta(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \neq \frac{1}{-\Delta} \quad \forall |\Delta| < 1, s \in \mathbb{C}_+, \quad (2.34)$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{K(s)G_0(s)W_\Delta(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \right| \leq 1 \quad \forall s \in \mathbb{C}_+, \quad (2.35)$$

$$\Leftrightarrow \|K(s)T_{\Delta=0}(s)W_\Delta(s)\|_\infty = \left\| \frac{K(s)G_0(s)W_\Delta(s)}{1 + K(s)G_0(s)} \right\|_\infty \leq 1. \quad (2.36)$$

El peso $W_\Delta(s)$ se obtuvo durante la construcción de la familia de modelos y se define $T_{\Delta=0}(s)$ como el centro del conjunto de las funciones de transferencia a lazo cerrado desde $I_F(s)$ hasta $Y(s)$,

$$\mathcal{T} = \left\{ T(s) = \frac{G_0(s)(1 + W_\Delta(s)\Delta)}{1 + K(s)G_0(s)(1 + W_\Delta(s)\Delta)}, \quad |\Delta| < 1, \Delta \in \mathbb{C} \right\}. \quad (2.37)$$

Como se explicó anteriormente, sección 1.2, el principal objetivo del controlador es cancelar a la entrada del SQUID los flujos magnéticos generados por las corrientes de medición. Esto se expresa como $|Y(s)/\Phi_I(s)| \rightarrow 0$ para $s \rightarrow 0$. Además nos interesa rechazar en la salida del SQUID las distorsiones $D(s)$, por lo tanto la transferencia $Y(s)/D(s)$ debe tener magnitud pequeña para toda frecuencia. Los dos requerimientos fueron expresados como uno solo, $|W_D(s)Y(s)/D(s)| = |W_D(s)S_{\Delta=0}(s)| < 1 \quad \forall s$, definiendo $S_{\Delta=0}(s)$ como el centro de las funciones de transferencia desde $D(s)$ hasta $Y(s)$ a lazo cerrado. Además se incluyó en $D(s)$ la señal $\Phi_I(s)$, lo cual es posible porque $\Phi_I(s)$ es una descripción de una señal real y por lo tanto es acotada. Además la transferencia del sensor SQUID y la ganancia del CCC son estables, entonces $\Phi_I(s)G_{CCC}T_{SQ}(s)$ es acotada y puede ser incluida en $D(s)$, la cual se definió como arbitraria y acotada. El peso de desempeño se construyó de manera inversa a la transferencia deseada, si se desea que $S_{\Delta=0}(s) \rightarrow 0$ para bajas frecuencias, $|W_D(s)|$ debe ser mucho mayor a la unidad en el mismo rango. Los valores finales del peso de desempeño fueron ajustados para cumplir con la condición de estabilidad robusta, ya que las condiciones son contrapuestas. Se muestra en la figura 2.15 el peso y la magnitud de la respuesta en frecuencia para cada condición. Notar que en esta explicación se debe considerar $Y(s)$ en lugar de $V_{SQ}(s)$ porque se estudia el efecto de la entrada $D(s)$.

El controlador $K_\infty(s)$ se comportó como integrador desde DC hasta 1,6 kHz, a la fre-

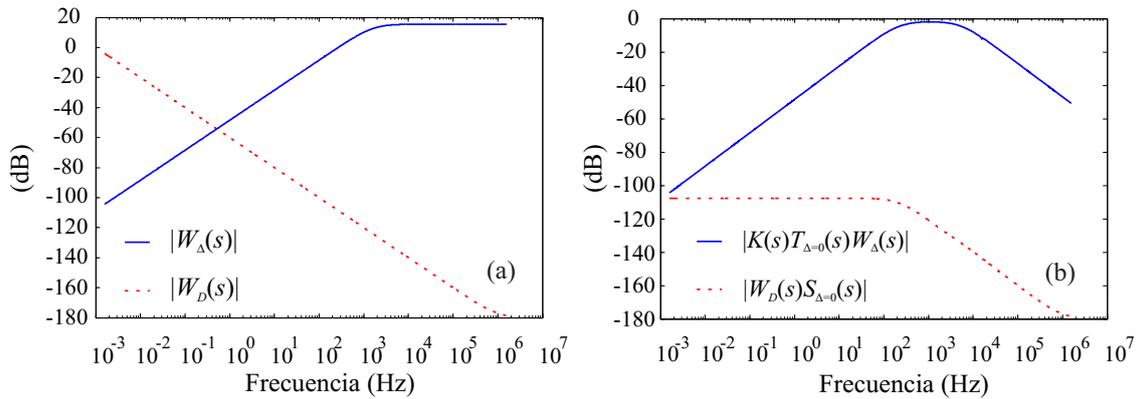


Figura 2.15: (a) Pesos de estabilidad robusta y desempeño utilizados en el diseño por medio del algoritmo γ . (b) Simulación de las condiciones de estabilidad robusta y desempeño a lazo cerrado con el controlador diseñado.

cuencia de resonancia su ganancia disminuyó bruscamente y luego se mantuvo constante. La figura 2.16 presenta la respuesta en frecuencia de la relación $Y(s)/I_1(s)$ para el sistema a lazo cerrado con ambos controladores. $K_{\infty}(s)$ redujo la ganancia a la salida del SQUID en 20 dB hasta 30 Hz y en una menor medida hasta 5 kHz. Esto significa que el sistema con el nuevo controlador rechaza mejor las distorsiones en dicho rango de frecuencia.

Para mejorar aún más el balance del puente se debe disminuir el peso de incertidumbre dinámica, de manera de obtener una condición de desempeño con magnitud mayor a la presentada en la figura 2.15(b). Si esto es posible, el ancho de banda del controlador puede ser incrementado hasta atenuar el pico de resonancia sin comprometer la estabilidad. Lamentablemente, para este puente CCC la excursión del punto de trabajo del SQUID y el piso de ruido a su salida limitaron la repetibilidad de las mediciones de respuesta en frecuencia, lo que incrementó $|W_{\Delta}(s)|$. Para peor, estos problemas tienen soluciones opuestas. Si se desea mejorar la relación señal–ruido se debe aumentar la amplitud de entrada, lo que puede mover el punto de trabajo.

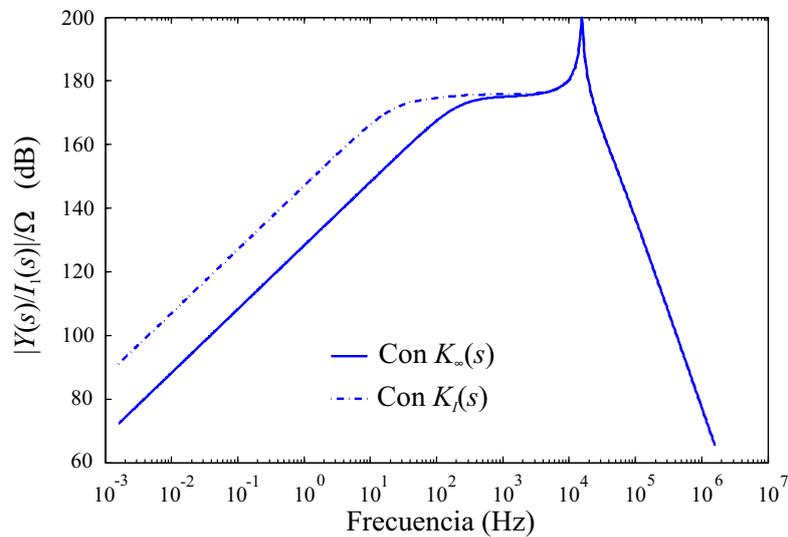


Figura 2.16: Valor absoluto de la respuesta en frecuencia simulada desde la corriente primaria hasta la salida del sensor SQUID a lazo cerrado, con $K_I(s)$ (línea interrumpida) y con $K_\infty(s)$ (línea continua). El controlador diseñado con \mathcal{H}_∞ presentó un mejor rechazo a los componentes con frecuencias menores a 5 kHz.

3. COMPARADOR CRIOGÉNICO DE CORRIENTE DE CUATRO TERMINALES

EN este capítulo se describe un sistema de medición de resistores a cuatro terminales basado en un comparador criogénico de corriente, sección 3.1 y se explica el proceso de identificación aplicado, 3.3. Se diseñaron distintos controladores basados en la teoría \mathcal{H}_∞ , que se implementaron digitalmente 3.4 y se compararon con el controlador original, sección 3.5. El comportamiento del puente CCC realimentado con el nuevo controlador presentó un mejor rechazo a las distorsiones.

3.1. Descripción del sistema

El puente de medición que se estudia en el presente capítulo fue desarrollado por el departamento Elektrische Quantenmetrologie del Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) en conjunto con la empresa Magnicon¹ [49, 69]. El sistema permite brindar trazabilidad a la escala de resistencia desde 1Ω hasta $100 \text{ M}\Omega$ mediante calibraciones directas contra la resistencia Hall cuántica. Además, la sensibilidad y flexibilidad del sistema permiten utilizarlo para la calibración de amplificadores de transimpedancia o en proyectos de investigación aplicada, como por ejemplo en otros estudios de sistemas con el efecto Hall cuántico entero y fraccionario. Este puente fue comprobado mediante una comparación internacional con el instituto BIPM [70], se informó una diferencia igual a $-0,5 \text{ n}\Omega/\Omega$ ($-2,2 \text{ n}\Omega/\Omega$) en la relación de 100Ω contra $R_{K-90}/2$.

La figura 3.1 presenta un esquema del puente usado para la comparación de dos resistores. Se conecta cada patrón, R_1 y R_2 , en serie a una fuente de corriente y una bobina del CCC. El flujo magnético generado por la corriente del blindaje es acoplado mediante una bobina de sensado al dc-SQUID. Para fijar la relación de corriente se cierra un lazo de control a través de una de las fuentes de corriente utilizando un integrador analógico. La señal de realimentación se suma o resta (según se necesite para el balance) a la nominal generada por dicha fuente.

¹<http://www.magnicon.com>

3.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

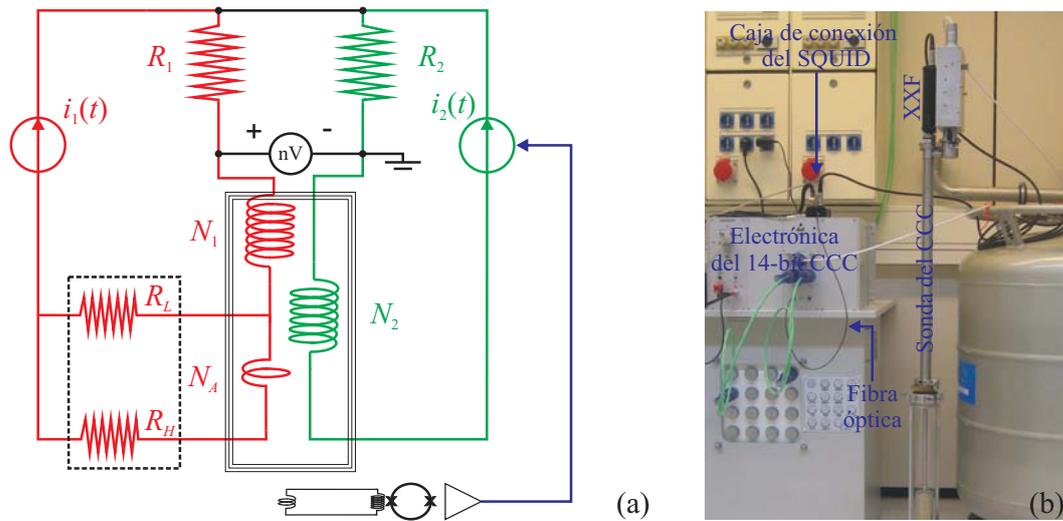


Figura 3.1: (a) Esquema simplificado del 14-bit CCC implementado en PTB para la comparación de R_1 y R_2 . En este caso el resistor es medido a cuatro terminales, por dos se aplica la corriente y en otros dos se determina la caída de potencia. El flujo magnético es detectado con un sensor SQUID y su salida es utilizada para corregir una de las fuentes, como ejemplo se cierra el lazo en la fuente secundaria. Se representa el blindaje solapado pero se omite el criostato para mantener la claridad. (b) Fotografía del sistema en el laboratorio del PTB.

La diferencia de potencial entre los terminales de tensión de los patrones se mide con un nanovoltímetro. Para llevar a cero su lectura se utiliza una red de compensación conformada por una bobina N_A y una unidad de compensación binaria, representada con las resistencias equivalentes R_L y R_H . Típicamente N_A es fija e igual a una vuelta. El correcto ajuste de la unidad permite lecturas de tensión del orden del nV cuando $I_2 R_2$ es aproximadamente 0,5 V [71].

Se puede calcular la relación de las resistencias, R_1/R_2 , a partir de asumir que el sistema está balanceado. El SQUID debe detectar flujo nulo y el detector de tensión debe presentar lectura v_D cercana a cero, entonces

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \left(1 + \frac{v_D}{I_2 \cdot R_2} \right) \cdot \left(1 \pm \frac{N_A}{N_2} \cdot \frac{R_L}{R_H + R_L} \right). \quad (3.1)$$

La sonda del comparador fue diseñada [69] para ser sumergida en un tanque de transporte de 50 mm de radio interno en la boca, lo cual introdujo un límite para el diámetro externo del blindaje electromagnético. El mismo se construyó en dos capas, se utilizó un blindaje superconductor de Nb cubierto con otro de Cryoperm, un material ferromagnético de alta permeabilidad apropiado para bajas temperaturas. La función de este recubrimiento es disminuir los campos magnéticos durante el proceso de enfriado y

reducir la formación de vórtices en el blindaje superconductor tipo II. El blindaje solapado se construyó con un diámetro interno igual a 18 mm, externo de 32,5 mm y con 2,9 vueltas solapadas. Con este diseño se logró una sensibilidad de corriente igual a $11,1 \mu\text{AT}/\Phi_0$. Para mejorar la ganancia del sistema se implementó en total 17252 vueltas de cable de Nb-Ti en matriz de cobre y aislado, repartidas en 18 bobinas accesibles en la cabeza de la sonda, y cuyos valores son 1, 17, 78, 773 y en valores binarios desde 2^0 hasta $2^{13} = 8192$ vueltas. Debido a este último valor se denomina al sistema como 14-bit CCC. La bobina con 2^{13} vueltas posee una auto-resonancia de alto factor de calidad a baja frecuencia que imposibilitaba el funcionamiento correcto del sensor SQUID y por la cual se incluyó un circuito de atenuación conformado por un resistor y un capacitor. Ellos fueron ubicados dentro del baño de helio para reducir al mínimo su ruido térmico. Se ha demostrado una importante reducción en el factor de calidad de la resonancia utilizando dicho arreglo, sin incrementar el piso del ruido [50].

Las bobinas de comparación N_1 y N_2 se pueden construir conectando en serie varias de las bobinas del CCC y sumando algebraicamente la cantidad de vueltas según su orientación. Se logró de esta manera una gran flexibilidad en las relaciones de corriente, siendo la máxima igual a 17251/1 y permitiendo realizar iguales relaciones con distintas combinaciones de bobina.

Este puente utiliza un sensor SQUID y la lectora modelo XXF de Magnicon. La tensión sobre las junturas Josephson del sensor es amplificada mediante una realimentación adicional positiva [27] y un amplificador a temperatura ambiente, cuya salida es considerada como la lectura del sensor. La sensibilidad de flujo del dispositivo es de $0,22 \text{ V}/\Phi_0$. Además, la electrónica XXF posee un integrador analógico con ganancia unitaria en 1 kHz que puede ser utilizado para implementar un lazo de realimentación para cancelar la lectura del sensor. La salida del integrador está disponible como una señal analógica y una señal óptica de frecuencia variable. Se utiliza la segunda para cerrar el lazo de realimentación a través de una de las fuentes de corriente, siempre y cuando el acoplamiento magnético de la bobina de realimentación y el SQUID sea lo suficientemente fuerte.

Las fuentes I_1 e I_2 poseen un diseño idéntico e incluyen un convertor de frecuencia a tensión (FVC) en donde se conecta la señal de realimentación mediante fibra óptica, ver foto 3.2. Esta entrada óptica posee una importancia central en este trabajo ya que será utilizada tanto para excitar al sistema como para cerrar el lazo con distintos controladores. Las señales en tensión son convertidas a radiación electromagnética con frecuencia variable utilizando un convertor de tensión a frecuencia (VFC) para construir un enlace óptico, constituido por dicho VFC, una fibra óptica y el FVC. La transferencia de este enlace es unitaria con un ancho de banda igual a 10 kHz. De echo, se considera como la entrada

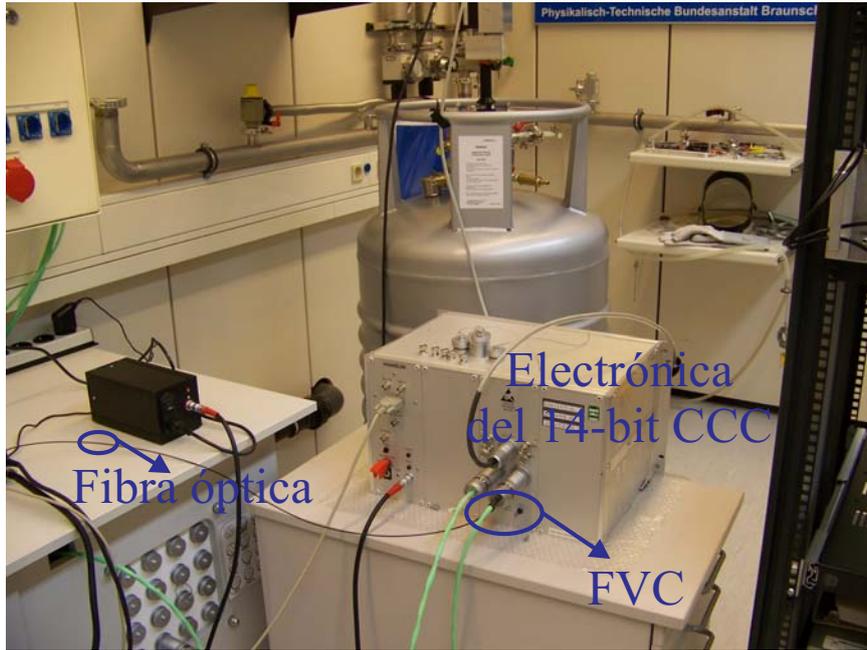


Figura 3.2: La electrónica del 14-bit CCC incluye las fuentes de corriente, el atenuador de la realimentación, el convertor de frecuencia a tensión, la red de compensación, el detector de tensión y otras funcionalidades. Se marca la entrada del FVC y la fibra óptica.

de realimentación a la señal de entrada en tensión de este enlace $v_{VFC}(t)$, que a baja frecuencia resulta ser igual a la salida $v_{VFC}(t)$. La imagen 3.3 muestra un esquema de los posibles usos.

La salida del convertor de frecuencia a tensión se acondiciona utilizando un atenuador controlado digitalmente, cuyo valor (G_I) puede ser seleccionado en pasos de $-2,5$ dB y desde -27 dB hasta -97 dB. La tensión atenuada es sumada a la de un convertor digital-analógico (DAC) de 16-bit que genera la señal nominal de la fuente y la tensión resultante es convertida a corriente por medio de un amplificador de transconductancia. El mismo posee distintos rangos que deben ser seleccionados por el operador según la medición a realizar y el fondo de escala para cada rango corresponde a 10 V en su entrada. Por lo tanto, para un dado nivel de tensión en la salida del FVC, $v_{FVC}(t)$, la corriente de realimentación depende del rango de la fuente (RNG) y de la configuración del atenuador. El flujo magnético correspondiente, $\phi_{SQ}(t)$, en el anillo superconductor del SQUID se obtiene multiplicando la corriente por la cantidad de vueltas de la bobina conectada a dicha fuente (N), dividido la sensibilidad de corriente,

$$\frac{\phi_{SQ}(t)}{v_{FVC}(t)} = \frac{RNG/10 \text{ V} \cdot 10^{G_I/20} \cdot N}{11,1 \mu\text{AT}/\Phi_0}. \quad (3.2)$$

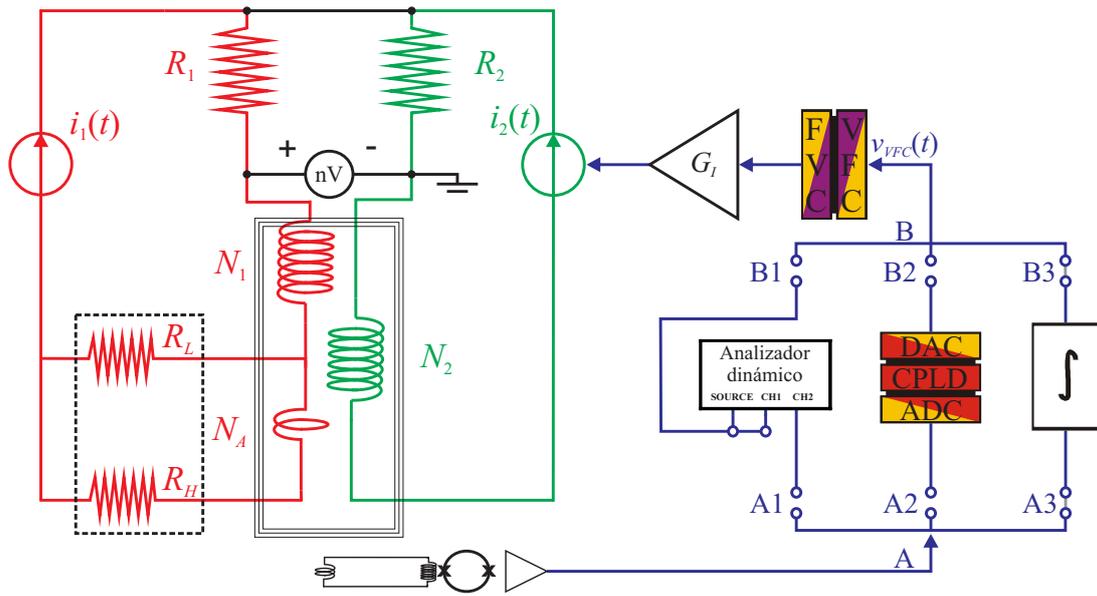


Figura 3.3: Diagrama esquemático con los conversores de tensión a frecuencia y de frecuencia a tensión (VFC y FVC, respectivamente). Para medir la respuesta en frecuencia del sistema a lazo abierto, los nodos A y B deben ser conectados a través de A1-B1. Un controlador digital es conectado vía A2-B2, el cual consiste en un convertor analógico a digital (ADC), otro digital a analógico (DAC) y un dispositivo lógico programable (CPLD) entre ellos para implementar la ley de control. La última conexión, A3-B3, corresponde al integrador analógico incluido en la electrónica del SQUID que es el utilizado convencionalmente.

El sistema es totalmente manejado por un microcontrolador que se comunica con una computadora personal vía el puerto RS-485, con las fuentes de corriente vía fibra óptica y con el sistema de carga de baterías, el cual puede o no utilizarse durante las mediciones. En la computadora, un programa tiene total acceso a todas las configuraciones del sistema y muestra los resultados de medición. Las fuentes digitales están sincronizadas para reducir al mínimo los desparejamientos durante la inversión de corriente. De echo, la corriente se invierte normalmente en 0,2 s. Valores menores a este límite son difíciles de lograr sin incrementar la incertidumbre de medición debido a la absorción dieléctrica de los cables [72].

