

JUN 2008

Informe de beca

Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI)

Ezequiel Pecker Marcosig

3 de enero de 2008

Índice

1. Objetivo	1
2. Introducción	2
3. Instrumentos utilizados	5
3.1. Fuente universal HP-3245	5
3.2. Multímetro HP/Agilent-3458	5
4. Integración discreta	7
5. Algoritmo de Swerlein	7
6. Trabajos de Gregory Kyriazis	10
7. Trabajo de Umberto Pogliano	15
8. Verificaciones	17

1. Objetivo

El objetivo de la beca fue la realización de un wattímetro de muestreo asincrónico. El wattímetro con el que cuenta actualmente el instituto basa su funcionamiento en un método térmico el cual tiene la desventaja de ser lento.

La exactitud en la medida de la potencia eléctrica es extremadamente importante en el suministro de potencia eléctrica, tanto para el distribuidor como para el consumidor y el usuario final.



304616

304616

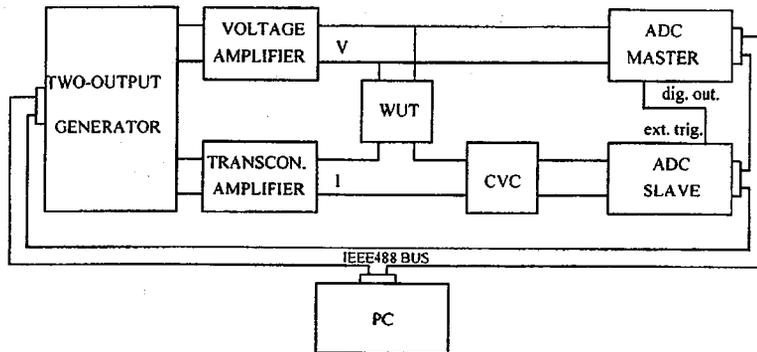


Figura 1: Banco de medición

2. Introducción

El desarrollo de un algoritmo de muestreo tiene ventajas por sobre los métodos analógicos. Además, una vez que se cuenta con las muestras y utilizando procesamiento digital, permite obtener una amplia cantidad de valores. Entre ellas, a partir de la separación de la señal en armónicos, se pueden obtener valores de distorsión armónica, calcular valores eficaces por armónico, etcétera. El banco de medición es el que se ve en la figura 1, donde CVC hace referencia al conversor corriente-tensión y WUT al wattímetro bajo prueba.

La arquitectura utilizada es la de *muestreo simultáneo incoherente*. El mismo se caracteriza por el uso de dos multímetros para el muestreo simultáneo de las señales de tensión y corriente generadas por la fuente, mediante una sincronización maestro-esclavo, sin sincronismo entre la generación y el muestreo, es decir, el tiempo total de muestreo no coincide con una cantidad entera de períodos. En realidad las muestras obtenidas tampoco están sincronizadas entre canales, debido a un tiempo de *delay* que existe entre las señales de muestreo de ambos multímetros. Sin embargo, éste puede estimarse y con una alta repetibilidad. Con la estimación del *delay* puede corregirse este error.

La etapa de procesamiento es sobre la que se trabajó durante mayor cantidad de tiempo. Es la encargada de obtener los valores de las distintas magnitudes a partir de las muestras proporcionadas por la etapa de muestreo. Para el procesamiento de las muestras de las señales de tensión y de corriente se han implementado métodos de cálculo denominados: Integración Discreta (ID)[1][7][8], Transformada discreta de Fourier (DFT)[13][15], Ajuste de seno por tres [13][15] o cuatro parámetros [2] (3PSF, 4PSF). Cada uno de estos métodos se detalla en secciones posteriores basadas en el análisis de los trabajos indicados. Un breve resumen de cada uno de los métodos se brinda

a continuación.

El método ID calcula, a partir de N muestras de las señales de tensión y corriente, la potencia activa mediante la versión digital de la expresión matemática de dicha potencia,

$$P = \frac{1}{T} \int_T u(t) i(t) dt$$

$$\approx \frac{1}{Num} \sum_{j=0}^{Num-1} u(j T_{samp}) i(j T_{samp}) \quad Num T_{samp} = \# \text{periodos}$$

Para este método las muestras de tensión y corriente deben corresponder, una a una, a instantes de tiempo idénticos y *el tiempo total de muestreo debe ser exactamente un número entero de veces, M , el período de las señales de entrada.*

La ID tiene como ventaja que, siendo extremadamente simple de implementar, proporciona además la potencia aparente y el factor de potencia en condiciones no sinusoidales, con un aporte nulo del método de cálculo al error cometido en la medida si se seleccionan adecuadamente los valores de M y N . La principal desventaja del método es que trabaja directamente con las muestras en el dominio del tiempo, por lo cual no es posible realizar compensación de errores dependientes de la frecuencia (salvo en el caso de señales muy próximas a sinusoides) ni permite conocer potencias por armónico y además necesita de un muestreo en una cantidad entera de períodos de la señal medida y esto no puede lograrse para cualquier frecuencia con los multímetros de que se dispone debido a la cuantización de su base de tiempo.

Este método es que el se utiliza en el INMETRO.

Por su parte, el método de la DFT necesita de N muestras de la señal $x(t)$, de frecuencia fundamental f_{ac} , para obtener $N/2$ muestras distintas del espectro de la señal en las frecuencias: $f_k = \frac{k}{N T_{samp}}$ con $k = 0, \dots, N/2 - 1$, o bien mediante la relación: $N T_{samp} = \frac{M}{f_{ac}}$ se llega a que las muestras son en: $f_k = \frac{k f_{ac}}{M}$.

Para que no exista error en el cálculo, se debe cumplir que $x(t)$ sea periódica, además del criterio de Nyquist y que el tiempo de observación coincida exactamente con un múltiplo entero de períodos de la señal $x(t)$ (pues la DFT *periodiza* la señal).

La DFT es un método de cálculo más complejo que la ID, aunque muy optimizado por medio de la *FFT*. Su ventaja principal frente a la ID radica en la principal desventaja de aquella, ya que al obtener las componentes espectrales de las señales muestreadas es posible realizar las compensaciones de errores dependientes de la frecuencia, calcular las potencias activa y re-

activa por armónico, las distorsiones armónicas de tensión y corriente, el factor de potencia, etcétera.