Para iniciar una medición con el puente se deben realizar una serie de tareas rutinarias. Se comienza conectando los resistores patrones y se seleccionan las bobinas y los rangos de las fuentes según la corriente de calibración. Se continua calentando el sensor SQUID para eliminar posibles campos magnéticos atrapados en el anillo superconductor durante la conexión de las bobinas. También se debe llevar a cero la lectura del nanovoltímetro utilizando un control específico en el programa y luego se puede iniciar la medición. Ocasionalmente, se debe configurar la red de compensación para obtener en el detector

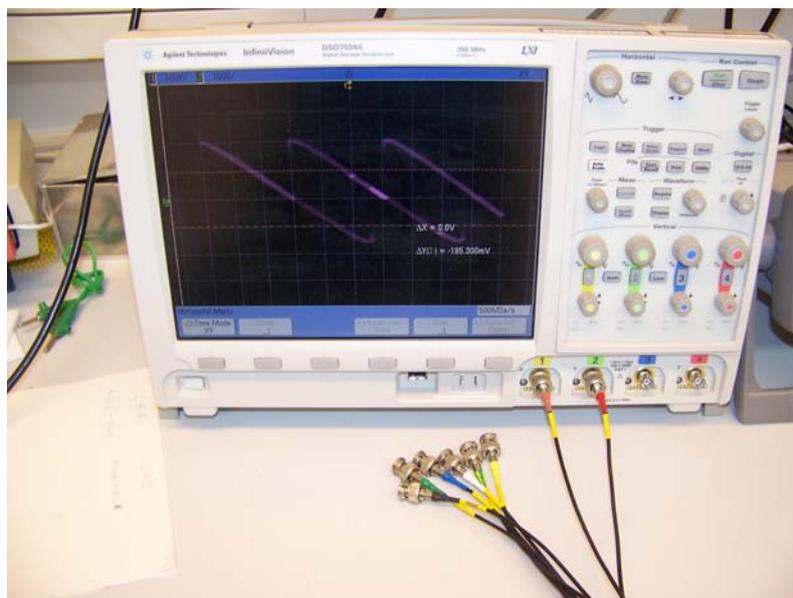


Figura 3.4: Fotografía del osciloscopio que muestra la salida del SQUID obtenida a lazo abierto y al inyectar una onda triangular.

de tensión la mínima excursión. Se debe ajustar aproximadamente un vez al mes según la estabilidad de los patrones.

Para cada configuración de trabajo se debe elegir la ganancia del controlador integral modificando el atenuador controlado digitalmente. Esto se realiza mediante un procedimiento experimental, ya que el comportamiento dinámico del puente 14-bit CCC es modificado con la configuración y por lo tanto no es posible tener una única solución. Se inicia el ajuste conectado la señal del SQUID al canal vertical de un osciloscopio en modo XY, y en el eje horizontal se conecta una señal triangular que también se inyecta al anillo superconductor del SQUID. Sin encender el controlador integral se observa en la pantalla líneas diagonales y paralelas que demuestran la excursión del punto de trabajo, ver foto 3.4. Luego se cierra el lazo de realimentación y se modifica la ganancia en pasos de $-2,5$ dB, empezando desde -27 dB y hasta obtener en la pantalla del osciloscopio una respuesta estable. Finalmente, se reduce en tres pasos la ganancia para obtener el valor final.

3.2. Modelo teórico

El puente CCC de cuatro terminales puede ser estudiado a partir de un circuito eléctrico equivalente de la misma manera que se realizó para el HRCCC en la sección 2.2. Se explica a continuación un desarrollo simplificado utilizando la misma notación. Se inicia aplicando

la ley de Ampère para obtener la ecuación de flujo magnético en el CCC,

$$i_{screen}(t) = i_{L_1}(t) \left(N_1 \pm N_A \left(\frac{R_L}{R_L + R_H} \right) \right) - i_2(t)N_2. \quad (3.3)$$

Esta ecuación debe ser reescrita teniendo en cuenta el comportamiento dinámico del sistema para obtener una función dependiente de las fuentes de corriente primaria y secundaria. Es necesario aplicar nuevamente simplificaciones al problema debido a la gran cantidad de combinaciones entre las capacidades parásitas y las 18 bobinas que conforman el CCC. Se agregan cuatro consideraciones a aquellas utilizadas con el HRCCC, lo que permite plantear el circuito equivalente que se muestra en la figura 3.5.

8. Todas las bobinas fueron construidas con cable superconductor.
9. El nanovoltímetro fue diseñado para presentar baja corriente de entrada [73] y por lo tanto se considera como un instrumento ideal.
10. El circuito de compensación fue diseñado para modificar el flujo magnético generado por la corriente primaria en pequeñas proporciones. Por lo tanto, para realizar un análisis dinámico del sistema se asume que la corriente que circula por N_A es siempre despreciable.
11. El sistema que se estudió posee un capacitor C_D y un resistor R_D conectados a la bobina de relación con mayor cantidad de vueltas para atenuar su pico de resonancia.

Primero se resuelve el circuito 3.5(b) que se obtiene al apagar la fuente de corriente primaria. Se plantea las leyes de Kirchhoff en el circuito primario y se escribe la tensión en L_1 según la ley de Faraday.

$$i_D + i_{C_1} + i_{L_1} = 0, \quad (3.4)$$

$$v_{L_1}(t) = \int_{-\infty}^t \frac{i_D(\tau)}{C_D} d\tau + i_D(t)R_D, \quad (3.5)$$

$$i_{C_1}(t) = C_1 \frac{dv_{L_1}(t)}{dt}, \quad (3.6)$$

$$v_{L_1}(t) = L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} - M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}. \quad (3.7)$$

Realizando la transformada de Laplace y resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\frac{I_{L_1}(s)}{I_2(s)} = \frac{M_{12}R_D C_D C_1 s^3 + M_{12}(C_D + C_1)s^2}{R_D C_D C_1 L_1 s^3 + (C_D + C_1)L_1 s^2 + R_D C_D s + 1} \quad (3.8)$$

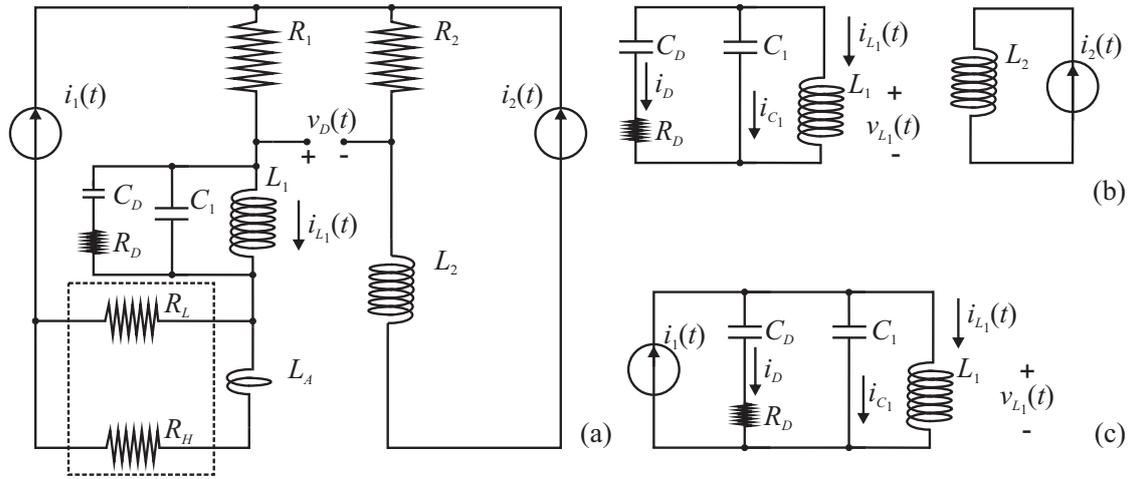


Figura 3.5: (a) Circuito eléctrico equivalente del puente CCC de cuatro terminales. Circuito obtenido al abrir la fuente de corriente (b) primaria y (c) secundaria. Debido a la consideración 10 se desprecia la corriente en el bobinado de compensación.

Ahora se calcula la influencia de $I_1(s)$, la fuente secundaria se apaga dejando al circuito secundario abierto, figura 3.5(c).

$$i_1(t) = i_D(t) + i_{C_1}(t) + i_{L_1}(t), \quad (3.9)$$

$$i_{C_1}(t) = C_1 \frac{dv_{L_1}(t)}{dt}, \quad (3.10)$$

$$v_{L_1}(t) = \int_{-\infty}^t \frac{i_D(\tau)}{C_D} d\tau + i_D(t)R_D, \quad (3.11)$$

$$v_{L_1}(t) = L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt}. \quad (3.12)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene la siguiente función de transferencia,

$$\frac{I_{L_1}(s)}{I_1(s)} = \frac{R_D C_D s + 1}{R_D C_D C_1 L_1 s^3 + (C_D + C_1) L_1 s^2 + R_D C_D s + 1}. \quad (3.13)$$

La ecuación (3.3) puede ser reescrita incluyendo los resultados obtenidos. Luego la corriente $I_{screen}(s)$ debe multiplicarse por la ganancia del CCC y la transferencia del SQUID para obtener la tensión de salida del sensor. Si además se acepta que el controlador $K(s)$ está conectado a la fuente secundaria se obtiene el diagrama en bloques de la figura 3.6, donde se representa al ruido del sistema con la señal $D(s)$.

La estructura obtenida para el diagrama es similar a aquella encontrada para el puente CCC de dos terminales, figura 2.8, permitiendo reutilizar algoritmos y resultados previos. Por lo tanto, nuevamente se debe identificar la función de transferencia desde la entrada

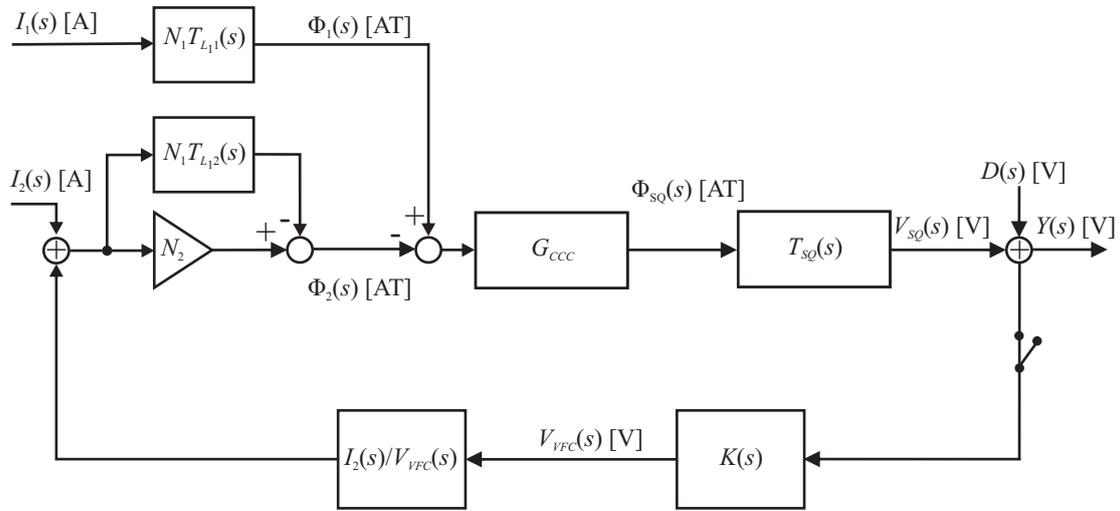


Figura 3.6: Diagrama en bloques del puente CCC de cuatro terminales, se omite la representación del nanovoltímetro. El controlador $K(s)$ puede conectarse también en la fuente primaria.

de control hasta la salida del sistema, que para el caso planteado resulta ser,

$$G(s) = \frac{Y(s)}{V_{VFC}(s)}. \quad (3.14)$$

Asimismo, si se cierra el lazo de realimentación en $I_1(s)$ la estructura del problema es equivalente y se debe identificar la correspondiente función de transferencia. Esto permitió realizar un único algoritmo de identificación, diseño y control para ser aplicado en cualquier configuración del puente 14-bit CCC.

3.3. Identificación

La identificación de la función de transferencia desde la fuente de corriente controlada hasta la salida del SQUID a lazo abierto se realizó a partir de mediciones de respuestas en frecuencia. Se utilizó un analizador dinámico HP35670A configurado en modo *Sweep Sine* y conectado según la figura 3.3. El instrumento generó una señal senoidal de frecuencia variable que se inyectó en la fuente de corriente de interés a través del enlace óptico vía B-B1. El instrumento midió la excitación y la salida del SQUID vía A-A1 para devolver la relación entre ambas, $V_{SQ}(s)/V_{VFC}(s)$ con $s = j\omega$, expresada en magnitud y fase. La incertidumbre del analizador dinámico se compone de la resolución, el error de linealidad, el piso de ruido y la respuesta en frecuencia de cada canal; el fabricante especifica para un canal 2,92 % de la lectura más 0,025 % del rango en la amplitud y 4°

3.3. IDENTIFICACIÓN

en la fase [74]. Se puede calcular la incertidumbre relativa en la magnitud de la relación entre los dos canales como la suma cuadrática de la correspondiente al denominador y numerador. Si asumimos que se trabaja a fondo de escala en ambos canales se obtiene $2\sqrt{(2,92\%)^2/3 + (2,92\%)^2/3} = 5\%$, con 95 % de probabilidad.

Típicamente se midieron 400 puntos entre 10 Hz y 10 kHz, esperando 5 ciclos antes de medir y promediando 40. Notar que los conversores VFC-FVC tienen una frecuencia máxima de 10 kHz, por lo tanto todo el estudio se limitó hasta dicha frecuencia. La señal de salida del SQUID y la de excitación fueron también visualizadas en un osciloscopio para controlar el funcionamiento del sensor. En caso de saturación o saltos, se debió disminuir la amplitud de la fuente y se encontró que la máxima excitación depende de la configuración del sistema. Por lo tanto, se seleccionó un valor máximo para cada caso mediante un procedimiento de prueba y error. Luego se estimó un modelo para cada medición aplicando el algoritmo de subespacios y el de minimización del error de predicción [68]. Se obtuvo así un conjunto de modelos identificados y se eligió como nominal ($G_0(s)$) aquella función que se encontraba más cerca del centro del conjunto en un diagrama polar. Con el resto de las mediciones se calculó la incertidumbre dinámica del modelo para construir una familia.

Debido a la gran cantidad de posibles configuraciones que posee este sistema, se seleccionaron algunas según su importancia o su desafío desde el punto de vista de la metrología eléctrica. La relación más importante es $12,9\text{ k}\Omega \approx R_K/2$ contra $100\ \Omega$ porque es aquella que presenta mejor incertidumbre. Luego se estudiaron las relaciones $1\text{ M}\Omega$ y $100\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$, porque exigen al sistema una alta resolución en corriente debido a que se aplica menos de $3\ \mu\text{A}$ al resistor incógnita. Sin embargo, el ruido térmico de los resistores de alto valor limita la sensibilidad del sistema. Por tal motivo se estudió una cuarta relación, que es utilizada para calibrar un nuevo amplificador de corriente denominado ULCA (*Ultrastable Low-noise Current Amplifier*) diseñado por el mismo grupo de trabajo [42]. Este dispositivo presenta un piso de ruido menor a igual corriente de trabajo. Entonces el ruido en el sensor SQUID domina la resolución del sistema, situación ideal para estudiar los efectos del desempeño del controlador en la incertidumbre final.

3.3.1. Dependencias de la respuesta en frecuencia

La relación $12,9\text{ k}\Omega$ contra $100\ \Omega$ fue estudiada con profundidad porque presentaba inigualables condiciones de trabajo debido a su repetibilidad y disponibilidad. Los comportamientos encontrados son extrapolados a otras relaciones en base a un análisis teórico y repitiendo experiencias prácticas similares que se omiten por claridad. Se configuró el

sistema con las bobinas $N_1 = 4001$, $N_2 = 31$ y $N_A = 1$, y los rangos de la fuente primaria y secundaria en $75 \mu\text{A}$ o 5mA respectivamente. La señal de realimentación fue conectada a la fuente secundaria a través del atenuador configurado en $-49,5 \text{dB}$.

Se analizó primero la estabilidad de la función de transferencia entre distintos días, trazos verdes, rojos y celestes de la figura 3.7. La diferencia entre ellos es del 2% , coherente con la incertidumbre del sistema de medición y la esperada en los sensores SQUID (aproximadamente 2%). Se muestran también algunas funciones de transferencia medidas con una configuración del atenuador de entrada 10dB menor a la original, los datos presentados se corrigieron por el valor de G_I utilizado para poder comparar los resultados. También se midió la respuesta en frecuencia inyectando la excitación en la fuente de corriente primaria y se obtuvo una diferencia igual al $3,4\%$, se omite la presentación gráfica de estos datos.

El camino de la realimentación incluye el atenuador de entrada, el amplificador de tensión a corriente, una bobina y el sensor SQUID. Estos dos últimos son fijos para una dada relación y sistema. El amplificador de tensión a corriente fue extensamente probado por los fabricantes obteniendo incertidumbres despreciables para el presente estudio, en cambio la ganancia del atenuador posee una incertidumbre igual a $1\%^2$. Afortunadamente estas variables modifican solo la ganancia de la función de transferencia ya que son constantes en el ancho de banda de trabajo. Considerando los componentes explicados, se obtiene una incertidumbre mínima de $5,5\%$ para una dada combinación de resistores y bobinas, la cual cubre la repetibilidad de los datos medidos. Aquí se tomó la incertidumbre del analizador para lecturas a fondo de rango, situación que suele presentarse a baja frecuencia como en la figura 3.7(b).

Las mediciones realizadas para una misma configuración con y sin la red de compensación han demostrado que la dinámica del sistema es independiente de dicho estado. Esto se debe a que la corrección es pequeña comparada con el flujo magnético de la corriente primaria, ya que solo busca compensar el corrimiento de los patrones con respecto al valor nominal de la relación. En el caso extremo, el atenuador puede producir una corriente de compensación con módulo menor a un cuarto de la primaria, entonces el valor relativo del flujo magnético de compensación será menor a $(N_A I_A) / (N_1 I_1) = 62,5 \mu\text{AT}/\text{AT}$ para todas las relaciones bajo estudio [71, 75].

Una situación distinta se encontró al estudiar los efectos de los cargadores de las baterías, ellos producen una fuerte interferencia con frecuencia entre 150kHz y 200kHz . Esta interferencia cambia el piso de ruido a la salida del SQUID, puede ser rectificadas [42] y reduce el nivel máximo de excitación sin que se produzcan saltos en el SQUID. Este

²Datos obtenidos de conversaciones personales con el Dr. Dietmar Drung, diseñador del sistema.

3.3. IDENTIFICACIÓN

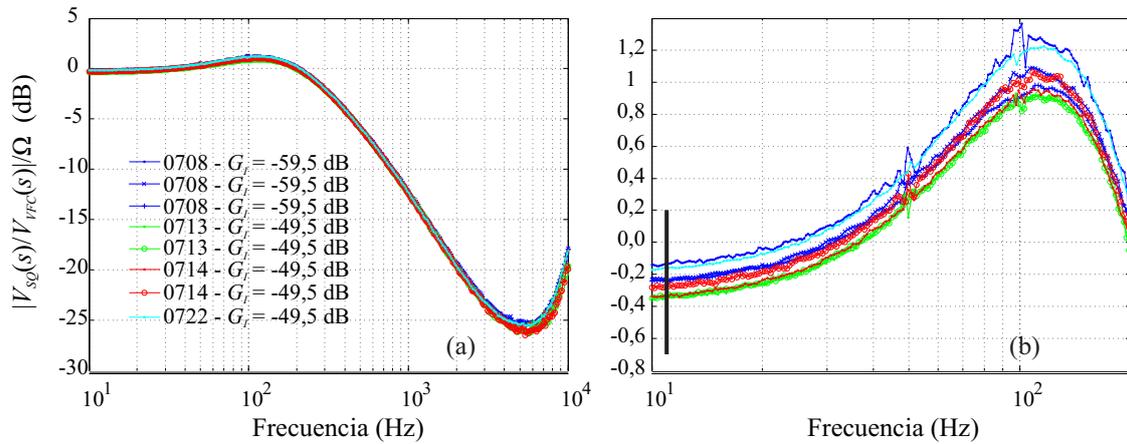


Figura 3.7: (a) Respuesta en frecuencia a lazo abierto para la relación $12,9 \text{ k}\Omega$ contra 100Ω desde la fuente secundaria. Se indica en la leyenda el día de medición y el valor configurado del atenuador de entrada. (b) Se muestra una ampliación de la medición a baja frecuencia, en dicho caso se incluye la barra vertical gris que representa la incertidumbre estimada, 5,5 %. Las mediciones con el atenuador en $-59,5 \text{ dB}$ se corrigieron de la siguiente manera, $V_C = V_M + 59,5 \text{ dB} - 49,5 \text{ dB}$, donde V_M es la magnitud medida y V_C es el valor corregido, ambos expresados en dB.

último efecto debía ser considerado durante el proceso de identificación para seleccionar la amplitud de excitación. Por ejemplo, para la presente relación el nivel de excitación máximo al introducir la señal por la fuente secundaria es de 400 mV con los cargadores encendidos y 500 mV si están apagados. Luego, se midió la respuesta en frecuencia para el valor límite, su mitad y un cuarto. Se descartó con esto la posibilidad de que las mediciones estén viciadas por el piso del ruido o no-linealidades del sistema, figura 3.8(a).

Para obtener el modelo del sistema se estimó una función de transferencia para cada respuesta en frecuencia de la figura 3.8(a) y se seleccionó aquella que se encontraba más cerca del centro del conjunto. La estimación se presenta en la misma figura con color rosa y se separa de los datos experimentales para frecuencias mayores a 5 kHz por dos motivos. En primer lugar, para encapsular dicha información dentro del modelo nominal se debía aceptar incrementar el orden del mismo lo cual imposibilitaba la implementación del controlador debido al hardware que se utilizó, se explicó con más detalle este problema en el apéndice B. Además, para obtener la mejor representación posible del sistema se incrementó, en el algoritmo de identificación, el peso relativo del error de predicción para las frecuencias entre 10 Hz y 200 Hz .

La figura 3.8(b) presenta las magnitudes de las respuestas en frecuencia de las diferencias entre modelo nominal ($G_0(s)$) y mediciones. También se informa un posible peso de incertidumbre dinámica que cubre a la familia de funciones. Notar que para frecuencias inferiores a 40 Hz las diferencias entre modelo y mediciones caen con pendiente menor

a 20 dB/dec. Ésto se generó debido a la incertidumbre de medición y para cubrirlo se necesitaba aumentar excesivamente la incertidumbre dinámica o su orden.

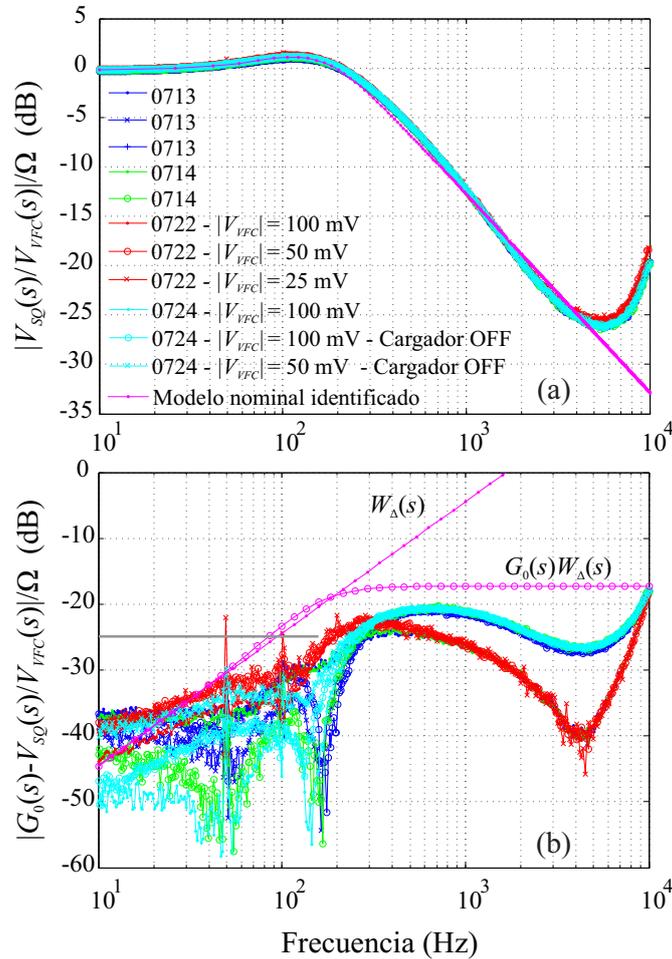


Figura 3.8: (a) Respuestas en frecuencia medidas con el analizador dinámico y la simulada para el modelo nominal. Se presentan 11 mediciones en las cuales se mantuvo constante la configuración del puente con $G_I = -49,5$ dB, salvo el estado de los cargadores. Además, la amplitud de las excitaciones se modificó entre 100 mV y 25 mV. (b) Diferencia entre modelo nominal y datos experimentales, se incluye un posible peso de incertidumbre dinámica multiplicativa. La línea horizontal de color gris indica la incertidumbre de medición (5,5 %) de la magnitud de la función de transferencia a baja frecuencia.