Cuando se dispone de un conjunto de muestras que no pueden representar exactamente un número entero de períodos, la ID y la DFT generan errores. En estos casos interesa el uso de métodos de *sine fitting*. Estos métodos están descritos originalmente para, dado un conjunto de muestras, obtener los parámetros de la señal sinusoidal con menor error cuadrático medio, siendo el error la diferencia entre las muestras y el seno estimado. El método *three parameter sine fit (3PSF)* supone conocida la frecuencia de la señal muestreada [13], [15], mientras que *four parameter sine fit (4PSF)* calcula también la frecuencia de la señal sinusoidal [2]. En los trabajos citados se trabaja con el ajuste de cuadrados mínimos de una señal con distorsión, donde además de la fundamental se ajustan los armónicos hasta un dado orden.

La ventaja de estos métodos es que no imponen condiciones respecto a la sincronización entre generación y muestreo, por lo tanto son adecuados para la medición de potencia de señales medidas por muestreo asincrónico. Además, el ajuste a señales sinusoidales o suma de armónicos implica la eliminación de ruidos aleatorios. No obstante, los métodos pueden cometer errores importantes si existe potencia en las señales muestreadas a frecuencias no consideradas en la suma de frecuencias, ya sea por truncamiento de la suma de armónicos en un determinado orden o por la existencia de interarmónicos.

Por último está el algoritmo de Swerlein que, a diferencia de los anteriores, es un algoritmo para medir valor eficaz mediante muestreo digital con una incertidumbre muy baja. Puede utilizarse para la determinación de potencia aparente aplicándolo a las señales obtenidas para cada canal.

El objetivo del algoritmo de Swerlein es reducir al máximo el error en el cálculo del valor eficaz debido a la discretización mediante la selección de los parámetros de muestreo adecuados. Una vez seleccionados los parámetros de muestreo, es necesario realizar varias secuencias de muestreo que, finalmente, se promediarán para reducir los errores dependientes del tiempo.

La ventaja de Swerlein es que consigue una incertidumbre muy reducida. Su inconveniente fundamental es que al aumentar las frecuencias y las componentes armónicas, aumenta fuertemente el tiempo requerido por el algoritmo y la cantidad de secuencias necesarias para conseguir buenos resultados.

A pesar que este algoritmo no sirve para la determinación de la potencia activa (que era el objetivo) si es de utilidad para la contrastación de los trabajos de los anteriores que sea elegido.

Como acotación, durante el desarrollo del trabajo en el laboratorio se dejó el análisis de incertidumbre para una fase posterior por lo que para tener más información al respecto deberían analizarse las correspondientes secciones de los trabajos citados.

3. Instrumentos utilizados

Las señales utilizadas hasta el momento para probar al dispositivo consisten en dos tensiones, generadas por la fuente HP-3245, dentro del intervalo de 1v a 10v (de valor eficaz) para poder medir con del rango de mayor exactitud del multímetro HP-3458.

3.1. Fuente universal HP-3245

La fuente aproxima señales a partir de escalones de amplitudes dadas con una resolución de 12 bits. Dentro de cada período de la señal a sintetizar se colocan 2048 de estos escalones.

Esta fuente posee dos canales (A y B) que simulaban ser las señales de tensión y corriente. Al mismo tiempo permite fijar el desfase entre ellos por lo que sirvió incluso para probar la medición de potencia para varios factores de potencia.

3.2. Multímetro HP/Agilent-3458

Los multímetros que se utilizan son reconocidos como instrumentos de medición de alta exactitud, especialmente para medición de DC. A pesar de que las señales que se medirán con el sistema descrito pueden tener componentes de DC éstas son esencialmente alternas. Sin embargo, se utilizarán los multímetros en su función de medición DCV. Por medio de su convertor A/D de alta calidad se obtienen las muestras que posteriormente serán procesadas por una PC a la cual se encuentra conectado por medio de un bus IEEE-488.2 (GPIB).

El convertor A/D es de tipo integrativo (IADC) y modifica a las muestras de una manera predecible y por lo tanto corregible con baja incertidumbre. El tiempo sobre el cual integra se denomina tiempo de apertura: T_{aper} . Así como el uso del modo DCV mejora la resolución y minimiza el ruido tiene como contras el menor ancho de banda y el *jitter* de disparo mayor.

Como el 3458 facilita el disparo externo del proceso de muestreo éste también es adecuado para la sincronización de dos de ellos en configuración maestro-esclavo.

El ancho de banda de la etapa de entrada del mismo multímetro modifica las señales medidas provocando errores en la fase y en la amplitud debido a su respuesta en frecuencia. En el rango antedicho la respuesta se asocia a la de un filtro pasabajos de un polo en 120kHz.

La muestra que se obtiene de la integración esta relacionada con el valor de la señal en el instante t_i , para el caso sinusoidal, por medio de:

$$\begin{aligned}
\int_{t_i - \frac{Aper}{2}}^{t_i + \frac{Aper}{2}} \text{sen}(2\pi f t) dt &= \left. -\frac{\cos(2\pi f t)}{2\pi f} \right|_{t_i - \frac{Aper}{2}}^{t_i + \frac{Aper}{2}} \\
&= \frac{\sin(\pi f Aper)}{\pi f Aper} \cdot \text{sen}(2\pi f t_i) \\
&= \frac{\sin(\frac{\omega Aper}{2})}{\frac{\omega Aper}{2}} \cdot \text{sen}(2\pi f t_i)
\end{aligned}$$

siendo $\text{sen}(2\pi f t_i)$ las muestras tomadas sin errores y $\frac{\sin(\frac{\omega Aper}{2})}{\frac{\omega Aper}{2}}$ el factor de escala dado por el A/D que relaciona el valor obtenido por el conversor con el valor real de la señal en el instante t_i .