3.3.2. Relaciones de baja corriente

Luego se estudiaron las relaciones dedicadas a la calibración de resistores de $1\text{ M}\Omega$, $100\text{ M}\Omega$ y del amplificador ULCA. Todas ellas involucran corrientes menores a $5\ \mu\text{A}$ y se encontró que la función de transferencia es altamente dependiente de la cantidad de vueltas

3.3. IDENTIFICACIÓN

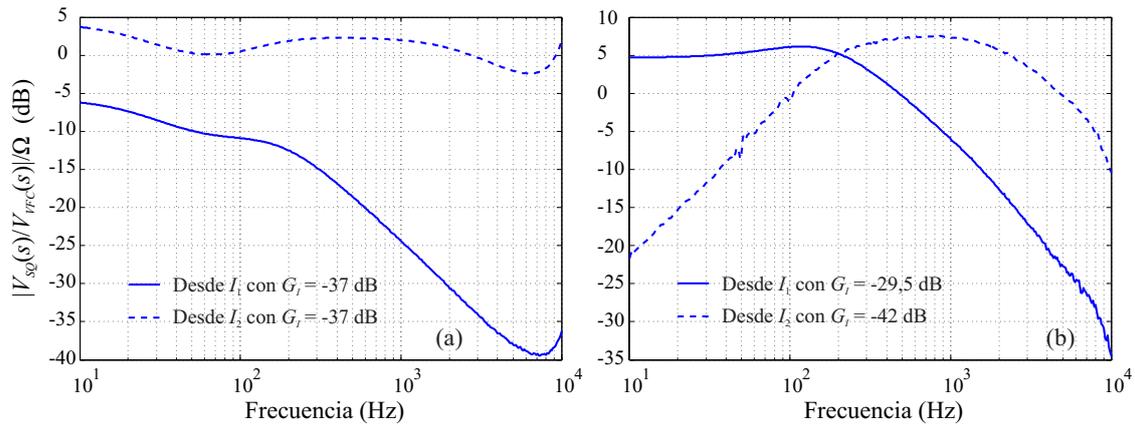


Figura 3.9: (a) Respuesta en frecuencia a lazo abierto con el sistema configurado para medir $1\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$. Con la línea sólida se muestra la respuesta desde I_1 y con la curva interrumpida desde I_2 . (b) Respuesta en frecuencia a lazo abierto con el sistema configurado para medir $100\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$. Nuevamente las curvas sólidas e interrumpidas representan las respuestas desde I_1 e I_2 , respectivamente.

de las bobinas, de la entrada de excitación y de los valores nominales de los resistores conectados.

Se muestra en la figura 3.9(a) las respuestas en frecuencia medidas para $1\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$ con bobinas de 4029 y 52 vueltas, cuando se inyecta la excitación en la fuente 1 y 2. Los respectivos rangos son $5\text{ }\mu\text{A}$ y $1,2\text{ mA}$, con -37 dB de atenuación en ambos casos. Se pueden observar que las curvas obtenidas no pertenecen a un sistema de segundo orden, como la obtenida para la relación $100\text{ }\Omega$ - $12,9\text{ k}\Omega$. Sin embargo la cantidad de vueltas de la relación es similar y por lo tanto el efecto observado puede deberse al valor de los resistores. En el instituto PTB se mide esta relación cerrando el lazo de realimentación en I_2 , sin embargo en este trabajo se elige cerrar el lazo de control desde la fuente primaria porque la respuesta medida desde ella posee menor orden.

Un comportamiento semejante se encontró al estudiar la relación $100\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$ que utiliza bobinas de 15496 y 2 vueltas, figura 3.9(b). La fuente primaria se configuró con rango de $5\text{ }\mu\text{A}$ y $-29,5\text{ dB}$ de atenuación. En este caso la bobina primaria posee una gran cantidad de vueltas que parece ser la responsable del fuerte cambio observado al inyectar la excitación en la fuente secundaria con rango $1,2\text{ mA}$ y $G_I = -42\text{ dB}$. En el caso inverso la respuesta en frecuencia se observa sin modificaciones en su forma con respecto al resultado esperado para un sistema de segundo orden. Sin embargo si se calcula el valor de la ganancia en DC, multiplicando la ecuación (3.2) por la ganancia del SQUID ($0,22\text{ V}/\Phi_0$), se obtiene un valor teórico igual a 9 dB . Este resultado es superior al valor medido demostrando que existe una dinámica a muy baja

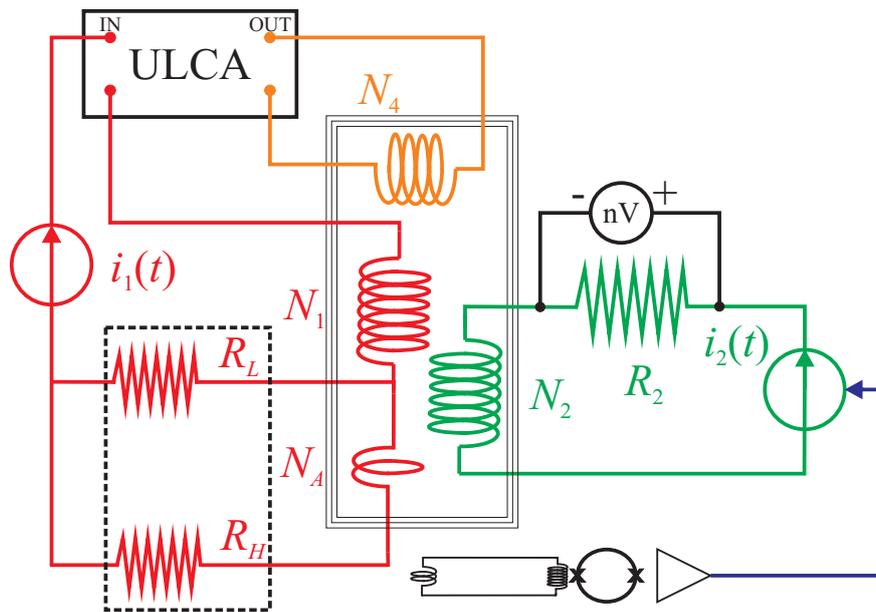


Figura 3.10: Diagrama esquemático del sistema utilizado para la calibración del amplificador ULCA.

frecuencia y fuera del rango presentado. Para mediciones rutinarias se inyecta la corriente de realimentación a la fuente primaria debido a que la función de transferencia desde la secundaria atenúa dicha señal en baja frecuencia.

Finalmente se estudió la configuración para la calibración del amplificador ULCA, figura 3.10, mediante la cual se calibra la relación entre la corriente de salida y la de entrada al amplificador. Esta segunda se conectó a la bobina N_1 y la amplificada se conectó a una bobina independiente N_4 que posee sentido de flujo magnético contrario, se cumple que N_1/N_4 es igual a la ganancia nominal del amplificador (1000 A/A). Luego se inyectó la realimentación a la bobina N_2 y se conectó un resistor en serie, sobre el cual se midió la tensión con el nanovoltímetro. También se incluyó la red de compensación. La configuración estándar utiliza $N_1 = 16000$, $N_2 = 4$, $N_4 = 16$, $N_A = 1$, $R_2 = 12,9 \text{ k}\Omega$, $G_I = -29,5 \text{ dB}$, y rangos en las fuentes igual a $5 \mu\text{A}$ y 5 mA para la primaria y la secundaria respectivamente.

En la práctica se encontró que el sistema era estable solo si N_2 se conectaba con un determinado sentido de flujo magnético. La magnitud y fase de la respuesta en frecuencia medida desde I_2 para la configuración de calibración se presenta en color negro en la figura 3.11(a) y 3.11(b). Al invertir la conexión de la bobina N_2 se obtuvo la curva azul sólida, en tal caso el sistema presentó 180° de corrimiento de fase que genera una realimentación positiva volviendo inestable al sistema a lazo cerrado. Fue necesario cambiar el signo de

3.3. IDENTIFICACIÓN

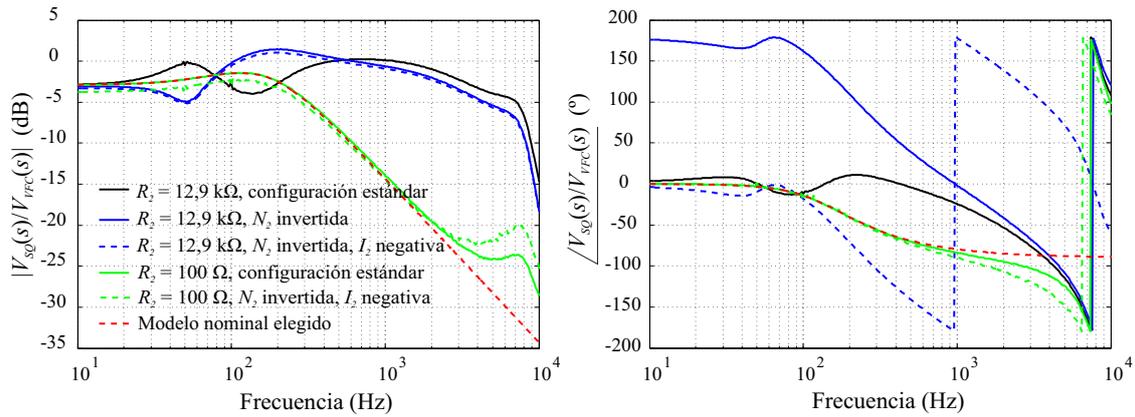


Figura 3.11: Magnitud y fase de las respuestas en frecuencia medidas desde I_2 para la calibración de la relación de corriente del amplificador ULCA. En negro se presenta la respuesta para la configuración utilizada por PTB. Para obtener la curva sólida y azul se invirtió el sentido de la bobina N_2 . Luego se cambió el signo de la corriente de realimentación, curva interrumpida del mismo color. En verde se muestra la medición equivalente pero utilizando $R_2 = 100 \Omega$ con ambos sentidos de conexión de la bobinas y de la fuente de corriente. Finalmente, en rojo, se presenta la curva identificada para uno de estos últimos casos. Para que todas las curvas posean la misma amplificación en DC las mediciones se realizaron con el atenuador siempre configurado en $-34,5$ dB.

la realimentación en la fuente de corriente I_2 , curva azul interrumpida. En este caso el sistema a lazo abierto presentó un cambio de fase en 1 kHz que provocó la pérdida de estabilidad a lazo cerrado. Luego, se reemplazó el resistor secundario por uno de 100Ω y se cambió la configuración del atenuador de entrada a $-34,5$ dB. En este caso el sentido de conexión de la bobina N_2 no provocó un corrimiento de 180° obteniendo respuestas de segundo orden, curvas verdes. Se presenta con la curva roja el modelo identificado para esta última configuración.

3.3.3. Conclusiones del proceso de identificación

Los cambios en las funciones de transferencia (según la relación) se deben principalmente a las corrientes de pérdidas que fluyen por las bobinas y son detectadas por el sensor SQUID, cuanto mayor sea la cantidad de vueltas de cada bobina mayores serán los efectos. Se debe tener en cuenta que el sistema posee una exactitud menor a $1 \mu\Omega/\Omega$ en la medición de $100 M\Omega$, entonces estas corrientes deben ser despreciables a la frecuencia de medición, 15 mHz aproximadamente. Este comportamiento puede ser modelado con capacitores parásitos conectados entre bobinas, en paralelo a los resistores o cruzados, desde el terminal superior de cada resistor hasta el inferior del otro. Al incrementar el valor de los resistores conectados las corrientes de pérdida se incrementan de forma relativa

porque la caída de tensión en cada elemento suele ser siempre del mismo orden. Además, se incrementan las constantes de tiempo afectando frecuencias más bajas. Este problema también puede ser producido por el cambio en la inductancia mutua entre la bobina de excitación y aquella con mayor cantidad de vueltas. La comprobación de ambas hipótesis esta fuera del alcance del presente trabajo y es necesario un estudio más profundo para explicar los fenómenos observados.

Debido a estas observaciones, las simplificaciones realizadas para obtener el modelo teórico no son válidas con este sistema. Además, una familia de modelos debería ser extremadamente conservadora para lograr englobar a todas las posibles situaciones, afectando al desempeño del sistema a lazo cerrado. Por tal motivo se construyó un algoritmo para identificar al modelo y diseñar un controlador para cada configuración de trabajo.

En la figura 3.12 se muestran las respuestas en frecuencia de los modelos obtenidos del proceso de identificación, los cuales reemplazan a los bloques entre $V_{VFC}(s)$ y $Y(s)$ del diagrama 3.6. Cada modelo identificado posee una incertidumbre dinámica mínima de 5,5 % hasta 10 kHz, a partir de esta frecuencia el conocimiento del sistema debe ser considerado nulo. Notar que se seleccionaron los modelos de menor orden para cada relación de trabajo debido a una limitación en la implementación del controlador que se explica en el apéndice B.

3.4. Implementación del controlador digital

Se logró implementar una unidad de procesamiento que fue capaz de medir una señal, calcular y generar la señal de realimentación en aproximadamente 9 μ s y con 100 kHz de frecuencia de muestreo. Para estas tareas se utilizó un conversor analógico a digital, una CPLD (*complex programmable logic device*) y un conversor digital a analógico. La adquisición es realizada con una resolución de 18-bit en un rango único de $\pm 0,7$ V y frecuencia de corte igual a 15 kHz. La tensión de realimentación es generada con una fuente de tensión programable de 20-bit, rango de ± 5 V y frecuencia de corte igual a 100 kHz. La unidad posee dos conectores BNC, uno para conectar la señal de control al sistema y otro para medir la tensión del sensor SQUID. Ambos son conectados a dos cajas de conexión que forman parte de la electrónica del SQUID y una de ellas convierte la tensión de realimentación a frecuencia. La foto 3.13 presenta los instrumentos utilizados, el controlador y las cajas de conexión.

La unidad de procesamiento utilizada posee 1270 elementos lógicos, lo que introdujo un límite importante al algoritmo. La ecuación de control se aproxima con una ecuación en diferencias, que se resuelve de forma secuencial y en secciones de segundo orden.

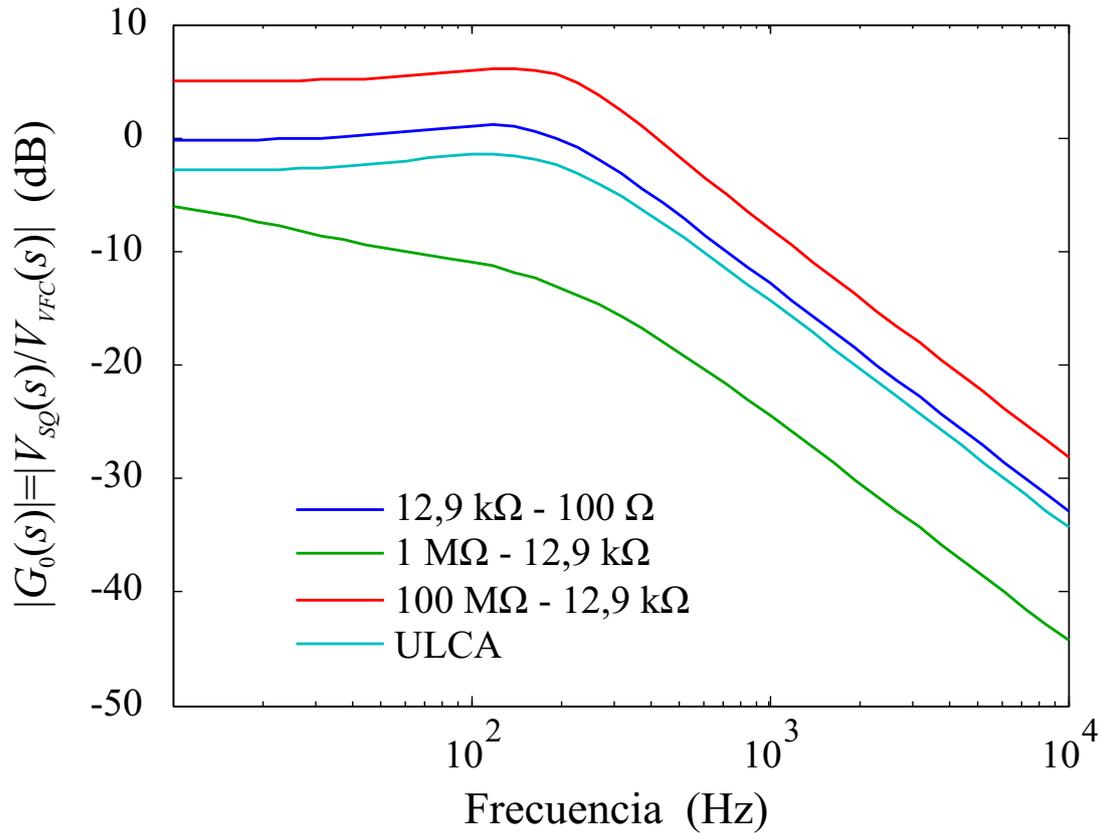


Figura 3.12: Modelo nominal identificado para cada relación de trabajo. La realimentación para 12,9 kΩ contra 100 Ω se cerró en la fuente 2, con rango 5 mA, bobina de 31 vueltas y atenuación de -49,5 dB. Similares parámetros se utilizaron para la calibración del ULCA, pero con una bobina de 4 vueltas conectada al resistor secundario de 100 Ω y con -34,5 dB de atenuación. En el caso de la medición de resistores de 1 MΩ y 100 MΩ se cerró el lazo en la fuente primaria con rango de 5 μA. Para el primer resistor se utilizó una bobina de 4029 vueltas y una atenuación de -37 dB, mientras que con el segundo se usó 15496 vueltas y -29,5 dB.

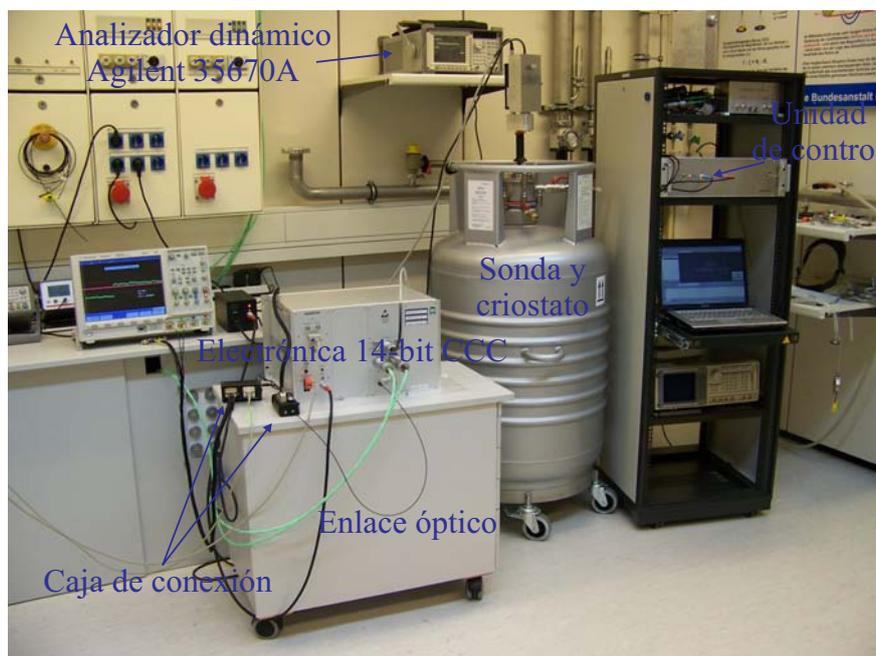


Figura 3.13: Foto de todos los instrumentos utilizados y del controlador.

Esto permitió representar ecuaciones de hasta orden 4 con 20-bit de tamaño en la palabra digital. Sin embargo, los errores numéricos en la resolución de la ecuación limitan el desempeño del controlador especialmente a baja frecuencia.

A continuación se explica la selección del valor de la ganancia G_I y el diseño del controlador por \mathcal{H}_∞ . Luego, en el apéndice B, se explicará con mayor profundidad el diseño de la unidad de control y los problemas numéricos detectados.

3.4.1. Resolución del flujo magnético de realimentación

Para calcular la resolución del flujo magnético de realimentación se debe tener en cuenta la ganancia desde el enlace óptico hasta el flujo magnético en el CCC. La configuración del atenuador ajustable toma entonces un interés especial. Éste se debe seleccionar para obtener una buena sensibilidad y gran rango dinámico. La sensibilidad determina cuan bien será la cancelación de flujo magnético en el CCC y por lo tanto el balance del puente, una mala resolución podría generar errores sistemáticos. El rango dinámico del controlador limita la amplitud de las distorsiones que pueden ser canceladas, por lo tanto se tiene un sistema más estable si dicho rango es mayor. Lamentablemente, estos requerimientos son contrapuestos y se debió realizar una decisión de compromiso. La filosofía aplicada fue configurar el atenuador para igualar la resolución en flujo magnético

3.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR DIGITAL

Relación	Fuente	RNG	N	G_I	$20\log\left(\frac{RNG}{10V}\right) + G_I$
12,9 k Ω - 100 Ω	2	5 mA	31	-49,5 dB	-85 dB
1 M Ω - 12,9 k Ω	1	5 μ A	4029	-37,0 dB	-90 dB
100 M Ω - 12,9 k Ω	1	5 μ A	15496	-47,0 dB	-89 dB
ULCA	2	5 mA	4	-34,5 dB	-88 dB

Tabla 3.1: Valores de los parámetros para cada configuración a utilizar con el controlador digital en las relaciones estudiadas. RNG es el rango de la fuente, N la cantidad de vueltas de la bobina conectada a dicha fuente y G_I es la ganancia del atenuador de realimentación. Solo en la primera relación se repite la configuración utilizada típicamente en PTB.

del DAC con la del ADC, esta segunda resultó igual a 0,3 nAT.

La resolución en tensión eléctrica de la señal de control es $5\text{ V}/2^{19} = 9,5\ \mu\text{V}$. Para expresarla como flujo magnético en el CCC y en unidades de AT se debe tener en cuenta el rango (RNG) de la fuente de corriente donde se aplica la realimentación, la bobina conectada a dicha fuente (N), y la ganancia G_I . Los primeros dos parámetros son determinados por la relación de resistores y las corrientes de medición. Por lo tanto, se debe calcular el parámetro G_I resolviendo la ecuación $5\text{ V}/2^{19} RNG/10\text{ V} \cdot 10^{G_I/20} \cdot N = 0,3\text{ nAT}$.

Los resultados para cada configuración se presentan en el tabla 3.1. Para la relación de 100 M Ω se calculó $G_I = -47\text{ dB}$ pero se encontró en la práctica que el sensor saturaba al invertir la corriente en 0,2 s. Ésto se debió a las diferencias entre las dinámicas de las ramas del puente, las cuales producen grandes excursiones de flujo magnético en la entrada del SQUID durante los cambios de polaridad. Para resolver este problema se aumentó el tiempo de inversión de corriente con el propósito de reducir el tiempo de crecimiento de la excursión. Se resolvió también modificando el valor de G_I para incrementar el rango dinámico del flujo magnético de realimentación. Se encontró que el problema se resuelve con $G_I = -42\text{ dB}$ pero se decidió utilizar el valor calculado según la filosofía propuesta con un tiempo de rampa igual a 0,3 s.