El conversor A/D no sólo provoca un error sistemático (que puede corregirse) en el módulo sino también en la fase. Este error depende de la frecuencia y por ende es más conveniente trabajar en el dominio de Fourier. Para ellos se utilizará la siguiente propiedad:

$$\int_{-\infty}^t g(t) dt = g(t) * u(t) \leftrightarrow G(j\omega) \left(\frac{1}{j\omega} + \pi G(0) \delta(\omega) \right)$$

que aplicada a este caso:

$$\begin{aligned}
\int_{t_i - Aper}^{t_i} \frac{x(t)}{Aper} dt &= \int_{-\infty}^{t_i} \frac{x(t)}{Aper} dt - \int_{-\infty}^{t_i - Aper} \frac{x(t)}{Aper} dt \\
&\leftrightarrow \left(\frac{1}{j\omega} \frac{X(j\omega)}{Aper} + \frac{\pi X(0) \delta(\omega)}{Aper} \right) (1 - e^{-j\omega Aper}) \\
&\leftrightarrow \left(\frac{1}{j\omega} \frac{X(j\omega)}{Aper} + \frac{\pi X(0) \delta(\omega)}{Aper} \right) \frac{2j}{e^{j\frac{\omega Aper}{2}}} \text{sen}\left(\frac{\omega Aper}{2}\right)
\end{aligned}$$

si $X(0) = 0$:

$$\leftrightarrow X(j\omega) \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega Aper}{2}\right)}{\frac{\omega Aper}{2}} e^{-j\frac{\omega Aper}{2}}$$

Si en cambio los límites fueran fueran distintos:

$$\begin{aligned}
\int_{t_i - \frac{Aper}{2}}^{t_i + \frac{Aper}{2}} \frac{x(t)}{Aper} dt &= \int_{-\infty}^{t_i + \frac{Aper}{2}} \frac{x(t)}{Aper} dt - \int_{-\infty}^{t_i - \frac{Aper}{2}} \frac{x(t)}{Aper} dt \\
&\leftrightarrow \left(\frac{1}{j\omega} \frac{X(j\omega)}{Aper} + \frac{\pi X(0) \delta(\omega)}{Aper} \right) (e^{j\omega Aper} - e^{-j\omega Aper})
\end{aligned}$$

si $X(0) = 0$:

$$\leftrightarrow X(j\omega) \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega Aper}{2}\right)}{\frac{\omega Aper}{2}}$$

De ésta última se ve que si se muestrea de este modo no ocurre desplazamiento de fase. Tanto en la tesis de Laiz como en los trabajos de Kyriazis se utiliza esta forma, sin embargo existen trabajos en los que se sugiere que el multímetro utiliza la primera de ellas con lo cual una corrección adicional en fase es requerida.

Se puede notar que en el trabajo de Swerlein [5] la corrección sólo se calcula para la frecuencia fundamental y se corrige en tiempo. Los trabajos posteriores ([2],[13],[15]) trabajan con cada frecuencia por separado.

Este error es reproducible y por lo tanto puede ser corregido.

4. Integración discreta

Los trabajos que utilizan integración discreta son [1], [7] y [8]. La exactitud del método depende de cuan cerca este el intervalo sobre el que se integre de una cantidad entera de períodos de las señales de entrada. Ellos, al igual que Swerlein para la medición del valor eficaz, buscan minimizar el error de truncamiento que se debe a que en el muestreo asincrónico los instantes de muestreo t_i no están sincronizados con la señal de entrada. El primero de ellos busca minimizarlo a partir de la elección de parámetros de muestreo adecuados mientras que el segundo además hace uso de la idea de Swerlein de tomar varias corridas de Num muestras pero desfasando cada una de la anterior en un tiempo τ_D . El error de truncamiento para el caso de integración discreta para obtener la potencia activa y para el valor eficaz son similares. Después de cada repetición los muestras tomadas que quedaron almacenadas en la memoria del multímetro son leídas y procesadas. Luego se promedian los valores de potencia obtenidos para cada caso y se aplican las correcciones.

Como desventaja puede decirse que cuanta mayor sea la cantidad de armónicos de la señal de entrada mayor será la cantidad de secuencias desplazadas unas de otras que deberán tomarse y mayor el tiempo de medición (*Measurement Time*). Igualmente en el trabajo del INMETRO se enfocaron en lograr la mayor exactitud posible restringiendo las mediciones a señales senoidales puras o con bajo THD.

Estos problemas no existen para muestreo sincrónico donde para sincronizar las señales y el muestreo se utiliza circuitos PLL.

Las fuentes de error citadas en [1] en general se repetirán para los trabajos subsiguientes. Entre ellos se pueden dividir en errores de amplitud y errores de fase.

5. Algoritmo de Swerlein

El trabajo [5] presenta un método para la medición del valor eficaz de una señal de tensión con baja distorsión armónica. El algoritmo derivado

del método permite obtener incertidumbres de hasta 10ppm. El algoritmo permite trabajar con señales de hasta 1% de distorsión y con frecuencias entre 0.01Hz y 1kHz.

El algoritmo esta desarrollado para trabajar con muestreo asincrónico. Debido a la cuantización de la base de tiempo del voltímetro que se utilice sólo puede realizarse un muestreo sincrónico (muestreo de una cantidad entera de períodos) para valores particulares de frecuencia. Una fuente de error es la imprecisión de esta base de tiempo y otra es el muestreo no sincrónico. A esta segunda se busca minimizarla mediante la selección de parámetros de muestreo adecuados.

Si la señal a medir es: $u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$, es esperable que el valor eficaz valga U . El valor eficaz se calcula a partir de las muestras tomadas por medio del multímetro, mediante:

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{Num} \sum_{i=1}^{Num} 2U^2 \text{sen}^2(\omega t_i)}$$

Para Num grande la sumatoria puede transformarse en una integral:

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T'} \int_{t-T'}^t 2U^2 \text{sen}^2(\omega t) dt}$$

donde $T' = Num T_{samp}$ es el período de tiempo sobre el que se integra no coincidiendo, en general, con el período real de $u(t)$. Utilizando la identidad $\text{sen}^2(\theta) = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$ y desarrollando:

$$U_{ef} = U \sqrt{1 - \frac{1}{2\omega T'} (\text{sen}(2\omega T') - \text{sen}(2\omega(t - T')))}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} -(\text{sen}(2\omega T') - \text{sen}(2\omega(t - T'))) &= (\cos(2\omega T') - 1) \text{sen}(2\omega t) \\ &\quad - \text{sen}(2\omega T') \cos(2\omega t) \\ &= 2 \text{sen}(\omega T') \text{sen}(2\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$U_{ef} = U \sqrt{1 + \frac{\text{sen}(\omega T')}{\omega T'} \text{sen}(2\omega t + \phi)}$$

que aproximado por serie de Taylor,

$$U_{ef} \approx U \left(1 + \frac{\text{sen}(\omega T')}{2\omega T'} \text{sen}(2\omega t + \phi) \right)$$