3.4.2. Diseño del controlador

El diseño del controlador fue realizado con el mismo algoritmo utilizado para el HRCCC ya que se mantiene la estructura del problema. Se modificaron los pesos de incertidumbre dinámica y de desempeño, pero se repitió la forma de este segundo ya que nuevamente se buscó rechazar todas las distorsiones, especialmente a baja frecuencia. La figura 3.14(a) muestra los pesos $W_D(s)$ utilizados para cada relación. Se presenta también el peso de incertidumbre dinámica, el cual posee un comportamiento inverso.

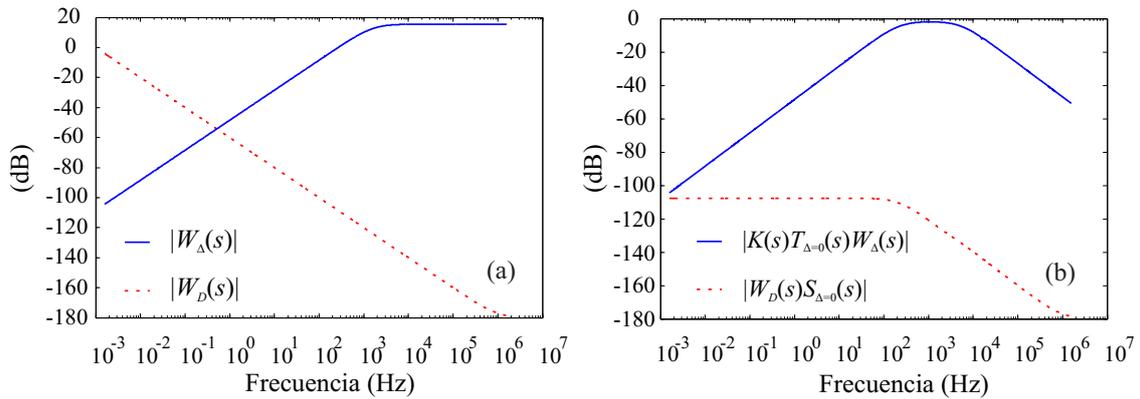


Figura 3.14: (a) Magnitud de la respuesta en frecuencia del peso $W_D(s)$ para cada configuración. También se incluye el peso de incertidumbre que fue obtenido mediante el proceso de identificación y el que finalmente fue utilizado basado en el límite impuesto por el enlace óptico. Respuesta en frecuencia de (b) las condiciones de estabilidad robusta y de desempeño, y de (c) la condición de desempeño robusto, ambas para la configuración 12,9 k Ω contra 100 Ω . (d) Simulaciones de las respuestas en frecuencia de los controladores.

En una primera instancia se utilizó aquel obtenido del proceso de identificación que se muestra en la figura 3.7. Pero el controlador diseñado no lograba cancelar lo suficiente el flujo magnético remanente produciendo un error sistemático en la comparación de resistores, para mayor detalle ver la sección B.3. Este problema se resolvió disminuyendo dicho peso seis veces para obtener ganancia unitaria en 10 kHz, que es la frecuencia límite impuesta por el enlace óptico. Con esto se redujo intencionalmente el conjunto de modelos, por lo que puede existir un miembro de la familia original que sea inestable a lazo cerrado. Por lo tanto, se debió evaluar experimentalmente al sistema para confirmar su estabilidad. La identificación planteada en términos de familias de modelos, como en este caso, puede resultar conservadora. Es por eso que, para mejorar el desempeño, este planteo no presenta problemas ya que se recurre a la prueba experimental para reducir este nivel de conservatividad.

Se ajustó la ganancia de los pesos de desempeño para mantener la condición de estabilidad robusta cercana a 0 dB. Por ejemplo, la figura 3.14(b) presenta la respuesta en frecuencia para las dos condiciones correspondientes a la relación 12,9 k Ω contra 100 Ω . También se incluye la condición de desempeño robusto [2], figura 3.14(c), que demuestra que todos los miembros de la familia (disminuida) de modelos a lazo cerrado cumple con la condición de desempeño. Similares resultados fueron encontrados para otras configuraciones y se omiten por claridad.

Por último, se muestran las respuestas en frecuencia de cada controlador diseñado. A baja frecuencia presentan respuestas integrales y se diferencian una de la otra a partir de

100 Hz. La similitud de las curvas se debe al procedimiento de selección de G_I , ver tabla 3.1. En el apéndice B se explica como se implementa digitalmente el controlador diseñado en tiempo continuo.

3.5. Comparación de controladores

Se comparó el desempeño del controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ y el integrador analógico. En un primer paso se presentan los resultados de las mediciones realizadas con las configuraciones estudiadas y utilizando ambos controladores. Se verificó que los resultados obtenidos son compatibles.

A continuación se informan otros indicadores que cuantifican el desempeño de los controladores. Se presta especial interés a las mediciones de respuestas en frecuencia ya que presentan excelentes descripciones. Luego, se complementa la información con el espectro del ruido a la salida del SQUID y con respuestas temporales al escalón o al impulso. Ambas brindan información clara del rechazo a las distorsiones en la entrada del SQUID.

Finalmente, se muestra una prueba que permitió estudiar el desempeño de los controladores frente a un problema típico para los usuarios de sistemas de medición basados en CCCs. Se aplicó intencionalmente distorsiones de origen mecánico a la sonda y se demostró que el nuevo controlador las rechaza mejor.

3.5.1. Medición de resistores y de la ganancia del ULCA

Para cada configuración introducida al inicio del capítulo se realizó una serie de mediciones de la relación de resistores, o de la ganancia del amplificador, cerrando el lazo de realimentación consecutivamente con el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ y el analógico. Se calculó a partir de la relación de resistores, ecuación (3.1), la diferencia a valor nominal del resistor primario, asumiendo un valor igual al nominal para el resistor patrón, ver figura 3.15. Por ejemplo, para la medición de $1\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$ se asume para este segundo un valor igual a $R_{K-90}/2$. La amplificación del ULCA fue calculada de manera similar.

Solo los resistores de $100\ \Omega$ y de $12,9\text{ k}\Omega$ se encontraban dentro de baños termoes-tatizados y esto afectó apreciablemente la repetibilidad de las mediciones que involucran a los resistores más grandes. Para estos casos se debe tener en cuenta que el coeficiente lineal (nominal) de temperatura de estos elementos es igual a $0,06\ \mu\Omega/\Omega$ para $1\text{ M}\Omega$ y $5\ \mu\Omega/\Omega$ para $100\text{ M}\Omega$. Pero las barras de error presentadas incluyen solo la componente

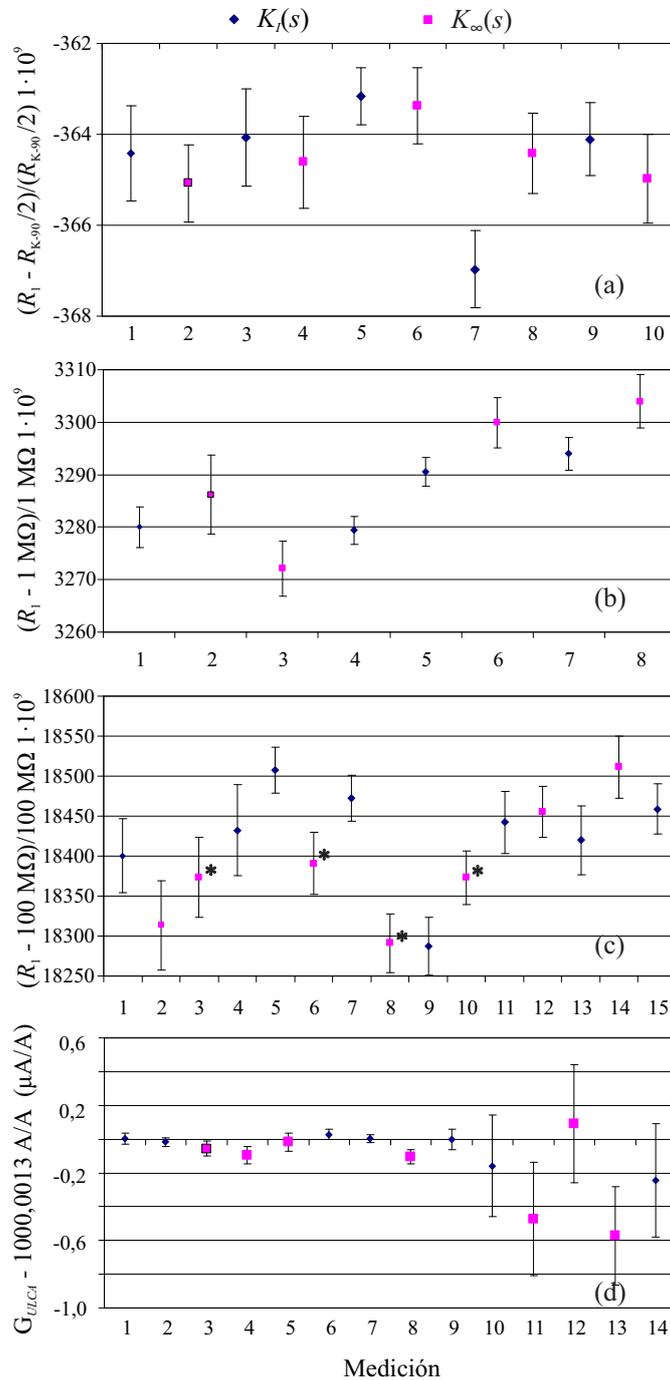


Figura 3.15: Mediciones de R_1 para la relación (a) 12,9 k Ω contra 100 Ω , (b) 1 M Ω contra 12,9 k Ω y (c) 100 M Ω contra 12,9 k Ω . (d) Se presentan también las mediciones de la ganancia del amplificador ULCA. Los resultados obtenidos con el control analógico se muestran con rombos azules y para el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ se utilizó cuadrados rosas.

3.5. COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

de incertidumbre tipo A obtenida a partir del desvío estadístico de 48 valores (o 24 en casos excepcionales). Se obtuvo cada valor particular mediante un ciclo de medición de duración total igual a 20 s y que incluye una inversión de corriente.

Para la relación de $100 \text{ M}\Omega$ contra $12,9 \text{ k}\Omega$, el controlador digital se configuró con $G_I = -47 \text{ dB}$ y la duración de la rampa se aumentó a $0,3 \text{ s}$. También se midió con $G_I = -42 \text{ dB}$ y $0,2 \text{ s}$ encontrando resultados similares. El gráfico presentado incluye los resultados tomados en ambos casos y se indica el segundo con un asterisco.

También se presentan los resultados obtenidos al realizar la calibración de un amplificador ULCA. En este caso la corriente aplicada a la entrada del amplificador era 13 nA y para el control analógico se utilizó la configuración explicada al inicio del capítulo con $R_2 = 100 \Omega$. En las últimas 5 mediciones se redujo 10 veces la corriente aplicada para analizar el comportamiento de los controladores frente a excitaciones débiles.

En todos los casos se encontró una buena compatibilidad entre resultados, por lo tanto el nuevo controlador puede ser utilizado en mediciones rutinarias de resistores. Sin embargo, se obtuvieron desvíos estadísticos mayores con el controlador digital para ciertas configuraciones. Por ejemplo para la figura (a) los desvíos son similares para ambos controladores, pero en (d) aquellos obtenidos con $K_I(s)$ llega a ser dos veces menores. Esto se debe a errores numéricos en el cálculo de la ecuación del controlador que generan un ruido de baja frecuencia y se estudian con mayor profundidad en el apéndice B.

3.5.2. Respuesta en frecuencia a lazo cerrado

La función de transferencia a lazo cerrado provee información importante del desempeño del controlador y de la estabilidad del sistema. En el presente caso ofrece además índices inmejorables de comparación entre controladores debido a su buena repetibilidad y baja incertidumbre de medición. Se construyó el banco de trabajo que se presenta en la figura 3.16 y en la foto 3.17. El analizador dinámico generó una excitación $V_E(s)$ que se acopló magnéticamente al CCC utilizando la bobina N_E con un resistor en serie. El instrumento también midió la tensión aplicada y la de salida del SQUID, y luego informó la relación entre ambas. Afortunadamente, la sonda del CCC posee un acceso que puede ser conectado a cualquier bobina y se seleccionó $N_E = 4$. Con esta configuración se midió la función de transferencia desde $V_E(s)$ hasta $V_{SQ}(s)$ a lazo cerrado o abierto, que en ambos casos incluyó la propia dinámica de la bobina excitación.

En este trabajo, el principal objetivo del controlador fue rechazar a la salida del SQUID todas las entradas del sistema. Esto se puede cuantificar para cada componente en frecuencia que excita al sistema a partir de las mediciones realizadas como $|V_{SQ}(s)/V_E(s)|$ con

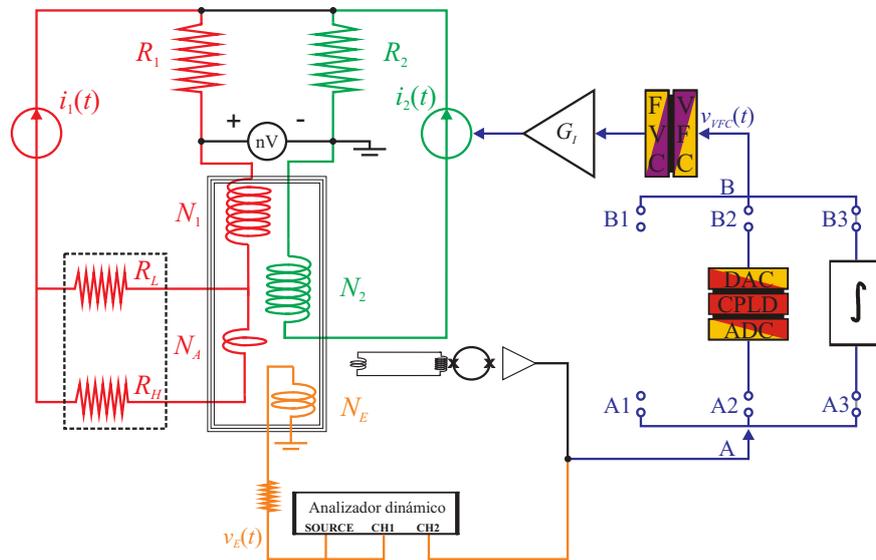


Figura 3.16: Banco de trabajo utilizado para medir la respuesta en frecuencia del sistema a lazo abierto o cerrado desde una bobina de excitación.

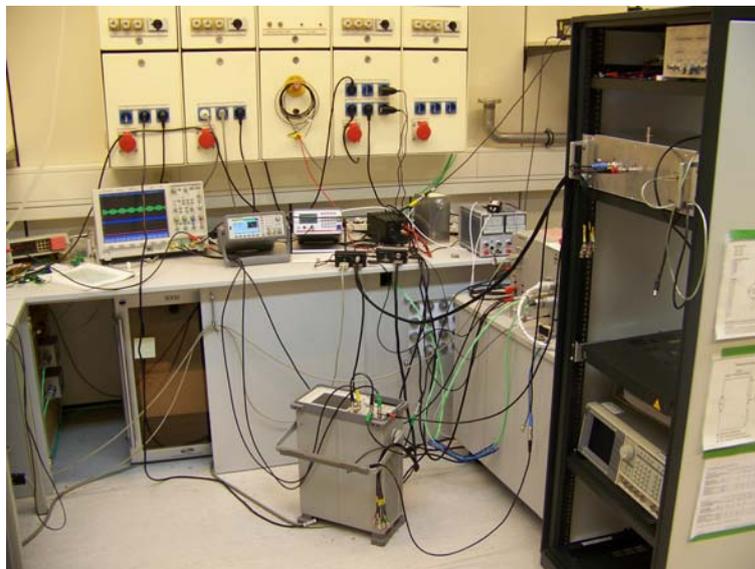


Figura 3.17: Foto del arreglo experimental utilizado para la medición de las respuestas en frecuencia a lazo cerrado.

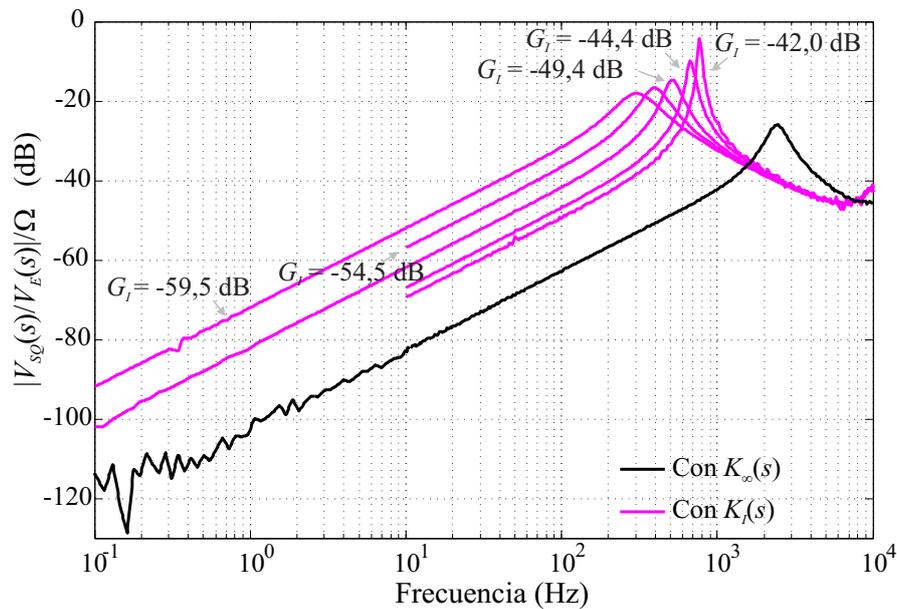


Figura 3.18: Respuestas en frecuencia medidas para el sistema configurado para medir $12,9 \text{ k}\Omega$ contra 100Ω con el controlador integral y con el digital. Para el primer caso, la medición se repite con varios valores de G_I .

$s = j\omega$ fijo en la frecuencia de interés. Por ejemplo, se puede determinar cuanto amplifica el sistema a lazo cerrado la frecuencia de la línea de alimentación o sus armónicos. Luego, es posible comparar los valores medidos para el sistema realimentado con distintos controladores. Aquel que produzca una menor ganancia presenta un mejor rechazo.

Se debe tener en cuenta que las mediciones a lazo cerrado involucran la dinámica de la bobina de excitación. Para obtener un índice independiente de la entrada se puede determinar el pico de la transferencia a lazo cerrado, $S(s) = 1/(1 + G_0(s)K(s))$ con $s = j\omega$, el cual expresa la máxima amplificación. Cuanto más bajo es este pico, más difícil es saturar al SQUID. Para esto primero se identificaron las transferencias desde N_E a lazo cerrado y a lazo abierto, para luego tomar la norma infinito del primer modelo dividido el segundo.

Podemos observar en la figura 3.18 la respuesta en frecuencia medida para la relación $12,9 \text{ k}\Omega$ contra 100Ω con el controlador analógico y el digital. $K_I(s)$ se configuró con distintos valores del atenuador de entrada (G_I), desde $-59,5 \text{ dB}$ hasta $-42,0 \text{ dB}$. Se encontró que ganancias mayores o iguales a $-39,5 \text{ dB}$ provocaban que el sistema a lazo cerrado sea inestable. Esto demostró claramente que la ganancia y el ancho de banda del control integral están limitados por la frecuencia de resonancia del sistema, ya que al incrementar la ganancia el pico de resonancia también se incrementa. En cambio, el controlador diseñado por \mathcal{H}_{∞} presentó un ancho de banda mayor, lo que produjo un mejor

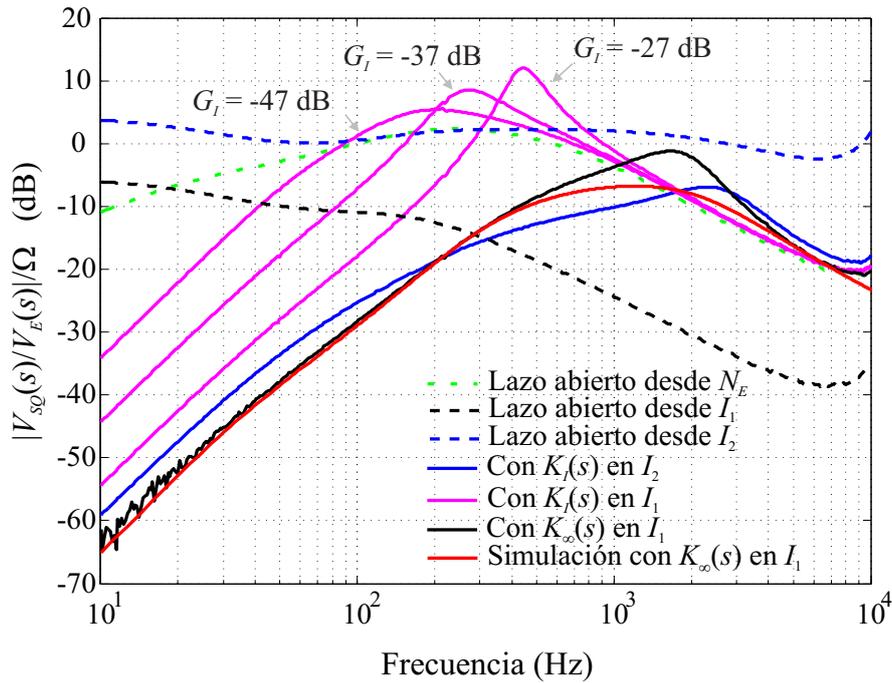


Figura 3.19: Mediciones de respuesta en frecuencia realizadas para la configuración $1\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$.

rechazo a distorsiones. La curva obtenida fue inferior a todas las demás y, comparada con la configuración de trabajo típica en PTB ($K_I(s)$ con $G_I = -49,5\text{ dB}$), el nuevo esquema redujo en 20 dB la amplificación hasta 500 Hz y casi 40 dB en la frecuencia del pico. También se calculó la norma infinito de $S(j\omega)$ en ambos casos, los resultados se muestran en la Tabla 3.2. Se puede distinguir un aplanamiento de la respuesta medida para frecuencias menores a $0,1\text{ Hz}$, pero se debe tener en cuenta que los valores medidos se encuentran cerca del límite del analizador dinámico, que es 130 dB [74].

Anteriormente se explicó que la relación $1\text{ M}\Omega$ contra $12,9\text{ k}\Omega$ presentó una gran variabilidad en las respuestas en frecuencia dependiendo de la entrada de excitación. Al estudiar el sistema a lazo cerrado se encontró la misma situación y por eso se presenta en la figura 3.19 las mediciones realizadas con el controlador integral conectado a ambas fuentes de corriente y con $K_\infty(s)$ conectado solo a la primaria. Se complementa esta información con las curvas medidas a lazo abierto e inyectando la excitación en I_1 , I_2 o en N_E .