El error en el valor eficaz esta dado por:

$$\Delta = \frac{\text{sen}(\omega T')}{2\omega T'} \text{sen}(2\omega t + \phi)$$

Este error es debido a la cuantización de la base de tiempo que no permite que se pueda muestrear siempre justo a una cantidad entera de períodos. La cuantización de la base de tiempo de los multímetros utilizados es de 100ns. Este error se puede considerar como compuesto por dos términos distintos: $\frac{\text{sen}(\omega T')}{2\omega T'}$ y $\text{sen}(2\omega t + \phi)$. El primero se denomina *scale factor*. El segundo término varía con el tiempo inicial t y se lo denomina *ripple*. Mediante los parámetros de muestreo seleccionados por Swerlein se busca minimizar el primero de los términos de error. El término de ripple se minimiza tomando varias estimaciones del valor eficaz de la misma señal desplazando el punto donde comienza el muestreo por un valor τ_D . Las secuencias de datos se llaman *bursts*.

Otra fuente posible de error es el aliasing. Si se trabaja con tonos puros éste error se manifiesta reproduciendo el tono como si fuera de una frecuencia menor a la real. Una señal senoidal se puede reproducir perfectamente si se la muestrea a una frecuencia mayor o igual a 2 veces su frecuencia. Una señal muestreada con una frecuencia menor a la de muestreo también aparece como una señal muestreada pero de menor frecuencia. Además la operación de sacar el valor eficaz implica elevar al cuadrado a la señal. Con lo cual aparecerán nuevas frecuencias. El máximo tiempo de muestreo debe cumplir:

$$T_{s,max} \leq \frac{T}{2N_{harm}}$$

Aunque en la expresión del error de truncamiento se ve que es ventajoso aumentar la cantidad de muestras por otro lado el número máximo de muestras esta limitado por la memoria del multímetro (5120 muestras que ocupan 4 bytes pues los datos se guardan como enteros en doble precisión).

En cuanto al tiempo de apertura, T_{aper} , si es de 1ms o mayor el conversor A/D del 3458 provee su máxima resolución de 21 bits (6 y 1/2 dígitos). Al integrar un tiempo más prolongado se elimina mejor el ruido. Por otro lado, un mayor tiempo de apertura lleva a un error mayor por tiempo de apertura que idealmente debería ser nulo para tomar una muestra puntual (ver subsección 3.2). El T_{aper} tiene un rango de variación que va desde 500ns hasta 1s para el multímetro en cuestión.

El método asume una distorsión armónica menor al 0.1 %.

Una descripción de las fuentes de error (y sus correcciones con las incertidumbres asociadas) que debe enfrentar Swerlein se encuentra en la tesis de doctorado de Hector Laiz así como en los trabajos de Swerlein ([5]) y Kyriazis([17]).

Fuentes de error como el error de ganancia u_{DCV} y el ruido u_n en el rango utilizado se obtienen del manual del multímetro. En él se grafican

unas curvas para determinar la magnitud de estos errores que en el trabajo [4] se aproximan con splines.

El circuito de entrada del multímetro también afecta las mediciones. Para el rango de 1v a 10v su efecto se modela como un filtro pasabajos de un polo en 120kHz. Por lo tanto, el error que causa puede ser corregido. El valor de la corrección aumenta con la frecuencia y por lo antedicho depende del rango en el que este trabajando el multímetro. Sin embargo, para las frecuencias para las cuales se estuvieron realizando mediciones su valor es despreciable. Por más que la corrección sea despreciable no lo es su incertidumbre.

Por último resta considerar la incertidumbre de la calibración hecha al multímetro.

Deben diferenciarse tres conceptos bien diferentes pero relacionados como *error*, *corrección* e *incertidumbre*. El primero es la diferencia entre el valor medido y el valor real. Las correcciones se aplican cuando una fuente de error es conocida. La incertidumbre de una corrección se debe a que la corrección no puede ser perfecta y siempre queda una parte sujeta al azar. A veces si la incertidumbre de una corrección es muy grande puede no corregirse. Los errores sistemáticos son los que se pueden corregir. El *factor de corrección* es el factor numérico por el cual se debe multiplicar al resultado no corregido de la medición para compensar a un error sistemático.

6. Trabajos de Gregory Kyriazis

En [17] se hace un análisis del trabajo de Swerlein [5] pero considerando el cálculo de incertidumbres de acuerdo a la *ISO GUM*. La expresión del valor eficaz utilizada es:

$$V_{acrms,real} = V_{acrms,calculado} K_f K_{Aper} K K_a + R$$

Las correcciones son los términos que multiplican al valor eficaz calculado. El valor R es la diferencia entre el valor real ($\hat{V}/\sqrt{2}$) y el valor calculado y corregido por errores sistemáticos. Éste valor puede minimizarse promediando bursts y manteniendo: $100\mu s \geq T_{Aper} \geq 10ms$, de modo de tener una resolución máxima en amplitud de 21 bits (6 1/2 dígitos).

Un trabajo posterior de Kyriazis [13] se ocupó de extender el algoritmo de Swerlein al dominio de la frecuencia. El algoritmo ajusta los parámetros de una serie finita de Fourier a las lecturas en el dominio del tiempo. De más esta decir que al igual que su versión en tiempo éste trabajo atiende a la medición del valor eficaz.

Ésta metodología encuentra su aplicación en los casos en los que se dispone de un conjunto de muestras que pueden no representar exactamente un número entero de períodos, pues tanto la ID (integración discreta) como la DFT (transformada discreta de Fourier) generan errores, dado que no se

cumplen las condiciones necesarias para su correcta aplicación. En estos casos se puede recurrir al método de ajuste de cuadrados mínimos. El método permite ajustar un seno o conjunto de senos de distintas frecuencias (basado en el algoritmo *three parameter sine fit*) a las muestras, obteniendo los parámetros que describen a los mismos de modo de minimizar la diferencia con la señal medida.

El modelo al que se deben ajustar las muestras es:

$$v'_{ik} = A_0 + \sum_{j=1}^{Nharm} (A'_{jk} \sin(2\pi j f t_i) + B'_{jk} \cos(2\pi j f t_i))$$

donde v'_{ik} son las lecturas del voltímetro no corregidas. La frecuencia, f , es medida con el mismo multímetro. El índice k hace referencia al número de *burst* al cual pertenecen las muestras que se están utilizando. Al igual que en el algoritmo de Swerlein los *bursts* están alejados unos de otros por $\tau_D = \frac{1}{N_{burst} f}$.

Los parámetros de muestreo que se utilizan se obtienen por el método propuesto por Swerlein en su algoritmo. Por lo tanto, la forma de obtener estos parámetros como el hecho de obtener varios conjuntos de muestras desfasados unos de otros son lo que tienen en común el presente algoritmo y Swerlein. Sin embargo, a diferencia de éste lo que aquí se promedian son los coeficientes estimados, y esto no es lo mismo que promediar los valores eficaces.

De la última ecuación se puede hallar una expresión matricial en la cual se incluya a todas las mediciones:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{x}_k$$

$$\begin{bmatrix} v'_{1k} \\ v'_{2k} \\ \vdots \\ v'_{Numk} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_k \begin{bmatrix} A'_{0k} \\ A'_{1k} \\ \vdots \\ A'_{Nharmk} \\ B'_{1k} \\ \vdots \\ B'_{Nharmk} \end{bmatrix}$$

donde las dimensiones de \mathbf{y} son: $Num \times 1$, las de \mathbf{x} : $2Nharm+1 \times 1$ y las de la matriz \mathbf{W} son: $Num \times 2Nharm+1$.

Para cada *burst* se obtiene un conjunto de mediciones \mathbf{y}_k , una matriz \mathbf{W}_k y un vector de coeficientes estimados \mathbf{x}_k .

La matriz \mathbf{W}_k se arma como,

$$\mathbf{W}_k = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2}\cos(2\pi ft_1) & \dots & \sqrt{2}\cos(2\pi mft_1) \\ 1 & \sqrt{2}\cos(2\pi ft_2) & \dots & \sqrt{2}\cos(2\pi mft_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \sqrt{2}\cos(2\pi ft_{Num}) & \dots & \sqrt{2}\cos(2\pi mft_{Num}) \\ \\ \sqrt{2}\sen(2\pi ft_1) & \dots & \sqrt{2}\sen(2\pi mft_1) \\ \sqrt{2}\sen(2\pi ft_2) & \dots & \sqrt{2}\sen(2\pi mft_2) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{2}\sen(2\pi ft_{Num}) & \dots & \sqrt{2}\sen(2\pi mft_{Num}) \end{pmatrix}$$

La matriz pseudoinversa que se obtiene a causa de que el sistema anterior de ecuaciones es sobredeterminado es:

$$\mathbf{x}_k = (\mathbf{W}_k^T \mathbf{W}_k)^{-1} \mathbf{W}_k^T \mathbf{y}_k$$

Hasta aquí se obtuvieron las estimaciones de las componentes de frecuencia, pero hay errores que deben ser corregidos. En lugar de corregir el modelo recién mostrado se corrige, por linealidad, el cálculo del valor eficaz.

Adicionalmente en el trabajo [13] se presenta un mecanismo basado en la transformada discreta de Fourier (DFT). En el mismo se asume que el muestreo es sobre una cantidad exacta de períodos de la señal medida (aunque se sabe que en general no sucede), es decir, $NT_{samp} = n/f$ siendo n un número entero. En este caso y llamando $\mathbf{F}_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{W}_k$ se obtiene:

$$\mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{Num} \cos^2(\omega t_i) & \dots & \cdot \\ \vdots & \ddots & \cdot \\ \sum_{i=1}^{Num} \cos(\omega t_i)\cos(m\omega t_i) & \dots & \sum_{i=1}^{Num} \cos^2(m\omega t_i) \\ \sum_{i=1}^{Num} \cos(\omega t_i)\sen(\omega t_i) & \dots & \sum_{i=1}^{Num} \cos(m\omega t_i)\sen(\omega t_i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{Num} \cos(\omega t_i)\sen(m\omega t_i) & \dots & \sum_{i=1}^{Num} \cos(m\omega t_i)\sen(m\omega t_i) \\ \\ \cdot & \ddots & \cdot \\ \vdots & \ddots & \cdot \\ \sum_{i=1}^{Num} \sen^2(\omega t_i) & \dots & \cdot \\ \vdots & \ddots & \cdot \\ \sum_{i=1}^{Num} \sen(\omega t_i)\sen(m\omega t_i) & \dots & \sum_{i=1}^{Num} \sen^2(m\omega t_i) \end{pmatrix}$$

Los elementos de la diagonal equivalen a $Num/2$ mientras que los que estan fuera de la misma son nulos bajo las condiciones supuestas. Por lo tanto, la ecuación para obtener las estimaciones se transforma en:

$$\mathbf{x}_k = \frac{2}{Num} \mathbf{W}_k^T \mathbf{y}_k$$

Esta última ecuación es la misma que se utiliza para la determinación de la transformada discreta de Fourier en forma matricial.

El método basado en la DFT que aquí se utiliza se diferencia del método puro de la DFT en que éste toma varios *bursts* de mediciones y promedia las estimaciones de estas. Además es más rápido que el basado en cuadrados mínimos puesto que existe el algoritmo de la FFT optimizado para obtener gran velocidad de cálculo.

Por lo tanto, bajo las condiciones dadas, los estimadores de cuadrados mínimos de los coeficientes de la serie de Fourier coinciden con los correspondientes de la transformada discreta. Y los errores debidos a que las condiciones supuestas no se cumplen se minimizan promediando las estimaciones de todos los *bursts*.