El caso $K_I(s)$ conectado a I_1 se repitió con tres valores de la ganancia del atenuador. Se observó que el pico de la ganancia se incrementó con el valor de G_I . Por otro lado, cuando este mismo controlador se cerró a través de I_2 con $G_I = -32\text{ dB}$ se obtuvo una buena respuesta en frecuencia. Esto se debe a que la entrada de excitación presentó ganancia

3.5. COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

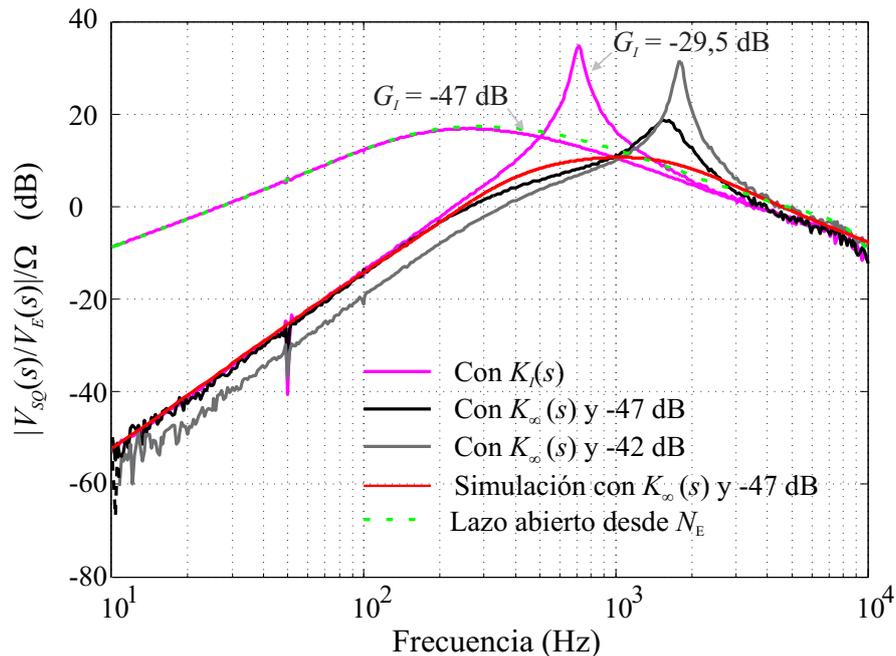


Figura 3.20: Mediciones de respuesta en frecuencia realizadas para la configuración 100 MΩ contra 12,9 kΩ.

prácticamente constante (línea azul interrumpida). En cambio cuando se utilizó I_1 la dinámica a lazo abierto, presentada con la curva negra interrumpida, atenuó la señal de control a alta frecuencia. Lamentablemente, con el controlador digital solo se pudo trabajar con la fuente primaria debido a las limitaciones en la capacidad de cálculo, ver apéndice B. Entonces, es conveniente comparar las curvas obtenidas con ambos controladores conectados a la misma fuente, la Tabla 3.2 muestra el pico de sensibilidad en cada caso.

Las últimas respuestas en frecuencia que se muestran, figura 3.20, pertenecen a la relación de 100 MΩ contra 12,9 kΩ y aquí nuevamente las capacidades parásitas generaron respuestas en frecuencia muy variadas. Cuando se configuró $G_I = -47$ dB con el controlador integral la respuesta del sistema a lazo cerrado resultó muy similar a aquella obtenida a lazo abierto desde la misma bobina de excitación, la cual se muestra en color verde. Esto demostró que el acoplamiento no era lo suficientemente fuerte y por lo tanto se debió utilizar un valor de G_I mayor. De hecho, la configuración estándar para esta relación utiliza $G_I = -29,5$ dB.

Luego se midió la respuesta con el controlador digital diseñado para la ganancia -47 dB obteniendo un resultado similar al integral pero con un pico de sensibilidad igual a 3,4 V/V a 10 kHz, mientras que para el integral ($G_I = -29,5$ dB) resultó ser 10,7 V/V a 4,5 kHz. Esto demostró una importante mejora en la estabilidad y desempeño

del sistema a lazo cerrado, sin embargo en la práctica se encontró que el rango dinámico del controlador digital no era suficiente como para manejar los transitorios de corriente. Se diseñó entonces un segundo controlador para $G_I = -42$ dB con el cual se solucionó el problema anterior y se mejoró el rechazo a distorsiones. Se presenta la simulación para el primer controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ .

Relación	Controlador	$ S(j\omega) _\infty$	$\frac{\omega}{2\pi}$
12,9 k Ω contra 100 Ω	$K_I(s)$ con $G_I = -49,5$ dB	4,9 V/V	3,4 kHz
	$K_I(s)$ con $G_I = -42$ dB	23,0 V/V	4,8 kHz
	$K_\infty(s)$	5,3 V/V	15,3 kHz
1 M Ω contra 12,9 k Ω	$K_I(s)$ con $G_I = -27$ dB	3,5 V/V	2,8 kHz
	$K_\infty(s)$	2,4 V/V	12,0 kHz
100 M Ω contra 12,9 k Ω	$K_I(s)$ con $G_I = -29,5$ dB	10,7 V/V	4,5 kHz
	$K_\infty(s)$ con $G_I = -47$ dB	3,4 V/V	10,0 kHz

Tabla 3.2: Resumen de los valores y de las frecuencias de los picos de $|S(j\omega)|$ para distintas configuraciones y controladores.

3.5.3. Densidad espectral del ruido

Para la comunidad científica que trabaja con dispositivos SQUID la figura de mérito por excelencia es el espectro del ruido a su salida [27, 76], con el cual se puede calcular la sensibilidad de flujo magnético. Esta medición suele ser realizada con el sensor aislado magnéticamente para valorar el funcionamiento propio del dispositivo. En el caso contrario, el espectro medido puede estar falsificado por señales exógenas.

En esta sección se muestra la densidad espectral del ruido del 14-bit CCC para la configuración utilizada para medir la relación 12,9 k Ω contra 100 Ω y la utilizada para la calibración del amplificador ULCA con $R_2 = 100$ Ω . Se debe tener en cuenta que el ruido medido está afectado por la electrónica del sistema, los dispositivos bajo estudio y el ambiente. La fuente de corriente y el detector de tensión fueron diseñados para afectar en la menor medida posible al sensor. El ruido de Johnson-Nyquist de los resistores patrones afecta al ruido total y por tal motivo se omitió el estudio de las relaciones que incluyen los resistores de 100 M Ω y 1 M Ω , en cambio se estudió la calibración del amplificador ULCA porque su ruido equivalente es inferior [42]. En cuanto al ruido ambiental, el laboratorio de trabajo estaba aislado magnéticamente y durante la medición se buscó eliminar posibles fuentes de ruido, por ejemplo, la generación de vibraciones mecánicas. Sin embargo, se debe tener en cuenta la naturaleza aleatoria del ruido y la imposibilidad de eliminarlo completamente. Notar que el ruido de las fuentes nombradas, salvo el originado dentro del sensor, es afectado por la función de transferencia del puente CCC. Por lo tanto, los

3.5. COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

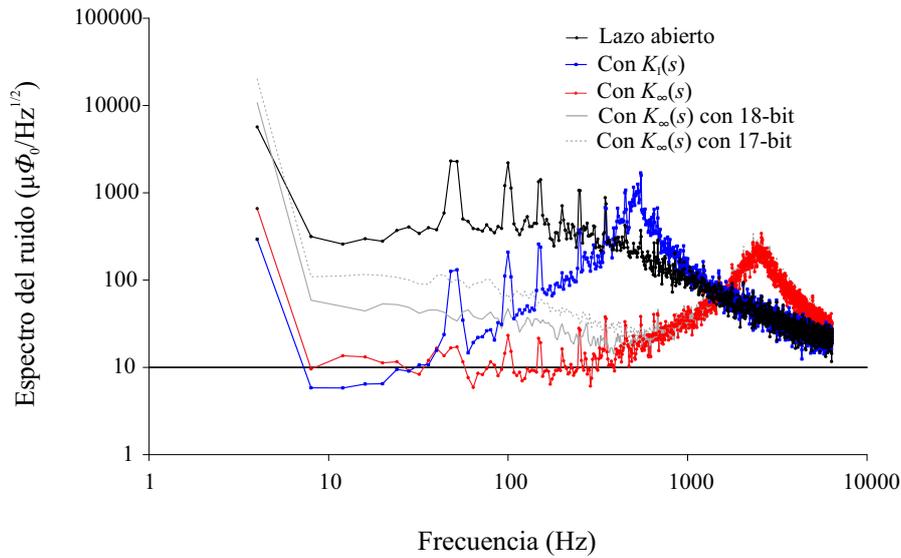


Figura 3.21: Densidad espectral del ruido en el anillo superconductor del SQUID en función de la frecuencia. El sistema estaba preparado para medir un resistor de $12,9 \text{ k}\Omega$ contra otro de 100Ω . Se muestran tres mediciones con $K_\infty(s)$, el diseñado utilizando todos los recursos de la CPLD y otras dos en las cuales se disminuyó intencionalmente el tamaño de palabra en el cálculo de la ecuación de control en 2- y 3-bit. Se presenta también la medición a lazo abierto en la cual el ruido de Johnson-Nyquist domina la curva a baja frecuencia.

resultados obtenidos presentan similitudes con las conclusiones mencionadas en la sección previa.

Las mediciones se realizaron con la salida del SQUID conectada al analizador dinámico Agilent 35670A, configurado en el modo de FFT. Además se seleccionó un ancho de banda de 0 Hz hasta 6,4 kHz, una ventana tipo Hamming y se promedió la FFT de diez o más barridos. El resultado se expresó como $\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, que se refiere al valor eficaz del flujo magnético en el anillo superconductor del SQUID dividido la raíz cuadrada de la frecuencia.

Las mediciones son presentadas en las figuras 3.21 y 3.22. En ambos casos el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ presentó menor densidad de ruido desde 30 Hz hasta 1 kHz y fuera de dicho rango se invirtió la relación. Con el sistema configurado para la medición de la relación del ULCA, se encontró que el controlador analógico alcanzó $1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ a baja frecuencia, mientras que con el digital saturó en $10 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ en ambos casos. Esto mostró nuevamente los efectos de los problemas numéricos en el cálculo de la ecuación del controlador, que pueden ser solucionados si se aumenta la resolución de cálculo. Para comprobar esta conclusión se empeoró intencionalmente la resolución de cálculo al calibrar la relación de resistores y se encontró que el ruido de baja frecuencia aumentó, ver figura 3.21. En el apéndice B se muestran más simulaciones y mediciones que explican

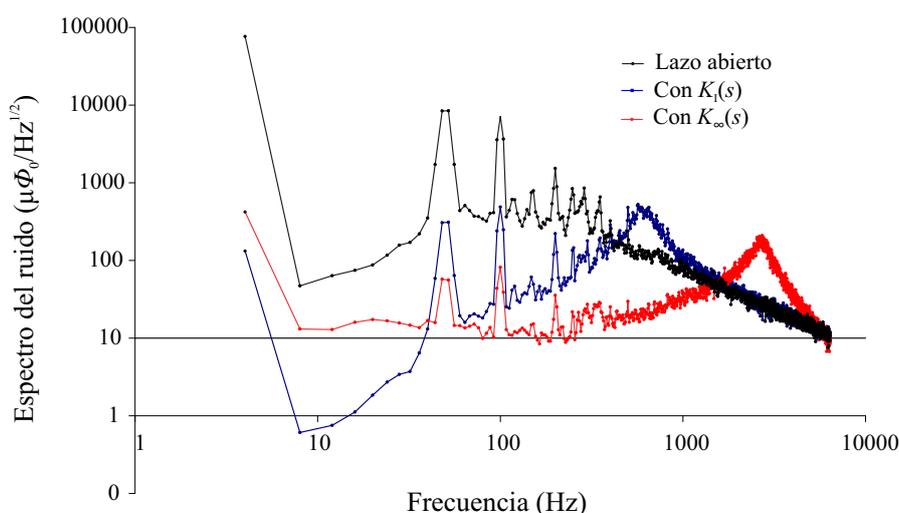


Figura 3.22: Densidad espectral del ruido en el anillo superconductor del SQUID en función de la frecuencia. El puente 14-bit CCC estaba preparado para la calibración del amplificador ULCA. En este caso, el sistema a lazo abierto presentó menor ruido a baja frecuencia que al medir resistores.

este problema. Más allá del inconveniente nombrado, el nuevo controlador redujo el valor eficaz del ruido a la salida del SQUID entre 35 % y 25 %.

3.5.4. Respuestas al escalón y al impulso

Otra forma de analizar el desempeño de los controladores es a través de las respuestas al impulso y al escalón, las cuales brindan información que puede ser relacionada con la estabilidad y el desempeño del sistema a lazo cerrado. El tiempo de establecimiento expresa cuanto tarda el sistema para llegar al estado deseado. El valor de sobre-pico provee la máxima salida para una dada entrada, si el mismo es lo suficientemente grande puede saturar al sensor y por lo tanto está relacionado con la estabilidad a lazo cerrado. Por último, el tiempo de crecimiento presenta una medida del ancho de banda del controlador y de la estabilidad del sistema.

La figura 3.23 presenta el banco de trabajo utilizado. Un tren de pulso o una señal cuadrada fue inyectada al sistema a través de la bobina de excitación. Ambas señales se configuraron con una frecuencia de 22 Hz y con una amplitud de 2 V pico a pico. La tensión en continua para el tren de pulsos fue igual a 1 V mientras que para la onda cuadrada fue 0 V. El osciloscopio se utilizó para medir la tensión de salida del SQUID, la tensión de excitación y la señal de realimentación. El instrumento se configuró para promediar 64 barridos en todos los casos. En esta experiencia se trabajó únicamente con el puente 14-bit CCC configurado para medir la relación 12,9 k Ω contra 100 Ω .

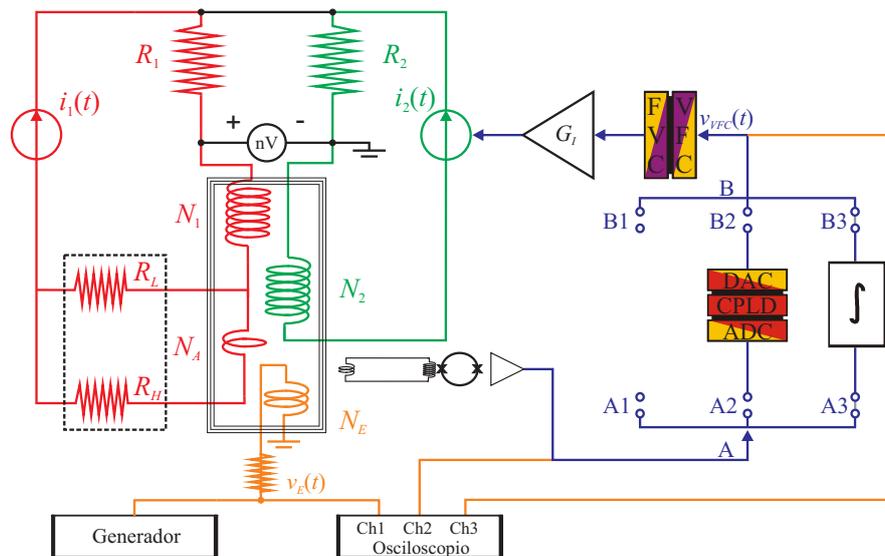


Figura 3.23: Banco de trabajo utilizado para medir la respuesta al escalón o al impulso del sistema 14-bit CCC a lazo cerrado. Se utilizó un generador de funciones para excitar al sistema, y un osciloscopio digital para medir la señal de entrada, la salida del SQUID y la tensión de entrada en los convertidores de tensión-frecuencia.

Se muestran las respuestas medidas en las figuras 3.24(a) y 3.24(b). El nuevo controlador redujo en ambos casos el tiempo de establecimiento y la tensión de sobre-pico, demostrando una mejora en la estabilidad a lazo cerrado y un aumento en el ancho de banda del controlador. Se puede observar este segundo punto al comparar la salida de los dos controladores.

También se pudo comparar la máxima amplitud de la señal de excitación sin perder la estabilidad del sistema. Para esto se incrementó el valor pico en el generador de funciones hasta observar saltos en la salida del SQUID. El controlador K_∞ pudo manejar una onda cuadrada con amplitud hasta 2,75 veces el valor máximo que soportó el integrador. Para el caso del tren de pulsos se mantuvo el comportamiento pero con un margen menor, el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ soportó 1,5 veces más.

3.5.5. Ruido de vibraciones

Las distorsiones que pueden afectar a un comparador criogénico de corriente tienen naturaleza electromagnética o mecánica. La primera fue el tema central en las secciones previas y el estudio se concentra ahora en el ruido a la salida del sensor SQUID que se origina por vibraciones.

Para un puente basado en CCC, las vibraciones modifican la posición de la bobina

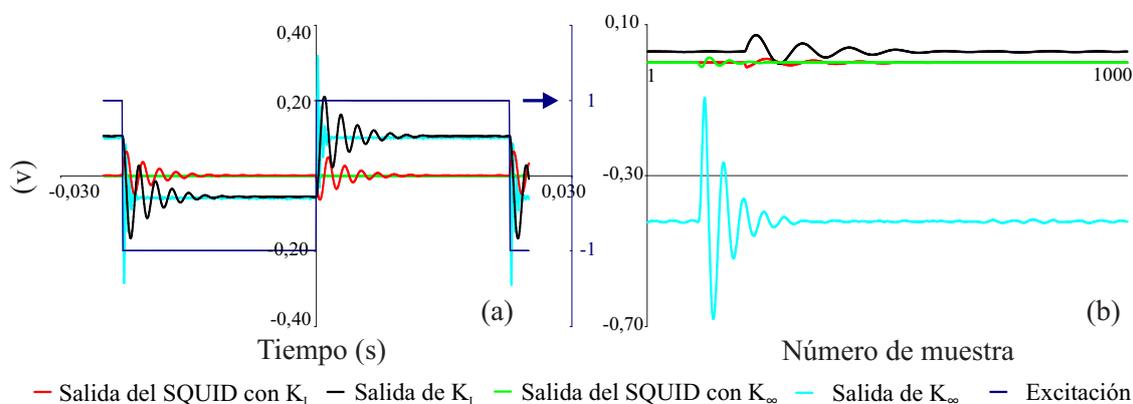


Figura 3.24: Respuesta a entradas (a) cuadradas o (b) impulsivas del puente 14-bit CCC configurado para medir $12,9 \text{ k}\Omega$ contra 100Ω con ambos controladores. Se presenta en el primer caso la señal de excitación en el eje secundario. En ambas situaciones el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ redujo el tiempo de establecimiento. Por tal motivo, la respuesta impulsiva se midió con dos períodos de muestreo distintos, $10 \mu\text{s}$ para el control digital y $20 \mu\text{s}$ para el analógico, y el eje X indica el número de muestra.

de sensado con respecto a los blindajes, generando alteraciones en la lectura del sensor SQUID. Además, cualquier movimiento relativo entre aislante y conductor en un cable da origen a corrientes eléctricas debido al efecto triboeléctrico. Se deben considerar diferentes fuentes de vibraciones, desde las más sencillas como hablar fuerte hasta las más complejas o típicas en laboratorios como las bombas de vacío y los cryocoolers. Este segundo punto es muy interesante para la comunidad y por eso se presenta a continuación un banco de trabajo para estudiar los efectos de vibraciones aplicadas en el extremo caliente de la sonda. En particular, la investigación se enfoca en el desempeño del controlador utilizado para balancear el puente.

El puente 14-bit CCC se configuró para la medición de resistores patrones con valor nominal de $12,9 \text{ k}\Omega$ y 100Ω , bobinas de 4001 y 31 vueltas. Durante todo el experimento los parámetros del sistema se mantuvieron constantes y se alternó entre el control integral y el diseñado con \mathcal{H}_∞ .

Como fuente de excitación se utilizó un vibrador adherido a la cabeza de la sonda del CCC y junto al mismo se colocó un acelerómetro calibrado. Ambos dispositivos se pegaron con cera de abeja, ver la foto 3.25. Nuevamente se utilizó el analizador dinámico para medir distintas respuestas en frecuencias, pero en este experimento la fuente del analizador dinámico se conectó a un amplificador de potencia que maneja al vibrador. La ganancia del mismo no se modificó durante toda la experiencia.

3.5. COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

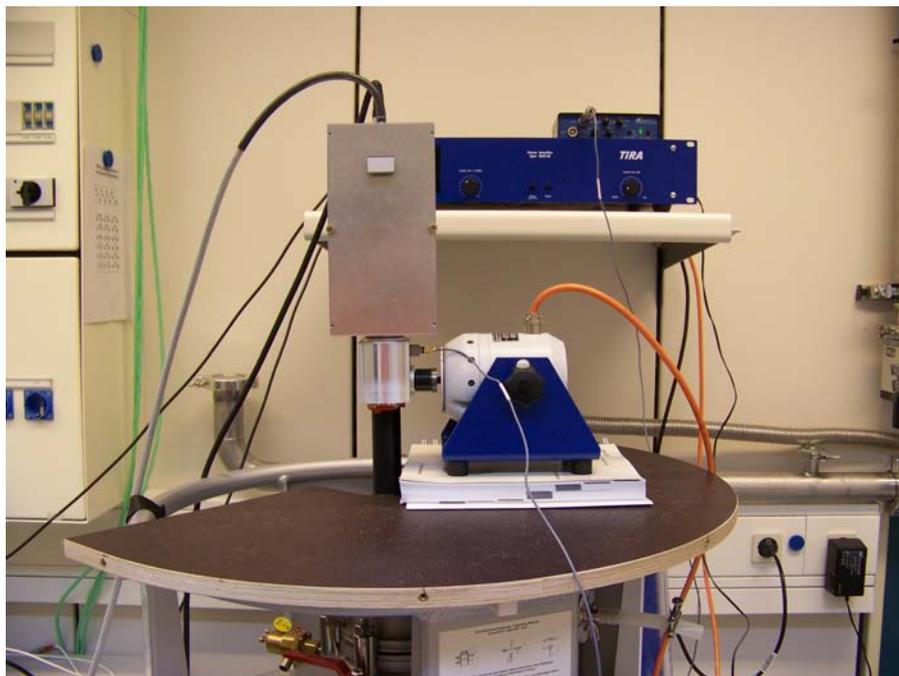


Figura 3.25: Foto tomada al arreglo experimental. Se utilizó un vibrador TIRA TV 51008 y un acelerómetro Drüel & Kjaer 4508002 Delta Tron. El primero se conectó a un amplificador de potencia Tira BAA60 y el segundo a un lector Norsonic Front End, tipo 336.

Para caracterizar la señal de excitación se midió con el analizador dinámico la respuesta en frecuencia desde la tensión aplicada al amplificador hasta la salida del acelerómetro. Se obtuvo una repetibilidad aceptable entre mediciones realizadas al principio, durante y al final del experimento, figura 3.26(a). Sin embargo, al medir con un osciloscopio la respuesta temporal para determinadas frecuencias y excitación senoidal, se encontró una importante distorsión en la lectura del acelerómetro, figura 3.26(b). Esto no es un inconveniente para el propósito planteado pero limita la experiencia a un estudio cualitativo.

Luego, se modificaron las conexiones en el analizador para medir la salida del sensor SQUID con el lazo de control abierto, y cerrado alternadamente con $K_I(s)$ y $K_\infty(s)$, figura 3.27. El nuevo controlador presentó mayor supresión de las distorsiones haciendo al sistema más estable y con mejor desempeño. Esta conclusión fue confirmada mediante otro experimento, el analizador se reemplazó con un generador de funciones para generar la excitación y un osciloscopio digital para visualizar las señales críticas. La amplitud de la salida del generador se modificó de menor a mayor, manteniendo siempre una forma de onda senoidal con frecuencia igual a 100 Hz. El controlador \mathcal{H}_∞ mantuvo una operación estable, sin saltos en el SQUID, hasta con una amplitud de excitación tres veces mayor que el límite obtenido con el controlador integral.