Una vez que se promedian todas la amplitudes de todos los *bursts* y se promedian se procede a la estimación del valor eficaz como,

$$V_{ACRMS} = \sqrt{\sum_{j=1}^{Nharm} (A_j^2 + B_j^2)}$$

En ésta última expresión se ve que ya no se hace referencia a ningún *burst*.

El promedio de las estimaciones de los coeficientes se realiza para minimizar el error dependiente del tiempo de comienzo del muestreo. Es decir, en [16] Kyriazis llama matriz de error a: $\Lambda_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{W}_k - \frac{N}{2} \mathbf{I}_{2Nharm}$. Como se comentó si se elige $N T_{samp}$ muy cercado a una cantidad entera de períodos se puede acotar el valor de los elementos de ésta matriz. Si se elige el τ_D de la misma forma que hace Swerlein y se promedian los $\mathbf{F}_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{W}_k$ sobre todos los *bursts* se cancelarán todas las matrices de error.

Con la descomposición espectral también pueden hallarse los desfases entre armónicos. En caso de hacerlo se procede de igual manera que para las amplitudes: se estiman los desfases por *burst* y luego se promedian. El valor de la fase de cada armónico se obtiene a partir de,

$$\theta_j = \tan^{-1} \left[\frac{B_j}{A_j} \right]$$

Por último, en el trabajo se indican las fuentes de error y los factores de corrección junto con las incertidumbres asociadas.

En [15] se extiende el trabajo [13] pero para la medición precisa de las magnitudes de los armónicos y desfases de dos señales de tensión

arbitrarias. Para la medición de los desfases entre los correspondientes armónicos de las dos señales es que los dos multímetros se conectan en configuración *master-slave*. Nuevamente los parámetros de muestreo se obtienen de la misma forma que en [5] y se toma un total de N_{burst} conjuntos de Num muestras cada uno. El nivel de disparo del multímetro *master* se utiliza para comenzar cada *burst* retardado por $k\tau_D$ a partir del cruce por cero con $k = 0 \dots N_{burst} - 1$. A pesar que el mecanismo de disparo de ambos multímetros esta conectado mediante un cable existe igualmente un *delay* d entre los disparos que se producen en uno y en otro.

Al igual que en el trabajo anterior cada *burst* se puede modelar como:

$$y_{pk} = W_{pk} x_p$$

donde el subíndice hace referencia a al multímetro 1 ó 2 y k al *burst* de ése multímetro. Tanto las matrices como los vectores y las ecuaciones son idénticos a los de [13] atendiendo a que multímetro se este utilizando. Las estimaciones obtenidas no estan corregidas por errores sistemáticos. De los dos métodos tratados en el trabajo anterior aquí sólo se utiliza el de la DFT que como se dijo lleva a la estimación de los coeficientes de una serie finita de Fourier por *burst* y luego estos son promediados. Matemáticamente,

$$x_p = \frac{1}{N_{burst}} \sum_{k=0}^{N_{burst}-1} \left(\frac{2}{Num} W_{pk}^T y_{pk} \right)$$

La estimación del valor eficaz se realiza de la misma manera para cada canal. Lo mismo sucede para las fases. A partir de éstas es que se obtienen los desfases entre los j -ésimos armónicos de las dos señales arbitrarias.

A lo largo del trabajo se habla de la amplitud de los armónicos relativa a la fundamental en lugar de hablar directamente de la amplitud y se denota por $d_j = \frac{(x)_j}{V_1}$.

Como se conoce exactamente la forma de la señal sintetizada por la fuente (HP3245) es que Kyriazis analiza las diferencias entre los coeficientes estimados por el algoritmo y los calculados. Es por esta razón que tanto en [15] como en [16] se comparan varias formas de onda, cada una con una distorsión armónica distinta.

Es interesante resaltar que en un párrafo del presente trabajo Kyriazis afirma que la sensibilidad de la salida del algoritmo frente a errores en el valor de la frecuencia se evaluó de manera experimental y que no se detectó influencia de la misma cuando los errores se encontraban dentro de $\pm 10^{-5}$ de la lectura. Esta misma influencia fue evaluada en el laboratorio y se vio que la exactitud del multímetro 3458, según el manual, es de 0.01 % de la lectura. En este punto fue que se decidió continuar con el trabajo [2].

7. Trabajo de Umberto Pogliano

Se encuentra que la estimación hecha por Kyriazis es muy dependiente de la frecuencia. Los multímetros en su función de medición de frecuencia no son muy exactos. En realidad las mediciones de frecuencia son corregidas por la constante interna del instrumento *CAL245*. A pesar de esta corrección la medición sigue sin ser buena para el ajuste por cuadrados mínimos.

Haciendo diferentes pruebas *testeando* la influencia del valor de frecuencia utilizado en el error de la estimación se determinó que aun con desviaciones tan chicas como 10ppm en la frecuencia ya traía aparejados grandes diferencias en la estimación.

El método que se presenta a continuación hace frente a esta dificultad.

El trabajo de Pogliano presenta, a diferencia de la propuesta de Kyriazis, la posibilidad de estimar no sólo los coeficientes de la serie de Fourier sino también la frecuencia.

La propuesta de Pogliano es desarrollar la serie de Fourier que utiliza Kyriazis en serie de Taylor de la frecuencia. De esta manera se logra linealizar la serie de Fourier en la frecuencia y se pueden extender las matrices utilizadas en la sección anterior para lograr la estimación adicional de la frecuencia. De esta manera se logra una muy buena estimación de la frecuencia real de la señal medida aunque el método de cuadrados mínimos se torna iterativo.

Como el método es iterativo se necesita siempre contar con las estimaciones de la iteración anterior. La primer estimación se obtiene realizando cuadrados mínimos convencional, utilizando como valor de frecuencia una estimación por DFT. En realidad, como se vio en la sección anterior, se necesita una buena estimación de la frecuencia por lo que se recurre al uso de la IpDFT o *improved discrete fourier transform*.

El algoritmo comienza estimando los coeficientes de continua (V_0), de los senos (V_{ch}) y de los cosenos (V_{sh}) que minimizan el error cuadrático con la señal medida, es decir:

$$\sum_{n=1}^{Num} (v(t_n) - Sv_n)^2$$

donde $v(t_n)$ son los coeficientes estimados y Sv_n son las muestras tomadas con el multímetro.