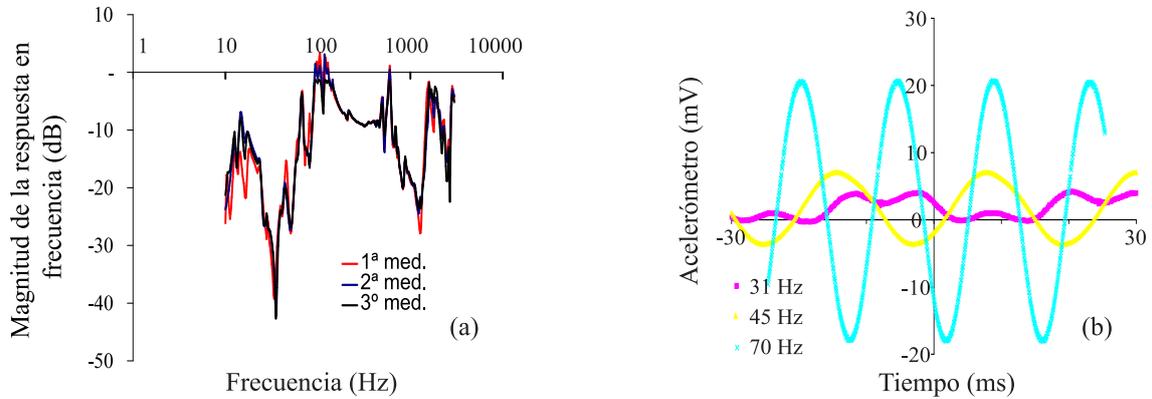


Figura 3.26: (a) Respuesta en frecuencia a la salida del acelerómetro desde la fuente de tensión del analizador dinámico. La mediciones se realizan al principio, durante y al final del experimento. (b) Trazos temporales de la salida del acelerómetro para excitaciones con frecuencias fijas y formas senoidales, 2,88 V corresponde a 10 m/s.

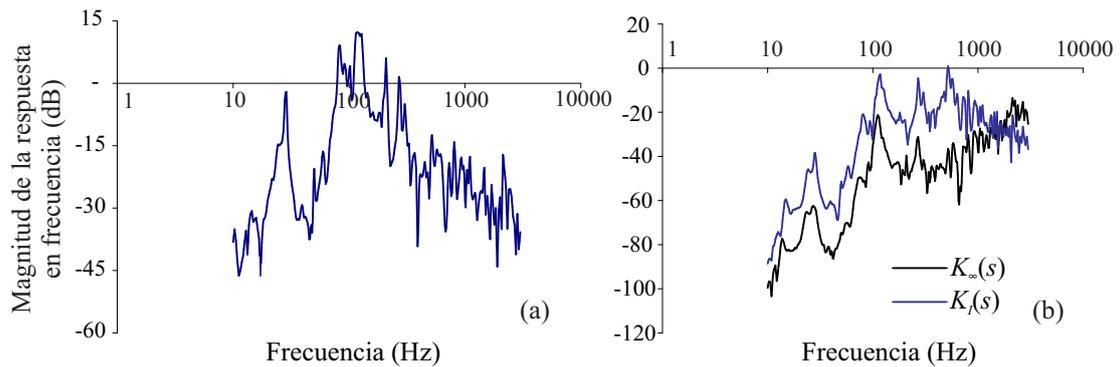


Figura 3.27: Respuesta en frecuencia desde la fuente de tensión del analizador hasta la salida del SQUID (a) a lazo abierto y (b) a lazo cerrado con ambos controladores.

3.5. COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

4. CONCLUSIONES

EN este trabajo se estudió la aplicación de la teoría de control robusto en dos sistemas de medición basados en comparadores criogénicos de corriente, con el objetivo de reducir la incertidumbre de medición y hacer más sencillo su uso. Estos equipos brindaron contextos particulares para este estudio y gracias a las diferencias de forma entre ellos se pueden extender los resultados obtenidos a otros puentes.

El enfoque propuesto permitió estudiar los CCCs como sistemas dinámicos, más allá de que su finalidad son las mediciones en régimen estacionario (corriente continua). Se alcanzó de esta manera una profundidad en la descripción y comprensión del comportamiento de sistemas basados en CCCs que no se había logrado previamente.

El primer sistema CCC estudiado fue diseñado para medir resistores de dos terminales y permitió disminuir las incertidumbres de medición de resistores en el rango de 100 k Ω hasta 1 G Ω en INTI. Se construyó para este puente un modelo basado en su circuito eléctrico equivalente, cuyos parámetros fueron medidos de forma independiente y/o ajustados por medio de un proceso de identificación. Este modelo fue comparado contra mediciones de respuestas temporales a excitaciones con forma de onda cuadrada, impulsiva, etc. Se obtuvo un acuerdo promedio igual a 71 %, con 2/3 de los índices calculados para cada medición por arriba de este valor. Por lo tanto el modelo propuesto, incluyendo las simplificaciones aceptadas, es representativo del sistema.

Luego, se propuso una familia de modelos para describir el comportamiento del sistema y se demostró que todos los datos medidos están incluidos en dicho conjunto. La familia de modelos se utilizó para estudiar el comportamiento dinámico del puente a lazo cerrado y se comparó la respuesta en frecuencia obtenida con el controlador integral y con el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ . La curva simulada para $K_\infty(s)$ mostró menor amplificación de los componentes con frecuencia hasta 5 kHz debido a que el nuevo controlador alcanzó un mayor ancho de banda. Así, se disminuyó hasta 10 veces la amplificación de señales en la bobina primaria, ver figura 2.16. Además, se garantizó teóricamente la estabilidad para toda la familia de modelos. Lamentablemente, el piso de ruido en las mediciones realizadas para modelar el sistema incrementó el peso de incertidumbre, limitando el ancho de banda del controlador y el desempeño a lazo cerrado.

El siguiente puente CCC que se estudió presentó un escenario muy distinto. La elección

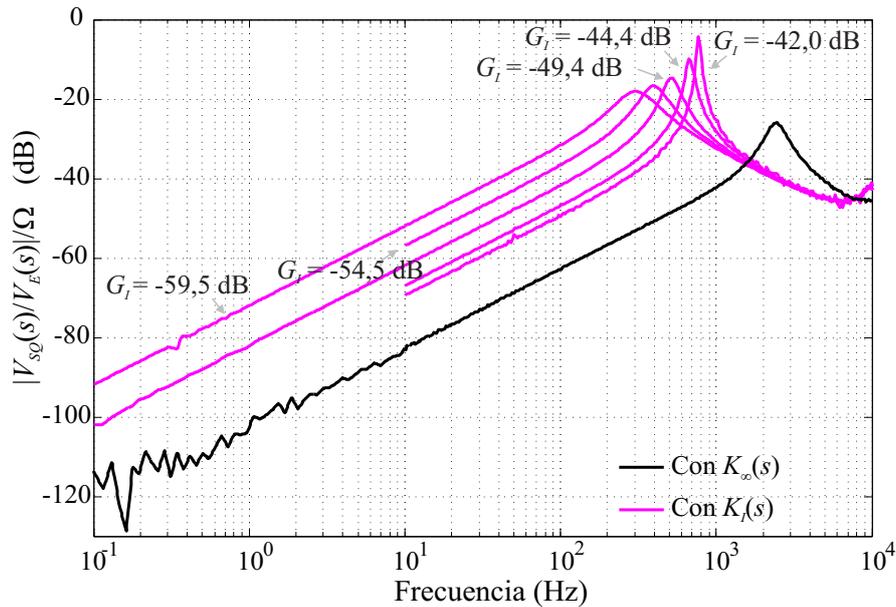


Figura 4.1: Respuesta en frecuencia medidas para el puente CCC de cuatro terminales utilizado en PTB a lazo cerrado con el controlador integral y con el digital. Para el primer caso, la medición se repite con distintas ganancias en el camino de realimentación, G_I . El sistema se encontraba preparado para medir 12,9 k Ω contra 100 Ω .

de las bobinas de trabajo, de los resistores a medir y de la fuente de realimentación modificaba radicalmente la respuesta en frecuencia a lazo abierto. El modelo construido a partir del equivalente eléctrico y con las simplificaciones realizadas fue incapaz de representar dicho comportamiento. Entonces, se identificó y controló por separado cada configuración.

El controlador fue implementado en una unidad de adquisición y procesamiento diseñada específicamente para este fin. Este dispositivo midió la salida del SQUID, calculó en punto fijo la ecuación de control y generó la tensión de realimentación. La primer tarea se realizó con un convertor analógico-digital con 18-bit de resolución (15-bit efectivos) y frecuencia de muestreo cercana a 100 kHz. El cálculo y la comunicación con los convertidores se realizó con una CPLD (de 1270 unidades lógicas) en menos de 9 μ s. Por último, la generación se realizó por medio de un convertor digital-analógico de 20-bit.

Se logró comparar experimentalmente el comportamiento del sistema a lazo cerrado con el nuevo controlador y el convencional para cada configuración estudiada. A partir de los datos obtenidos, se demostró que el controlador robusto mejoró la estabilidad, el rechazo a distorsiones y redujo el ruido efectivo en la entrada del sensor SQUID. Esto se puede observar claramente en la figura 3.18, la cual se repite en 4.1. Se muestran cinco mediciones para el controlador integral con distintos valores de la ganancia del lazo de

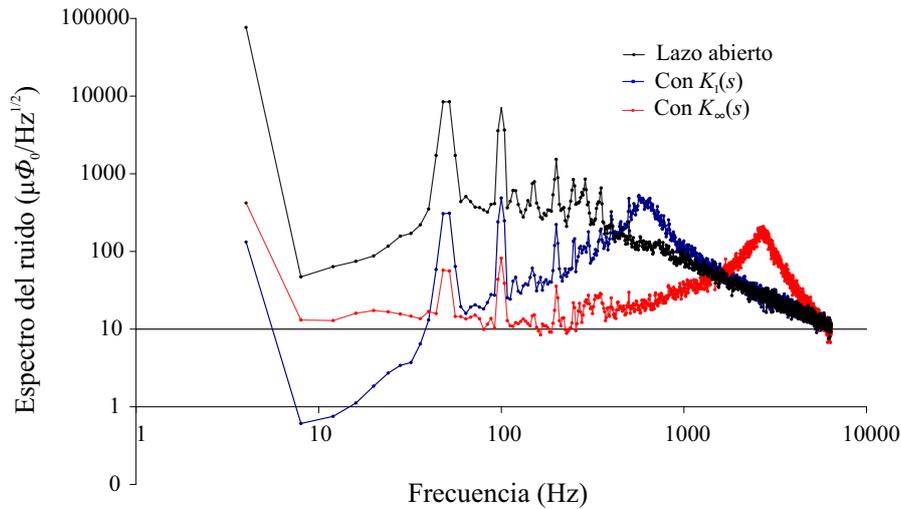


Figura 4.2: Densidad espectral del ruido de flujo magnético en el anillo superconductor del SQUID en función de la frecuencia. El puente 14-bit CCC estaba preparado para la calibración del amplificador ULCA. En este caso, el sistema a lazo abierto presentó menor ruido a baja frecuencia que al medir resistores. Esta imagen se presenta en la sección 3.5.

control (G_I) que afectó proporcionalmente al pico de la función de transferencia. También se intentó con una ganancia mayor pero el puente perdía el balance, lo que demostró la limitación impuesta al controlador integral por la resonancia del CCC. En cambio el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ presentó una mayor ganancia y ancho de banda, logrando atenuar diez veces más el rango de frecuencia desde 0,01 Hz hasta 700 Hz. El ancho de banda de $K_\infty(s)$ puede ser incrementado aun más si se superan dos límites, por un lado el enlace óptico utilizado para inyectar la señal de control al puente 14-bit CCC posee una frecuencia máxima igual a 10 kHz, y por el otro la unidad de procesamiento introduce un retardo entre la medición y la acción.

Más allá de las ventajas encontradas, las incertidumbres tipo A de las mediciones realizadas con el nuevo controlador se mantuvieron iguales o empeoraron, el caso más notorio se dio en la calibración del amplificador ULCA, figura 3.15(d). Esto demostró una deficiencia en la cancelación de flujo magnético a la frecuencia de medición, lo que se puede observar claramente en las mediciones de la densidad espectral del ruido en el SQUID, figura 4.2. Se comprobó que este efecto se debe a errores numéricos originados en el cálculo de la fuerza de control y que se pueden obtener mejores resultados aumentando el tamaño de la palabra binaria utilizada en la unidad de procesamiento, figura B.4.

Casi todas las limitaciones nombradas dependen de la unidad de procesamiento. Entonces, es necesario un dispositivo lógico moderno y con mayor cantidad de recursos lógicos para implementar algoritmos más complejos. Esto permitiría trabajar con una resolución

4. CONCLUSIONES

de cálculo superior, implementar mejores algoritmos de redondeo y de escalamiento, y utilizar menor cantidad de ciclos de reloj para resolver la ecuación en diferencias, reduciendo así el retardo en el controlador. Se espera de esta manera reducir el piso de ruido a baja frecuencia y aumentar el ancho de banda del controlador.

A. ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

SE resume a continuación las abreviaturas y los símbolos utilizados en la presente tesis. La tabla A.1 muestra todas las abreviaturas. La tabla siguiente, A.2, presenta algunos símbolos que son encontrados a través de todo el trabajo y que son propios del problema de control, otros que pertenecen en particular al capítulo 2 o al 3 se agrupan en las tablas A.3 y A.4, respectivamente.

Tabla A.1: Abreviaturas utilizadas.

Iniciales	Descripción
ADC	Analog to digital converter
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures
CCC	Cryogenic current comparator
CENAM	Centro Nacional de Metrología
CPLD	Complex programmable logic device
DAC	Digital to analog converter
DCC	Direct current comparator
FFT	Fast Fourier transform
FLL	Flux locked loop
FVC	Frequency to voltage converter
HRCCC	High resistance cryogenic current comparator
INTI	Instituto Nacional de Tecnología Industrial
LNE	Laboratoire national de métrologie et d'essais
NIST	National Institute of Standards and Technology
NMIA	National Measurement Institute of Australia
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
QHE	Quantum Hall effect
QHR	Quantum Hall resistance
RCSJ	Resistively- and capacitively-shunted junction
SET	Single electron tunneling
SI	Système international d'unitès
SOS	Second order section
SQUID	Superconducting quantum interference device
ULCA	Ultrastable low-noise current amplifier
VFC	Voltage to frequency converter
14-bit CCC	Cryogenic current comparator of PTB

Tabla A.2: Variables del problema de control dependientes de la frecuencia compleja $s = \sigma + j\omega$, también se pueden encontrar expresadas en el espacio del tiempo con letras minúsculas.

Símbolo	Descripción
$D(s)$	Entrada de distorsión
\mathcal{G}	Conjunto de modelos del sistema
$G_0(s)$	Modelo nominal de \mathcal{G}
$G(s)$	Modelo incluido en \mathcal{G}
$K(s)$	Modelo del controlador
$K_I(s)$	Controlador integral
$K_\infty(s)$	Controlador diseñado con \mathcal{H}_∞
q	Variable de tiempo discreta
$S(s) = \frac{1}{1+G(s)K(s)}$	Sensibilidad a lazo cerrado
\mathcal{S}	Conjunto de sensibilidades a lazo cerrado
$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)K(s)}$	Transferencia a lazo cerrado
\mathcal{T}	Conjunto de transferencias a lazo cerrado
T_s	Período de muestreo
t_q	Instante de muestreo
$U_F(s)$	Señal de realimentación al sistema
$U_R(s)$	Señal de entrada al sistema
$W_\Delta(s)$	Peso de incertidumbre dinámica
$W_D(s)$	Peso de desempeño
$Y(s)$	Salida del sistema
Δ	Incertidumbre dinámica

Tabla A.3: Símbolos utilizados en el capítulo 2. Las variables se expresan en el espacio de Laplace pero también se pueden encontrar expresadas en el espacio del tiempo con letras minúsculas.

Símbolo	Descripción (unidad)
C_1	Capacidad de la bobina primaria (F)
G_{CCC}	Amplificación del CCC (Φ_0/AT)
$I_i(s)$	Corriente equivalente de la fuente $i = 1, 2, F$ (A)
$I_{screen}(s)$	Corriente superconductor del blindaje interno (A)
$I_{L_1}(s)$	Corriente efectiva en la bobina primaria (A)
k_{SQ}	Sensibilidad de flujo magnético del SQUID (V/Φ_0)
L_i	Inductancia de la bobina $i = 1, 2, F$ (H)
M_{1i}	Inductancia mutua entre la bobina primaria y la bobina $i = 2, F$ (H)
N_i	Número de vueltas de la bobina $i = 1, 2, F$
p_{SQ}	Frecuencia de corte del SQUID (rad/s)
R_i	Resistor conectado a la bobina $i = 1, 2, F$ (Ω)
R_{W_i}	Resistencia del cable de la bobina $i = 1, 2$ (Ω)
$T_{L_i}(s)$	Función de transferencia $I_i(s) \rightarrow I_{L_1}(s)$ con $i = 1, 2, F$ (A/A)
$T_{SQ}(s)$	Función de transferencia del SQUID (V/Φ_0)
$V(s)$	Fuente de tensión (V)
$V_{SQ}(s)$	Salida del SQUID (V)
$V_{C_1}(s)$	Tensión sobre C_1 (V)
$V_{L_1}(s)$	Tensión sobre L_1 (V)
$\Phi_I(s)$	Flujo magnético de entrada (AT)
$\Phi_F(s)$	Flujo magnético de realimentación (AT)
$\Phi_{SQ}(s)$	Flujo magnético en la entrada del SQUID (Φ_0)

Tabla A.4: Símbolos utilizados en el capítulo 3. Las variables se expresan en el espacio de Laplace pero también se pueden encontrar expresadas en el espacio del tiempo con letras minúsculas.

Símbolo	Descripción (unidad)
C_1	Capacidad de la bobina primaria (F)
C_D	Capacitor de la red de atenuación (F)
G_{CCC}	Amplificación del CCC (Φ_0/AT)
G_I	Ganancia del atenuador de realimentación (V/V)
$I_i(s)$	Corriente de la fuente $i = 1, 2$ (A)
$I_i(s)$	Corriente en la red de atenuación y en $C_1, i = D, C_1$ (A)
$I_{L_1}(s)$	Corriente efectiva en la bobina primaria (A)
$I_{screen}(s)$	Corriente superconductor del blindaje interno (A)
k_{SQ}	Sensibilidad de flujo magnético del SQUID (V/ Φ_0)
L_i	Inductancia de la bobina $i = 1, 2, A$ (H)
M_{12}	Inductancia mutua entre la bobina primaria y la secundaria (H)
N_i	Número de vueltas de la bobina $i = 1, 2, A$
N_E	Número de vueltas de la bobina de excitación
N_4	Número de vueltas de la bobina conectada a la salida del ULCA
R_i	Resistor conectado a la bobina $i = 1, 2$ (Ω)
R_D	Resistor de la red de atenuación (Ω)
R_i	Resistencia equivalente de la red de compensación con $i = L, H$ (Ω)
RNG	Rango de la fuente de corriente (A)
$T_{L_i}(s)$	Función de transferencia $I_i(s) \rightarrow I_{L_1}(s)$ con $i = 1, 2$ (A/A)
$T_{SQ}(s)$	Función de transferencia del SQUID (V/ Φ_0)
$V_D(s)$	Lectura de tensión en el nanovoltímetro (V)
$V_{SQ}(s)$	Salida del SQUID (V)
$V_{FVC}(s)$	Tensión a la salida del convertor de frecuencia a tensión (V)
$V_{VFC}(s)$	Tensión a la entrada del convertor de tensión a frecuencia (V)
$V_E(s)$	Tensión de excitación (V)
$V_{L_1}(s)$	Tensión sobre L_1 (V)
$\Phi_i(s)$	Flujo magnético provocado por la fuente de corriente $i = 1, 2$ (AT)
$\Phi_{SQ}(s)$	Flujo magnético en la entrada del SQUID (Φ_0)

A. ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

B. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR

EN este apéndice se presenta el diseño de la unidad de control, sección B.1. En la siguiente sección, B.2, se profundiza en el cálculo de la ecuación del controlador, para luego informar en B.3 distintos resultados que demuestran las limitaciones numéricas del algoritmo.

B.1. Unidad controladora

Se diseñó y construyó una unidad controladora para medir la señal de salida del sensor SQUID, resolver la ecuación de control y generar una tensión de realimentación. Cada una de estas tareas se implementó en forma separada y en el primer caso, se utilizó un conversor analógico-digital de aproximaciones sucesivas, modelo ADS8881 de Texas Instruments. Este dispositivo fue seleccionado por sus características dinámicas y de exactitud, resolución de 18-bit, frecuencia de muestreo de 1 MHz y tiempo de adquisición y conversión menor a 1 μ s. El conversor se implementó en una placa que cumple el estándar Eurocard, en la cual se incluye referencias de tensión, protecciones en las entradas de alimentación y de señal, aisladores en la comunicación digital y un circuito pre-amplificador de entrada. Dicha etapa adapta los niveles de tensión de salida del SQUID a los requeridos por el ADS8881, se diseñó con ganancia de 7 V/V y salida *true-differential*. Posee un único rango igual a $\pm 0,7$ V, que permite medir la tensión de salida de los sensores SQUID que se encuentran en el mercado, como aquellos comercializados por Magnicon, Quantum Design y Star Cryoelectronics. Además, se incluyó un filtro pasa-bajos, con frecuencia de corte en 15 kHz y 20 dB/dec, para reducir el ruido de entrada.

Como unidad de procesamiento se utilizó una placa de evaluación del dispositivo lógico programable Altera MAX II, modelo EPM1270F256C5. Éste se programó con lenguaje Verilog y en el entorno Quartus para realizar las tres tareas mencionadas previamente de forma secuencial y periódica. Primero la CPLD se comunica con el ADC para leer la última muestra, luego calcula el siguiente valor de la fuerza de control y finalmente realiza la acción por medio del DAC. La comunicación con ambos conversores se mantiene por medio de la interfase serie *serial peripheral interface* y con ancho de bits igual a 60, 61 ns para el ADC y 121, 21 ns para el DAC, que se generan para cada dispositivo a partir del

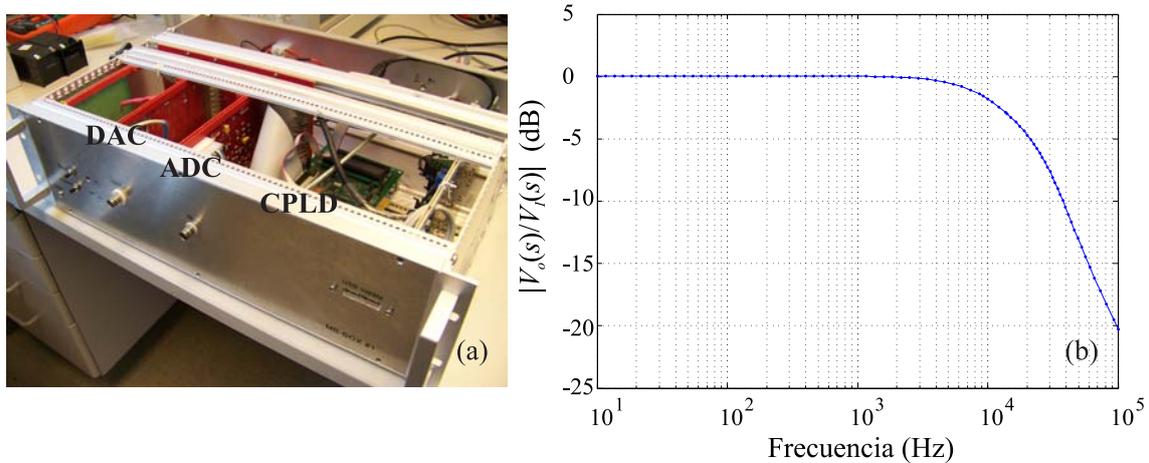


Figura B.1: (a) Foto del controlador, se pueden observar las placas del DAC, ADC y CPLD conectadas al panel trasero. (b) Respuesta en frecuencia desde la entrada al ADC $V_I(s)$ hasta la salida del DAC $V_O(s)$. En este caso, la CPLD fue configurada para multiplicar el valor medido por la inversa de la ganancia del amplificador de entrada.

oscilador maestro de la placa de evaluación, cuyo valor es 66 MHz. En el primer caso, se deben leer 18-bit resultando un tiempo total de comunicación igual a 1 μ s. Por otro lado, se deben enviar al DAC 24-bit que incluyen el dato y la configuración, obteniendo un tiempo de comunicación igual a 3 μ s.