Así se logra la primer estimación de parámetros.

Luego, expandiendo la serie de Fourier en una serie de Taylor en frecuencia se evalúa un nuevo juego de parámetros que incluye a la corrección de frecuencia df . En este caso el algoritmo minimiza:

$$\sum_{n=1}^{Num} (v^*(t_n, df) - Sv_n)^2$$

Con df se computa el nuevo valor de frecuencia. Este cálculo se repite hasta que df se hace despreciable.

Pasando esto último a expresiones matemáticas:

$$\begin{aligned}
 v'(n) &= A'_0 + \sum_{k=1}^m (A'_k \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f \cdot n \cdot T \text{samp}) \\
 &\quad + B'_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f \cdot n \cdot T \text{samp})) \\
 \hat{v}'(n, f) &\approx A'_{0_i} + \sum_{k=1}^m (A'_{k_i} \cdot \sin(2 \pi k f n T \text{samp}) \\
 &\quad + B'_{k_i} \cos(2 \pi k f n T \text{samp})) \\
 &\quad + \left(\sum_{k=1}^m 2 k \pi n T \text{samp} [- B'_{k_{i-1}} \sin(2 \pi k f n T \text{samp}) \right. \\
 &\quad \left. + A'_{k_{i-1}} \cos(2 \pi k f n T \text{samp})] \right) df
 \end{aligned}$$

siendo: $f_i = f_{i-1} + df$ y $m = N \text{harm}$. La matriz \mathbf{W} utilizada en este caso es:

$$\begin{pmatrix}
 1 & \sqrt{2} \cos(2\pi f t_0) & \dots & \sqrt{2} \cos(2\pi m f t_0) & \sqrt{2} \sin(2\pi f t_0) & \dots & \sqrt{2} \sin(2\pi m f t_0) \\
 1 & \sqrt{2} \cos(2\pi f t_1) & \dots & \sqrt{2} \cos(2\pi m f t_1) & \sqrt{2} \sin(2\pi f t_1) & \dots & \sqrt{2} \sin(2\pi m f t_1) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 1 & \sqrt{2} \cos(2\pi f t_{N_{um}}) & \dots & \sqrt{2} \cos(2\pi m f t_{N_{um}}) & \sqrt{2} \sin(2\pi f t_{N_{um}}) & \dots & \sqrt{2} \sin(2\pi m f t_{N_{um}})
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 \sum_{k=1}^m 2k\pi n T \text{samp} [- B'_{k_{i-1}} \sin(2\pi k f n T \text{samp}) + A'_{k_{i-1}} \cos(2\pi k f n T \text{samp})] \\
 \sum_{k=1}^m 2k\pi n T \text{samp} [- B'_{k_{i-1}} \sin(2\pi k f n T \text{samp}) + A'_{k_{i-1}} \cos(2\pi k f n T \text{samp})] \\
 \vdots \\
 \sum_{k=1}^m 2k\pi n T \text{samp} [- B'_{k_{i-1}} \sin(2\pi k f n T \text{samp}) + A'_{k_{i-1}} \cos(2\pi k f n T \text{samp})]
 \end{pmatrix}$$

El trabajo de Pogliano [2] permite incluso trabajar con sistemas de $\cos(\phi)$ cercanos a cero. Esta desarrollado para trabajar con un conversor analógico a digital del tipo integrativo. Permite además llevar trazabilidad para tensiones de ac de frecuencias menores 20Hz, donde los sistemas basados en convertidores térmicos tiene alta incertidumbre.

Pogliano aplica los pasos anteriores con el canal de tensión, es decir, ajusta f hasta que df tiende a cero, obteniendo todos los coeficientes de la señal de tensión. Como ya se conoce f y es la misma para tensión y corriente es que para ésta última no se aplica cuadrados mínimos iterativo sino el método convencional utilizando como frecuencia la obtenida en el

canal de tensión. En el programa armado en el laboratorio, a diferencia, se estima también la frecuencia para el canal de corriente aunque luego para los cálculos que siguen se usa la frecuencia obtenida de uno sólo de los canales.

Se vió anteriormente que el conversor A/D integrativo introduce un error sistemático por el cual las muestras tomadas deben ser corregidas. Esta corrección se realiza directamente en los coeficientes estimados de la serie de Fourier de cada canal ya que la corrección depende de la frecuencia.

Otra fuente de error que debe corregirse es el delay entre los dos canales. Pogliano corrige por esta razón a los coeficientes de la corriente dejando a los de tensión inalterados. En el programa desarrollado en el laboratorio la corrección se realiza directamente en el $\cos(\phi)$.

Los 500ns que, en promedio, se obtienen de retardo entre los dos multímetros son para ambos trabajando en el mismo rango. Cuando operan en rangos diferentes se encuentran *delays* mayores. Aunque no se probó en el laboratorio Pogliano dice en su trabajo que la amplitud de las señales en los dos canales al momento de medir el *delay* puede ser distinta sin afectar el valor.

En un trabajo anterior de Pogliano [3] se indica la manera en que en el IEN seleccionan los parámetros de muestreo. Los parámetros más importantes a configurar son:

T_{oper} tiempo de integración del IADC (directamente relacionado con la resolución).

T_{samp} siempre mayor al tiempo de apertura. Se elige para tener un número de muestras por ciclo adecuado para la reconstrucción de la señal.

Num número de muestras en cada medición.

8. Verificaciones

El método más preciso para determinar el valor rms de una tensión ac es la transferencia ac-dc con un *conversor térmico multijuntura (MJTC)*. Contra éste es que se comparó la implementación propia del algoritmo de Swerlein y contra éste último se validó, en cuanto a la estimación del valor eficaz, la implementación propia del trabajo de Pogliano.

El algoritmo de Swerlein aunque se utiliza para medir valor eficaz ha sido ampliamente probado, reconocido y adoptado por muchos laboratorios importantes. Es por estas razones que se utiliza como referencia para evaluar a otros algoritmos.