Para la conversión digital a analógica se utilizó el AD5791 de Analog Devices, el cual se basa en una red R-2R y logra 20-bit de resolución, 1 μ V/V de exactitud y 50 V/s de *slew rate*. Su circuito se diseñó también bajo norma Eurocard y con las funcionalidades explicadas previamente para el ADC, pero se incluyó a su salida un filtro de tercer orden con frecuencia de corte en 100 kHz.

El sistema se integró en un gabinete Eurocard como muestra la foto B.1(a), utilizando un panel trasero diseñado bajo la misma reglamentación que sirvió como medio físico de comunicación. El controlador se alimentó a partir de dos fuentes de tensión que se conectaron a las mismas baterías de 12 V. Una de ellas se utilizó para alimentar la parte analógica del circuito del DAC siguiendo las recomendaciones del fabricante, mientras que la otra fuente alimentó los circuitos de comunicación, la placa del ADC y de la CPLD. También fue posible alimentar la CPLD desde otra fuente, por ejemplo una PC. Sin alimentación externa, el sistema mantuvo una autonomía de 14 h siendo el consumo de la parte digital aproximadamente 0,5 A.

Se incluyeron en el gabinete dos conectores BNC para la salida y entrada de la unidad de control, que se conectaron al puente CCC del PTB utilizando dos cajas de conexión de la electrónica del SQUID. Una de ellas proveyó la tensión del sensor, mientras que la otra

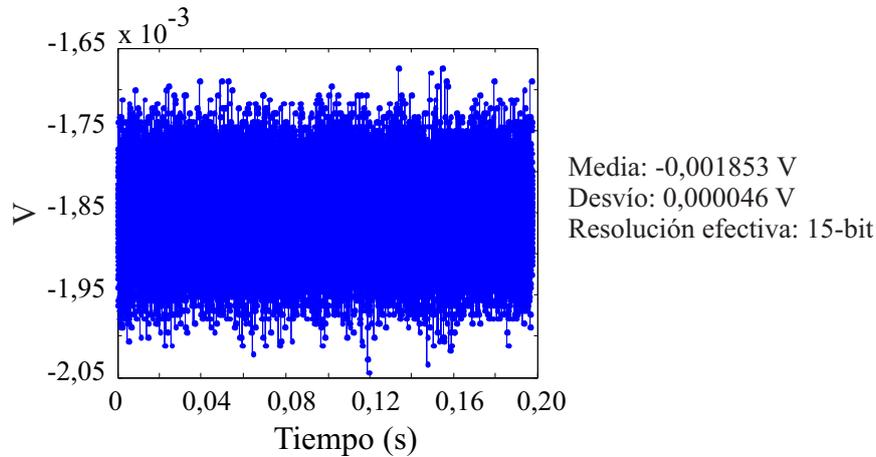


Figura B.2: Barrido de 40000 muestras realizado con frecuencia de muestreo igual a 200 kHz y con el DAC configurado en 0 V.

convirtió la tensión de realimentación generada por el DAC a frecuencia y fue el punto de entrada del enlace óptico.

Una vez construido el sistema se midieron dos parámetros fundamentales para verificar su funcionamiento. En primer lugar se utilizó el analizador dinámico para determinar la frecuencia de corte de la unidad, la CPLD se configuró para multiplicar cada lectura del ADC por la inversa de la ganancia del amplificador de entrada, y se midió la respuesta en frecuencia desde la entrada del ADC hasta la salida del DAC. Se muestra un ejemplo en la figura B.1(b) donde la frecuencia de corte es 14,1 kHz (5 %).

Luego se evaluó la cantidad de bits efectivos, para lo cual se generó una tensión continua con el DAC, se tomó una ráfaga de 40000 muestras con el ADC y se transmitió a una computadora para su análisis. Todas estas tareas se programaron en la CPLD, incluyendo el manejo de una memoria SRAM para guardar los datos medidos y la comunicación vía el puerto USB. La figura B.2 muestra los resultados con el DAC configurado en 0 V y una frecuencia de muestreo igual a 200 kHz. Se informa también el valor promedio y el desvío estándar, a partir del cual se obtiene la resolución efectiva, $\log_2(2 \cdot 0,7 \text{ V}/46 \mu\text{V}) = 15\text{-bit}$. También se puede calcular el mínimo cambio de flujo magnético en el CCC que se puede detectar sin ruido $\frac{0,7 \text{ V}}{2^{14}} / (0,2 \text{ V}/\Phi_0) \cdot 11,1 \mu\text{AT}/\Phi_0 = 2,4 \text{ nAT}$. El valor medio obtenido es coherente con las especificaciones de los componentes utilizados en la etapa de entrada del ADC y de ser necesario se puede sustraer este valor a la lectura.

B.2. Implementación de la ecuación de control

El algoritmo de diseño utilizado en este trabajo generó una ecuación de control en tiempo continuo y representada en el espacio de Laplace. Sus coeficientes fueron expresados en punto flotante, con 52 bit para la mantisa, 11 para el exponente y 1 para el signo. La misma debió ser implementada en la CPLD como una ecuación en tiempo discreto, y los coeficientes y valores fueron expresados según el tamaño de la palabra binaria y la resolución de los conversores.

El cambio de representación, de punto flotante a punto fijo, puede producir errores de redondeo y errores sistemáticos en la medición de resistores. Además la conversión a binario de los coeficientes del controlador puede generar el corrimiento de los polos a lazo cerrado y así provocar la inestabilidad del sistema [77]. Primero analizaremos los pasos para transformar e implementar la ecuación continua y luego se estudiará el cálculo con resolución finita.

B.2.1. Discretización de la ecuación de control

La conversión de la ecuación en tiempo continuo a discreto se realizó por medio del método de retenedor de orden cero. La variable de Laplace se aproxima con $s = (z - 1) / T_s$, siendo z la variable de la transformada Z y $T_s = 9,8 \mu s$ el período de muestreo utilizado. Se obtuvo de esta manera una representación de la ecuación del controlador en tiempo discreto y en el espacio de frecuencia con la forma

$$H(z) = \frac{U_F(z)}{Y(z)} = \frac{b_0 z^{m_b} + b_1 z^{m_b-1} + \dots + b_{m_b}}{a_0 z^{m_a} + a_1 z^{m_a-1} + \dots + a_{m_a}}, \quad (B.1)$$

donde $U_F(z)$ es la salida del controlador, $Y(z)$ es la entrada y sus coeficientes son a_i y b_j , con $i = 0, 1, \dots, m_a$ y $j = 0, 1, \dots, m_b$. Esta ecuación se puede expresar también en el dominio del tiempo como una ecuación en diferencias. Para esto se debe despejar la salida del controlador en el instante t_q , $u_F(t_q)$ con $t_q = qT_s$ y siendo q un número entero. Se asume que $m_a \geq m_b$ y se reemplaza $Y(z)z^{m_b-j-m_a}$ con $y(t_{q+(m_b-j-m_a)})$ y $U_F(z)z^{m_a-i-m_a}$ con $u_F(t_{q-i})$. Aquí se utilizó la propiedad de desplazamiento temporal de la transformada Z, $y(t_{q-j}) = Y(z)z^{-j}$.

$$u_F(t_q) = \sum_{j=0}^{m_b} \frac{b_j}{a_0} y(t_{q+(m_b-j-m_a)}) - \sum_{i=1}^{m_a} \frac{a_i}{a_0} u_F(t_{q-i}). \quad (B.2)$$

Esta segunda ecuación se debe implementar en la CPLD e involucra $m_a + m_b$ multiplicaciones y $m_a + m_b - 1$ sumas.

B.2.2. Representación en punto fijo

La conversión a binario de los coeficientes del controlador puede modificar la respuesta en frecuencia que se intenta implementar debido al proceso de corte o redondeo, esto sucede principalmente cuando se trabaja con ecuaciones complejas. Además se debe tener en cuenta que al sumar dos números binarios suficientemente grandes (negativos o positivos) se puede obtener un resultado que no encaja en la representación original. En tal caso se debería incluir un bit más para representar dicho valor o utilizar un algoritmo de escalamiento. Por otro lado, cuando se multiplican dos números en punto fijo el resultado tiene dos veces la cantidad de bits original, entonces se debe incrementar el tamaño de la palabra para aceptar este resultado o ajustarlo para encajar en un dado tamaño.

En este trabajo, los coeficientes del controlador, y los valores de $u_F(t_q)$ e $y(t_q)$ son representados con complemento a 2 de $N = 20$ -bit, con $N - 1$ bit destinados a la parte fraccional y uno para el signo. Esto quiere decir que se pueden representar valores entre ± 1 con una precisión de $1,9 \times 10^{-6}$. El resultado de la multiplicación entre ellos se representa con 40-bit y las sumas siguientes se realizarán con el mismo tamaño pero sin implementar algoritmos de saturación y escalamiento. Esto es posible porque los conversores ADC y DAC poseen representación en complemento a 2 e iguales valores límites. Además, se busca estabilizar la salida del sistema en torno a 0 V, entonces los valores medidos son pequeños y también las operaciones aritméticas, salvo ante la presencia de grandes distorsiones.

Al terminar el cálculo, se debe redondear el resultado a la resolución del DAC. Este procedimiento puede incrementar el piso de ruido o peor aún producir un error sistemático en la medición de resistores, lo cual se pudo estudiar mediante simulaciones. Se debe tener en cuenta que el valor redondeado de la señal de realimentación es utilizado en los cálculos siguientes, por lo tanto los efectos de los redondeos individuales se acumulan a través de las consecutivas iteraciones.

Para disminuir los errores producidos al convertir a binario se implementó un algoritmo de escalamiento para ajustar los coeficientes a la representación. Algunos pueden estar fuera de los límites, en tal caso deberán ser divididos por un coeficiente múltiplo de 2 para luego, en tiempo de ejecución, multiplicar el resultado de la multiplicación por el mismo coeficiente. Del mismo modo, pero en sentido reverso, se pueden escalar los coeficientes que originalmente tengan ceros en sus bits más significativos para aprovechar la resolución

de cálculo disponible. La implementación de multiplicaciones o divisiones por coeficientes múltiplos de 2 se realizan en la CPLD mediante los comandos de desplazamiento hacia la izquierda o derecha respectivamente, que se implementan con pocos recursos. En el caso del presente trabajo, la limitación en la cantidad de unidades lógicas impidió utilizar un coeficiente de escalamiento para cada caso. Se utilizaron únicamente dos, uno para multiplicar y otro para dividir.

Por ejemplo, si un coeficiente del controlador es 0,01 su representación en punto fijo y 20-bit resulta ser 00000001010001111011. El primer cero a la izquierda es el bit de signo y luego se utilizan 6 bits en 0. Es posible entonces correr hacia la izquierda 6 veces el bit más significativo, que equivale a multiplicar por 2^6 . Entonces, después de multiplicar al coeficiente por el valor correspondiente de la entrada o salida, se debe dividir el resultado por el mismo valor.

B.2.3. Cálculo de la ecuación en diferencias

La ecuación del controlador puede implementarse en forma directa copiando la ecuación (B.2) en lenguaje Verilog. En ese caso todas las multiplicaciones y sumas se realizarían al mismo tiempo, con recursos reservados para cada operación. Lamentablemente esta sencilla implementación tiene dos serias limitaciones, la cantidad de recursos lógicos en el dispositivo es limitada y la aritmética propuesta puede generar errores numéricos. El dispositivo utilizado posee 1270 unidades lógicas y para implementar un único multiplicador de 20-bit se reservan casi 500 unidades, lo cual imposibilita resolver la ecuación directamente. En cambio, es posible aprovechar la alta velocidad del dispositivo y utilizar la misma lógica dedicada a esta operación para realizar todas las multiplicaciones a expensas de un tiempo de cálculo mayor. Se obtiene un programa secuencial donde se realiza en un ciclo de reloj una multiplicación, cuyo resultado se acumula en una variable. En un ciclo posterior se realiza otra multiplicación que se suma a la anterior y se continua con todos los coeficientes. Al terminar se tiene un nuevo valor para la fuerza de control, se borra el acumulador y se queda en espera hasta tener un nuevo valor de entrada.

La estructura utilizada en este trabajo para reducir errores numéricos se denomina *second order section* (SOS). Una primer ventaja es que los coeficientes del controlador en la estructura SOS poseen valores entre +2 y -2, reduciendo apreciablemente los problemas de escalamiento comparado con la implementación en directa. Además, existen herramientas de diseño para ordenar las secciones y escalar los coeficientes de manera de minimizar la saturación y maximizar la relación señal-ruido [77]. La estructura se compone de varias

secciones o ecuaciones de segundo orden conectadas en serie,

$$H(z) = \frac{U_F(z)}{Y(z)} = \prod_{i=1}^{N_{SOS}} \frac{b_{i0} + b_{i1}z^{-1} + b_{i2}z^{-2}}{a_{i0} + a_{i1}z^{-1} + a_{i2}z^{-2}}. \quad (\text{B.3})$$

Cada sección se implementa con una ecuación discreta de orden dos con la forma $u_{F_i}(n) = -\frac{a_{i1}}{a_{i0}}u_{F_i}(n-1) - \frac{a_{i2}}{a_{i0}}u_{F_i}(n-2) + \frac{b_{i0}}{a_{i0}}y_i(n) + \frac{b_{i1}}{a_{i0}}y_i(n-1) + \frac{b_{i2}}{a_{i0}}y_i(n-2)$. Por ejemplo, para la sección i resulta,

- Ciclo 1: Acumulador = 0;
- Ciclo 2: Acumulador = Acumulador $-\frac{a_{i1}}{a_{i0}}u_{F_i}(n-1)$;
- Ciclo 3: Acumulador = Acumulador $-\frac{a_{i2}}{a_{i0}}u_{F_i}(n-2)$;
- Ciclo 4: Acumulador = Acumulador $+\frac{b_{i0}}{a_{i0}}y_i(n)$;
- Ciclo 5: Acumulador = Acumulador $+\frac{b_{i1}}{a_{i0}}y_i(n-1)$;
- Ciclo 6: Acumulador = Acumulador $+\frac{b_{i2}}{a_{i0}}y_i(n-2)$;
- Ciclo 7: Generar salida para la siguiente etapa.

Luego, se debe resolver la siguiente sección de la misma forma, siendo su entrada la salida de la precedente.

Se programó un algoritmo con una estructura de dos secciones que fue suficiente para implementar controladores de hasta orden 4. El retardo total, entre medición y generación, con este algoritmo resultó ser aproximadamente 9 μs , que permitió una frecuencia de muestreo máxima igual a 111 kHz.

B.3. Verificación del controlador

Después de realizar las transformaciones de espacios y representación del controlador se debe comprobar que la respuesta en frecuencia deseada se mantiene. En un primer paso se puede simular el controlador en tiempo continuo, y en tiempo discreto con los coeficientes en punto flotante o en punto fijo, figura B.3. También es posible comparar los coeficientes del controlador discreto y del implementado en SOS. Para lo cual se construyó un vector con los coeficientes de cada controlador y se calculó la norma cuadrática de la diferencia entre ellos, dividido la norma del vector correspondiente al control discreto. En el presente caso se obtuvieron valores relativos menores a 2×10^{-16} .

B.3. VERIFICACIÓN DEL CONTROLADOR

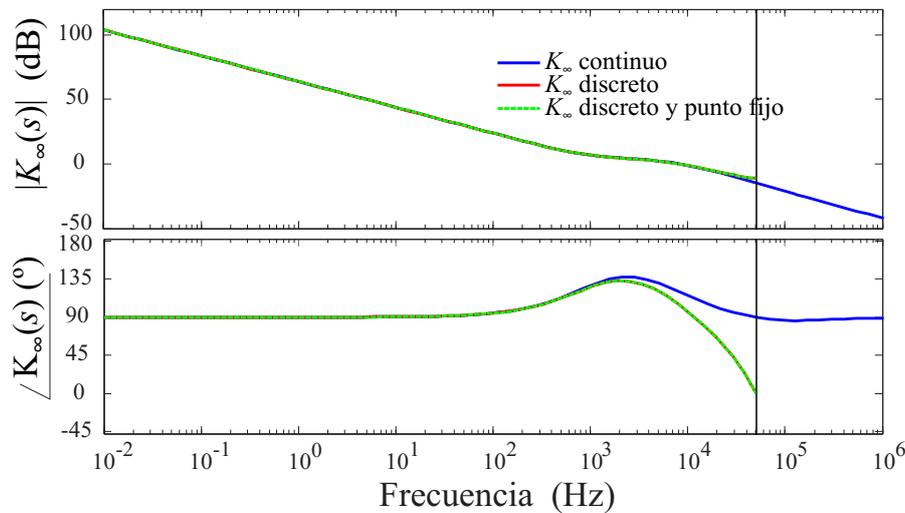


Figura B.3: Simulación de la respuesta en frecuencia del controlador en tiempo continuo, y en tiempo discreto en punto fijo y en punto flotante.

El programa de simulación calcula la respuesta en frecuencia siempre en punto flotante y máxima precisión, aún si los coeficientes se definen con formato de punto fijo. Una mejor prueba es reproducir el algoritmo programado en la CPLD para el controlador $K_{\infty}(s)$ teniendo en cuenta la aritmética binaria utilizada. Esto se puede realizar a lazo abierto o a lazo cerrado, pero en el primer caso satura rápidamente y por lo tanto se omite en este documento.

Se utilizó un algoritmo iterativo que resolvió cada cuenta según lo explicado en la sección previa y en punto fijo. En cada repetición se simuló en tiempo continuo la respuesta del puente CCC a un escalón de corriente sumada a la corriente de realimentación. Esta segunda se calculó teniendo en cuenta el retardo en el controlador y la resolución del DAC. La salida simulada del SQUID fue la entrada al controlador en la siguiente iteración y debió ser convertida a tiempo discreto según la representación del ADC e incluyendo el piso de ruido determinado previamente.

Los resultados se muestran en la figura B.4, en el primer caso (a) se presenta la simulación de la respuesta a un escalón de 1 V con el sistema a lazo cerrado simulado en tiempo continuo, y discreto en punto flotante y en punto fijo con 20-bit. Para los datos obtenidos en el último caso se determinó el valor medio y la desviación estándar de la salida del SQUID en régimen estacionario. También se presenta, B.4(b), una ampliación hasta 1 ms de las mismas curvas con el objetivo de observar sus diferencias. Por último, se repite la simulación para un controlador diseñado con 30-bit de palabra, figura B.4(c), el desvío estándar y la media disminuyeron apreciablemente comparado con la simulación anterior. Esto demuestra la dependencia entre tamaño de palabra de cálculo y el error de

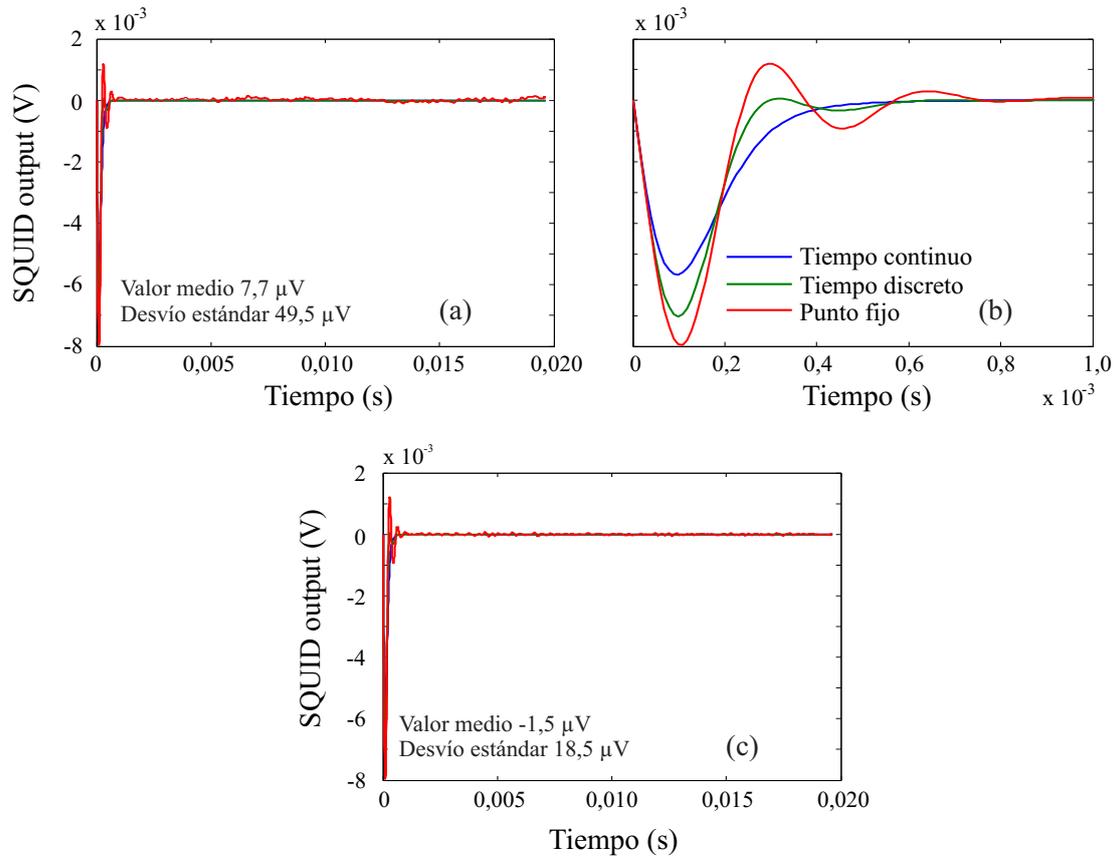


Figura B.4: (a) Simulación de la respuesta a un escalón de 1 V con el sistema a lazo cerrado en tiempo continuo, y discreto en punto flotante y en punto fijo con 20-bit. (b) Amplificación hasta 1 ms del gráfico previo. (c) Se repite la simulación pero con un controlador diseñado con 30-bit de palabra. En (a) y (c) se presentan el valor medio y el desvío estándar en régimen estacionario, que se asume desde 0,01 s.

balance.

Esta dependencia entre la cancelación del flujo magnético y la palabra de cálculo se estudió también a partir de mediciones de respuesta en frecuencia. Se utilizó el analizador dinámico como se muestra en la figura B.5(a) para medir la respuesta en frecuencia a lazo cerrado. La fuente de excitación del analizador dinámico, $V_E(s)$, fue conectada a la bobina de excitación y a un resistor en serie. Con el canal 1 del analizador se midió la tensión generada y con el canal 2 la salida del SQUID. La función de transferencia obtenida resultó ser desde $V_E(s)$ hasta $V_{SQ}(s)$ a lazo cerrado o a lazo abierto. Esta segunda debió ser determinada para construir el diagrama en bloques de la figura B.5(b) y poder simular la respuesta medida.

La medición de respuesta en frecuencia se realizó desde 0,01 Hz hasta 10 kHz,

B.3. VERIFICACIÓN DEL CONTROLADOR

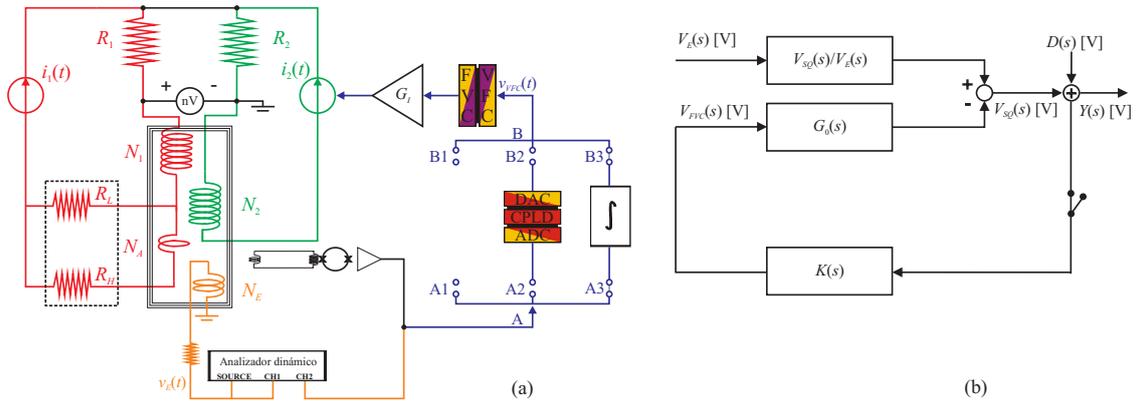


Figura B.5: (a) Diagrama esquemático del sistema realimentado a través de la fuente secundaria con el control digital o el analógico. Un analizador dinámico se utilizó para medir la respuesta en frecuencia a lazo cerrado desde una bobina de excitación N_E . (b) Diagrama en bloques del mismo banco de trabajo, en este caso se utilizó $i_1(t) = 0$. $V_{SQ}(s)/V_E(s)$ representa la transferencia a lazo abierto desde la excitación hasta la salida. El bloque $K(s)$ puede ser reemplazado por el controlador digital o el analógico.

dividiendo este rango en tres partes, que se midieron en forma separada y adaptando la configuración del analizador para obtener tiempos de medición menores a una hora en cada intervalo. En cambio, no se modificó la configuración en sensibilidad de los canales para mantener la compatibilidad entre resultados. En todos los casos, el sistema 14-bit CCC se encontraba configurado y preparado para medir la relación 100Ω contra $12,9 \text{ k}\Omega$.

En la figura B.6 se muestran los valores absolutos de las respuestas en frecuencia medidas inyectando la excitación en N_E a lazo abierto y a lazo cerrado con el control analógico y el digital. Distintas versiones del segundo fueron probadas, pero en el caso de la figura (a) todas se diseñaron por \mathcal{H}_∞ , con el mismo modelo nominal y tiempo de muestreo igual a $9,82 \mu\text{s}$. Primero se presenta con color negro la respuesta a lazo cerrado para el controlador diseñado a partir del peso de incertidumbre dinámica obtenido del proceso de identificación. La respuesta es plana a baja frecuencia produciendo que no se atenúe dicho rango. Se redujo entonces el peso de incertidumbre dinámica de manera de tener ganancia unitaria en 10 kHz y se obtuvo una respuesta en frecuencia (curva azul) que mejoró el caso anterior. Además, la medición realizada concuerda con la simulación, la cual se presenta en color verde.

Luego se redujo intencionalmente la resolución de cálculo para el segundo controlador a 17- y 18-bit. Se encontró un efecto similar al explicado para el primer controlador, la cancelación de flujo magnético en DC fue pobre. Esta diferencia, entre la implementación y el diseño, se debe a problemas numéricos en la CPLD que desplazan al polo dominante del controlador desde 0 Hz hasta 30 Hz o 100 Hz dependiendo el caso. En la misma figura

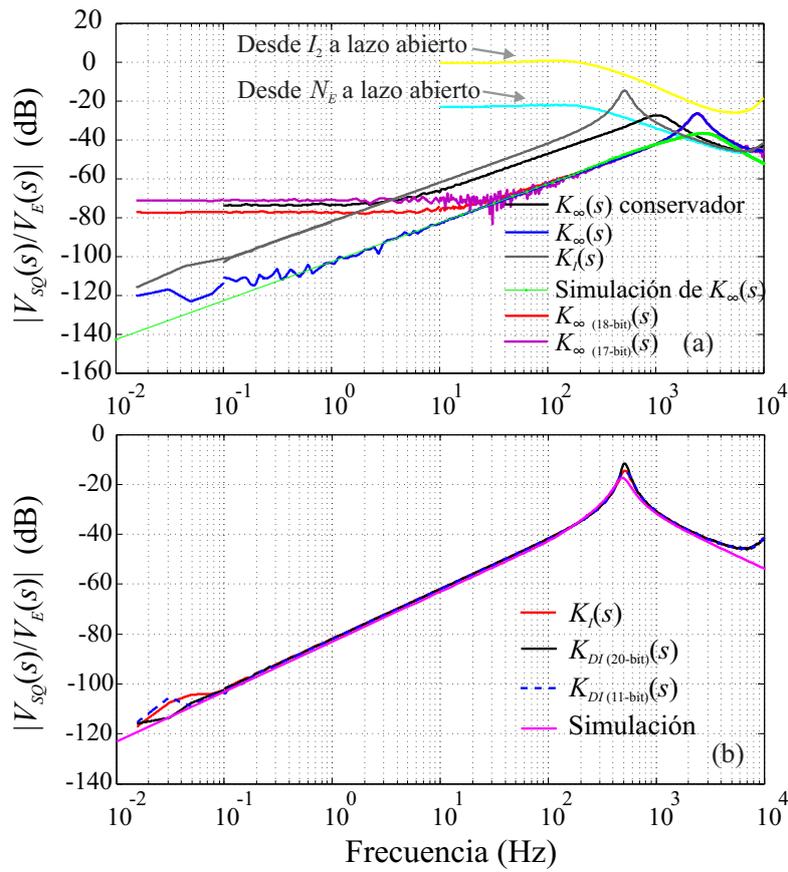


Figura B.6: (a) Magnitud de la respuesta en frecuencia a lazo abierto y cerrado, utilizando el control analógico original y otro diseñado por \mathcal{H}_∞ con distintas configuraciones. Se detalla en la leyenda cada caso. (b) Se repiten la misma experiencia pero con un control digital integral.

B.3. VERIFICACIÓN DEL CONTROLADOR

se presentan también las respuestas medidas a lazo abierto desde N_2 y N_4 .

Por otro lado, se verificó un control digital puramente integral y con diferentes tamaños de palabra desde 20- hasta 11-bit, figura B.6(b). Se diseñó este controlador para copiar la respuesta del analógico, cuya función de transferencia es $K_I(s) = -2000\pi/s$. Ésta se dividió por la ganancia de la etapa de entrada del ADC (7 V/V) y luego se convirtió a tiempo discreto obteniendo $-0,06169/(z - 1)$. Finalmente se expresó en código binario con bit de signo. El control integral digital con 20-bit, curva en color negro, copia a la respuesta obtenida con el control analógico presentada en color rojo. También presenta un buen acuerdo con su simulación y con otro controlador digital integral con resolución de cálculo igual a 11-bit, que se presenta con la línea azul interrumpida.

Finalmente, se realizaron una serie de mediciones del valor del resistor de 12,9 k Ω contra otro con valor nominal igual a 100 Ω y con ambos controladores. Se muestra en la figura B.7 la diferencia a valor nominal ($R_{K-90}/2$) del resistor primario, que fue calculada según la ecuación (3.1) y fue expresada en forma relativa. En el eje horizontal se detalla el controlador utilizado en cada caso, que corresponde a las configuraciones previamente descritas. Se omiten las posibilidades que presentaron un aplanamiento de su respuesta a baja frecuencia, ver la figura B.6(a), porque fue imposible iniciar la medición ya que no permitían cancelar el *offset* del nanovoltímetro. Se puede observar una buena coherencia en los resultados obtenidos, incluso si se configura el control digital integral con una palabra menor a la resolución del ADC y hasta 11-bit. Esta ventaja del integrador reside en su propia naturaleza ya que actúa como un promediador incrementando la relación señal-a-ruido.

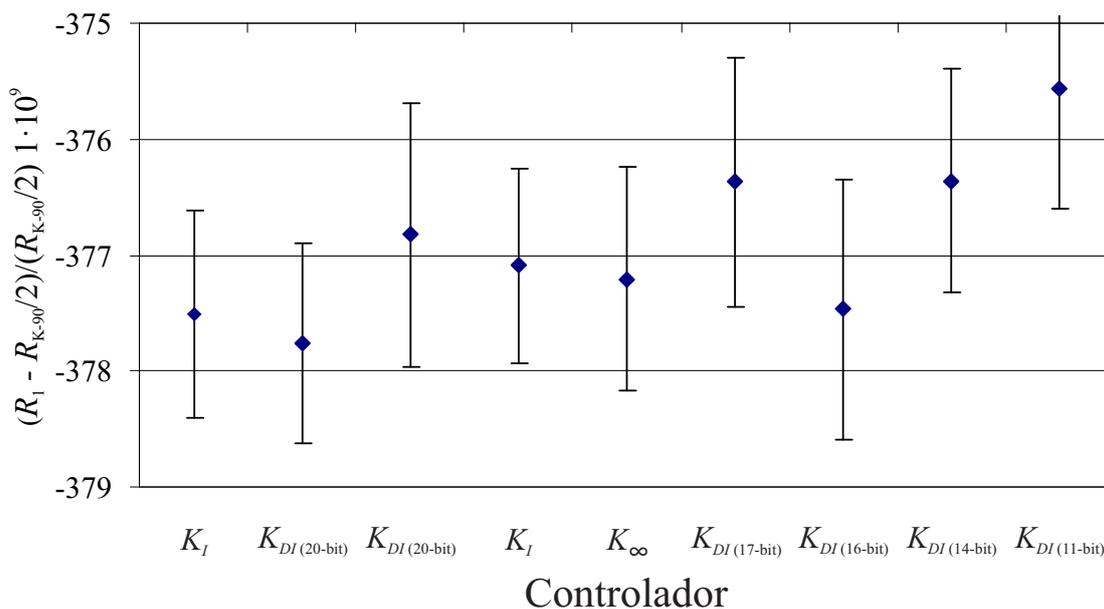


Figura B.7: Resultados de la medición de un resistor de 12,9 kΩ contra 100 Ω. Todas las mediciones se realizaron el mismo día, con idéntica configuración del puente (salvo el controlador) y siempre con 48 ciclos de medición. Las barras de error representan el desvío estándar de la media con factor de cobertura unitario, que es la componente dominante en la incertidumbre final. En el eje X se detalla el controlador y la resolución de cálculo utilizada en cada caso. Se omiten mediciones con el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ y resolución de cálculo menor a 20-bit porque no lograba llevar a cero el detector de tensión. En esta figura, K_I representa el control analógico, K_{DI} el digital integral, y K_∞ el controlador diseñado por \mathcal{H}_∞ e implementado con 20-bit.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Tonina, R. Iuzzolino, G. Guevara, M. Bierzychudek, and R. Garcia. First measurement of the QHE at INTI using a potentiometric method. In *Proc. CPEM Dig, Torino, Italy*, 2006.
- [2] R. S. Sánchez Peña and M. Sznaiier. *Robust systems, Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Inc, 1st edition, 1998.
- [3] Bureau International des Poids et Mesures. *The International System of Units*, 8th edition, 2006.
- [4] T. J. Quinn. Base units of the Système International d’Unités, their accuracy, dissemination and international traceability. *Metrologia*, 31:515–527, 1994/95.
- [5] B. D. Josephson. Possible new effects in superconducting tunnelling. *Physics letters*, 1(7):251 – 253, Jul. 1962.
- [6] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 45:494–497, Aug 1980.
- [7] R. Behr, O. Kieler, J. Kohlmann, F. Muller, and L. Palafox. Development and metrological applications of Josephson arrays at PTB. *Meas. Sci. Technol.*, 32:124002–124021, 2012.
- [8] T. J. B. M. Janssen, J. M. Williams, N. E. Fletcher, R. Goebel, A. Tzalenchuk, R. Yakimova, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, and V. I. Fal’ko. Precision comparison of the quantum Hall effect in graphene and gallium arsenide. *Metrologia*, 49:294–306, 2012.
- [9] A. K. Jain, J. E. Lukens, and J. S. Tsai. Test for relativistic gravitational effects on charged particles. *Phys. Rev. Lett.*, 58:1165–1168, 1987.
- [10] Comité international des poids et mesures. *Resolutions adopted by the General Conference on Weights and Measures*, 17-21 October 2011.
- [11] B. Jeckelmann and B. Jeanneret. High-precision measurements of the quantized Hall resistance: experimental conditions for universality. *Phys. Rev. B*, 55:13124–34, 1997.
- [12] B. M. Wood and S. Solve. A review of Josephson comparison results. *Metrologia*, 46:R13–R20, 2009.
- [13] M. Keller. Current status of the quantum metrology triangle. *Metrologia*, 45:102–109, 2008.
- [14] M. J. T. Milton, J. M. Williams, and S. J. Bennett. Modernizing the SI: towards an improved, accessible and enduring system. *Metrologia*, 44:356–364, 2007.
- [15] F. Piquemal and G. Genevès. Argument for a direct realization of the quantum metrological triangle. *Metrologia*, 37:207–211, 2000.

- [16] N.-H. Kaneko, S. Nakamura, and Y. Okazaki. A review of the quantum current standard. *Measurement Science and Technology*, 27(3):032001, 2016.
- [17] R. E. Elmquist, N. M. Zimmerman, and W. H. Huber. Using a high-value resistor in triangle comparisons of electrical standards. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 52(2):590–593, Apr. 2003.
- [18] H. Scherer, G.-D. Willenberg, D. Drung, and M. Götz. Traceable precision generation and measurement of pA direct currents. In *Proc. CPEM Dig., Rio de Janeiro, Brasil*, 2014.
- [19] G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado. *Control System Design*. Prentice Hall, 1st edition, 2000.
- [20] G. E. Dullerud and F. Paganini. *A Course in Robust Control Theory*. Springer, 1st edition, 2000.
- [21] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice-Hall, 1st edition, 1996.
- [22] A. V. Oppenheim and A. S. Willsky. *Señales y sistemas*. Pearson Educación, 2nd edition, 1998.
- [23] R. Creighton Buck. *Advanced calculus*. Waveland Press, Inc, 3th edition, 2003.
- [24] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, and R. Smith. *μ -Analysis and Synthesis Toolbox - User's Guide*. Matlab - The Math Works, 3.06 edition, Jun. 2001.
- [25] W. J. M. Moore and P. N. Miljanic. *The current comparator*. IEE electrical measurement series 4. Peter Peregrinus Ltd., 1988.
- [26] N. L. Kusters. The precise measurement of current ratios. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 13(4):197 – 209, December 1964.
- [27] J. Clarke and A. I. Braginski. *The SQUID Handbook*, volume Vol I. Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems. WILEY-VCH, 2004.
- [28] A. Barone and G. Paterno. *Physics and applications of Josephson effect*. Wiley, 1ra edition, 1982.
- [29] M. Tinkham and G. McKay. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill, Inc., 2d edition, 1996.
- [30] I. K. Harvey. A precise low temperature dc ratio transformer. *The review of scientific instruments*, 43(11):1626 – 1629, November 1972.
- [31] D. B. Sullivan and R. F. Dziuba. A low-temperature direct-current comparator bridge. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, IM-23(4):256 – 260, December 1974.
- [32] J.M. Williams. Cryogenic current comparators and their application to electrical metrology. *IET Sci. Meas. Technol.*, 5(6):211–224, 2011.
- [33] M. E. Bartolomé Porcar. *Cryogenic current comparators with optimum SQUID readout for current and resistance quantum metrology*. PhD thesis, Proefschrift Universiteit Twente, Enschede, 2002.

- [34] J. Sesé, F. Lera, A. Camón, , and C. Rillo. Calculation of effective inductances of superconducting devices. Application to the cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Appl. Supercon.*, 9(1):58–62, Mar. 1999.
- [35] J. Sesé, A. Camón, C. Rillo, and G. Rietveld. Ultimate current resolution of a cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 48(6):1306 – 1313, Dec. 1999.
- [36] Star Cryoelectronics. *Symmetric dc SQUID SQ300, SQ680, SQ1200*.
- [37] M. E. Bierzychudek and R. E. Elmquist. Uncertainty evaluation in a two-terminal cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 58(4):1170–1175, Apr. 2009.
- [38] J. M. Williams, G. Rietveld, E. Houtzager, and T. J. B. M. Janssen. Design considerations for a CCC bridge with complete digital control. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 60(12):3907 – 3912, Dec. 2011.
- [39] Z. Zhang, Q. He, Z. Li, and Y. Liu. The approaches of decreasing measurement uncertainty of CCC. In *Proc. CPEM Dig., London, UK*, pages 354–355, 2004.
- [40] N. Ishikawa, K. Nagata, H. Sato, N. Kasai, and S. Kiryu. Effect of RF interference on characteristics of dc SQUID system. *IEEE Trans. Appl. Supercon.*, 3(1):1910 – 1913, Mar. 1993.
- [41] R. H. Koch, V. Foglietti, J. R. Rozen, K. G. Stawiasz, M. B. Ketchen, D. K. Lathrop, J. Z. Sun, and W. J. Gallagher. Effects of radio frequency radiation on the dc SQUID. *Appl. Phys. Lett.*, 65(1):100–102, Jul. 1994.
- [42] D. Drung, M. Götz, E. Pesel, and H. Scherer. Improving the traceable measurement and generation of small direct currents. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 64(11):3021 – 3030, Nov. 2015.
- [43] J. Kinoshita, K. A. Inagaki, C. Yamanouchi, K. Yoshihiro, S. Kawaji, N. I. Nagashima, N. Kikuchi, and J. Wakabayashi. Self-balancing resistance ratio bridge using a cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 38(2):290–292, Apr. 1989.
- [44] K. Jones and M. D. Early. A quantum Hall cryogenic current comparator resistance bridge. In *Proc. CPEM Dig., Sydney, NSW, Australia*, 2000.
- [45] R. E. Elmquist, E. Hourdakis, D. G. Jarrett, and N. M. Zimmerman. Direct resistance comparisons from the QHR to 100 M Ω using a cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 54(2):525–528, Apr. 2005.
- [46] G. Rietveld, P. de la Court, and H. E. van den Bromi. Internally damped CCC for accurate measurements of small electrical currents. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 58(4):1196–1201, Apr. 2009.
- [47] F. Renguez, O. Séron, L. Devoille, and F. Piquemal. Towards a sub-femto ampere current amplifier based on a cryogenic current comparator. In *Proc. CPEM Dig., Washington DC, US*, 2012.
- [48] N. E. Fletcher, J. M. Williams, and T. J. B. M. Janssen. A cryogenic current comparator resistance ratio bridge for the range 10 $k\omega$ to 1 $g\omega$. In *Proc. CPEM Dig., Sydney, NSW, Australia*, pages 482 – 483. IEEE, 2000.

- [49] M. Götz, D. Drung, E. Pesel, H.-J. Barthelmeß, C. Hinnrichs, C. Abmann, M. Peters, H. Scherer, B. Schumacher, and T. Schurig. Improved cryogenic current comparator setup with digital current sources. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 58(4):1176–1182, Apr. 2009.
- [50] D. Drung, M. Götz, E. Pesel, J-H Storm, C. Abmann, M. Peters, and Th. Schurig. Improving the stability of cryogenic current comparator setups. *Supercond. Sci. Technol.*, 22, 2009.
- [51] F. L. Hernandez-Marquez, M. E. Bierzychudek, G. R. Jones Jr., and R. E. Elmquist. Precision high-value resistance scaling with a two-terminal cryogenic current comparator. *Rev. Sci. Instrum.*, 85, 044701, 2014.
- [52] J. M. Williams, T. J. B. M. Janssen, G. Rietveld, and E. Houtzager. An automated cryogenic current comparator resistance ratio bridge for routine resistance measurements. *Metrologia*, 47(3):167–174, Jun. 2010.
- [53] D. W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE*, 54(2):221 – 230, Feb. 1966.
- [54] R. Elmquist, Jr. G. R. Jones, B. Pritchard, M. Bierzychudek, and F. Hernandez. High resistance scaling from 10 k Ω and QHR standards using a cryogenic current comparator. In *Proc. CPEM Dig., Broomfield, Colorado, US*, pages 268–269, 2008.
- [55] DC + RF SQUID systems brochure. <http://www.qdusa.com/sitedocs/productBrochures/squid3.pdf>. [Online; tomado el 23-dic-2015].
- [56] M. E. Bierzychudek, R. S. Sánchez Peña, and A. Tonina. Robust control of a two-terminal cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 62(6):1736–1742, Jun. 2013.
- [57] R. E. Elmquist. Leakage current detection in cryogenic current comparator bridges. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 42(2):167–169, Apr. 1993.
- [58] F. Delahaye. Series and parallel connection of multiterminal quantum Hall effect devices. *J. Appl. Phys.*, 73(11):7914–7920, Jun. 1993.
- [59] M. E. Cage, A. M. Jeffery, R. E. Elmquist, and K. C. Lee. Calculating the effects of longitudinal resistance in multi-series-connected quantum Hall effect devices. *J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol.*, 103(6):561 – 591, Nov. 1998.
- [60] M. E. Bierzychudek, R. E. Elmquist, and F. Hernández. Final report on RMO comparison SIM.EM-S10: High value resistance comparison with two-terminal cryogenic current comparators. *Metrologia*, 51(1A):01004, 2014.
- [61] N. F. Zhang, N. Sedransk, and D. G. Jarrett. Statistical uncertainty analysis of key comparison CCEM-K2. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 52(2):491–494, Apr. 2003.
- [62] K. Grohmann and D. Hechtfisher. Self-calibrating cryo current comparators for AC applications. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 33(2):91–96, Jun. 1984.
- [63] T. B. Lawson, M. D. Early, and K. Jones. Simulation of a quantum Hall cryogenic current comparator resistance bridge. In *Proc. CPEM Dig., Daejeon, Republic of Korea*, pages 623–624. IEEE, 2010.

-
- [64] M. E. Bierzychudek, R. S. Sánchez Peña, and A. Tonina. Identification and control of a cryogenic current comparator using robust control theory. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 64(12):3451–3457, Aug. 2015.
- [65] F. Rengnez, O. Séron, L. Devoille, D. Placko, and F. Piquemal. A femto ampere current amplifier based on a 30 000:1 cryogenic current comparator. In *Proc. CPEM Dig., Rio de Janeiro, Brazil*, pages 296–297, 2014.
- [66] F. Delahaye. An AC-bridge for low-frequency measurements of the quantized Hall resistance. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 40(6):883–888, Dec. 1991.
- [67] H. Seppä and A. Satrapinski. AC resistance bridge based on the cryogenic current comparator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 46(2):463–466, Apr. 1997.
- [68] L. Ljung. *System Identification ToolboxTM - User's Guide*. Matlab - The Math Works, 9.0 (release 2014a) edition, Mar. 2014.
- [69] M. Götz, E. Pesel, and D. Drung. A compact 14-bit cryogenic current comparator. In *Proc. CPEM Dig., Rio de Janeiro, Brazil*, 2014.
- [70] R. Goebel, N. Fletcher, B. Rolland, M. Götz, and E. Pesel. Final report on the on-going comparison BIPM.EM-K12: Comparison of quantum Hall effect resistance standards of the PTB and the BIPM. *Metrologia*, 51(1A):01011, 2014.
- [71] D. Drung, M. Götz, H. J. Barthelmeß, E. Pesel, and C. Hinnrichs. Aspects of application and calibration of a binary compensation unit for cryogenic current comparator setups. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 62(10):2820 – 2827, Jun. 2013.
- [72] M. Götz, D. Drung, E. Pesel, and F.-J. Ahlers. Settling behavior of the bridge voltage in resistance ratio measurements with cryogenic current comparators. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 60(7):2660–2666, Jul. 2011.
- [73] D. Drung and J.-H. Storm. Ultralow-noise chopper amplifier with low input charge injection. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 60(7):2347–2352, Jul. 2011.
- [74] Agilent Technologies. *Agilent 35670A – Dynamic Signal Analyzer – Data sheet*, 2009. [Online; tomado el 27-dic-2015].
- [75] D. Drung, M. Götz, E. Pesel, H.-J. Barthelmeß, and C. Hinnrichs. Binary compensation unit for cryogenic current comparators. In *Proc. CPEM Dig., Washington DC, US.*, 2012.
- [76] P. Gutmann. A comparison of the cryogenic current comparator and the Josephson potentiometer in resistance bridges using their figures of merit. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 42(2):385 – 390, Apr. 1993.
- [77] M. Francis. WP330: Infinite impulse response filter structures in Xilinx FPGAs. http://www.xilinx.com/support/documentation/white_papers/wp330.pdf, Aug. 2009. [Online; tomado el 23-dic-2015].