Un termoconversor esta constituido por un *heater* y una o varias termocuplas. La ac y dc a comparar se aplican al *heater* (U_{iac} y U_{idc}) y se mide la salida de la termocupla (U_{Oac} y U_{Odc}). La *diferencia ac-dc* se obtiene del siguiente cociente:

$$\delta_{ac-dc} = \frac{U_{iac} - U_{idc}}{U_{idc}}$$

cuando $U_{Odc} = U_{Odc}$ (o su diferencia esta por debajo de un dado valor).

Los resultados de las *diferencias ac-dc medidas* se exponen a continuación:

Frecuencia=11Hz				
Swerlein vs PMJTC-90		Pogliano vs Swerlein		
δ_{ac-dc}	$\sigma_{\delta_{ac-dc}}$	Swerlein	Pogliano	Δ
-3.82 ppm	0.38 ppm	1.494978	1.494978	$2.39 \cdot 10^{-8}$
-5.03 ppm	0.09 ppm			

Frecuencia=21Hz				
Swerlein vs PMJTC-90		Pogliano vs Swerlein		
δ_{ac-dc}	$\sigma_{\delta_{ac-dc}}$	Swerlein	Pogliano	Δ
-2.33 ppm	0.13 ppm	1.494981	1.494981	$-2.22 \cdot 10^{-7}$
-2.03 ppm	0.15 ppm			

Frecuencia=53Hz				
Swerlein vs PMJTC-90		Pogliano vs Swerlein		
δ_{ac-dc}	$\sigma_{\delta_{ac-dc}}$	Swerlein	Pogliano	Δ
-	-	1.495017	1.495017	$1.58 \cdot 10^{-7}$

Frecuencia=33Hz				
Swerlein vs PMJTC-90		Pogliano vs Swerlein		
δ_{ac-dc}	$\sigma_{\delta_{ac-dc}}$	Swerlein	Pogliano	Δ
-1.67 ppm	0.13 ppm	-	-	-
-1.53 ppm	0.10 ppm			

Frecuencia=40.4Hz				
Swerlein vs PMJTC-90		Pogliano vs Swerlein		
δ_{ac-dc}	$\sigma_{\delta_{ac-dc}}$	Swerlein	Pogliano	Δ
-1.47 ppm	0.11 ppm	-	-	-
-1.67 ppm	0.12 ppm			

Como se indicó en la sección correspondiente Swerlein mide bien cuando se promedian las estimaciones de los valores eficaces de todos los bursts. Pogliano, en cambio, no necesita dicho promediado ya que tampoco necesita tomar varias secuencias de datos. Sin embargo, y al sólo hecho de comparar ambos métodos aquí se promediaron las estimaciones de los valores eficaces que cada método obtiene de cada burst.

Por otro lado, para asegurar que se estaba midiendo bien la fase en el programa implementado se utilizó el trabajo de Gerard Stenbakken ([7]).

Él analiza qué sucede cuando, utilizando integración discreta para obtener la potencia activa y despreciando el error de truncamiento, existe un *delay* entre los canales de tensión y corriente. En ese caso el error será la diferencia entre el valor que debería tomar la potencia y el que toma realmente:

$$\begin{aligned}
 E_d &= \frac{VI}{2} \cos(\beta) - \frac{VI}{2} \cos(\beta + \omega\tau_d) \\
 &= \frac{VI}{2} \cos(\beta) [1 - \cos(\omega\tau_d)] + \frac{VI}{2} \operatorname{sen}(\beta) \operatorname{sen}(\omega\tau_d)
 \end{aligned}$$

En general $\omega\tau_d$ es pequeño por lo tanto son válidas las siguientes aproximaciones: $\cos(\omega\tau_d) \approx 1$ y $\operatorname{sen}(\omega\tau_d) \approx \omega\tau_d$ y el error puede aproximarse por:

$$E_d \approx \frac{VI}{2} \omega\tau_d \operatorname{sen}(\beta)$$

Se ve el error depende del ángulo de fase entre tensión y corriente así que realizando varias mediciones con distinto β y haciendo algunas cuentas se puede estimar el desfase de manera independiente de la utilizada actualmente en el laboratorio.

Las cuentas se hacen atendiendo a las siguientes definiciones de variables:

- θ_A : error de fase del calibrador a 90° con valor de tensión V_A .
- θ_B : error de fase del calibrador a 270° con valor de tensión V_B .
- τ_d : *delay* diferencial entre los canales de tensión y corriente.
- β : desfase entre los canales de tensión y corriente seteados en el calibrador.

El canal A de la fuente 3245 es la que utilizamos como referencia y al canal B tanto como V_A como V_B . Las mediciones a tomar son cuatro. La primera es PN90 y para ella el $\beta = 90^\circ$. Luego se mide PR90 en donde se invierten los canales de la fuente, es decir, si la señal del canal A de la fuente iba al *master* pasa al *slave* y viceversa. Lo mismo para el canal B. Con esta inversión se agrega un desfase de 180° a la medición anterior. La configuración de la fuente recién se modifica para las siguientes dos mediciones. La tercera medición es PN270 en donde el desfase configurado en la fuente es de 270° . Dice el autor que las fuentes digitales son muy lineales por lo que el error de fase que aparece cuando la fuente esta configurada con un desfase de 90° es el mismo que cuando se la configura con 270° . Las cuatro mediciones que se hacen caen una en cada cuadrante.

Para las pruebas se utilizaron las mediciones de potencia de Pogliano y las de valor eficaz de Swerlein. En los valores dados por Pogliano el *delay* entre los canales maestro y esclavo ya estaba corregido por lo que de existir aun una parte no corregida ésta debe ser muy pequeña.

Se realizaron las cuatro mediciones necesarias y se repitieron tres veces:

MEDIDA 1					
PN90	PR90	PN270	PR270	τ_d	θ
7.30e-6	7.50e-6	-7.78e-6	-7.43e-6	-1.1e-10	-7.5e-6

MEDIDA 2					
PN90	PR90	PN270	PR270	τ_d	θ
6.92e-6	7.14e-6	-7.56e-6	-7.31e-6	-2.4e-11	-7.2e-6

En la última medición se eliminó la corrección del tiempo de *delay* y se obtuvo:

MEDIDA 3					
PN90	PR90	PN270	PR270	τ_d	θ
-1.51e-4	1.65e-4	1.52e-4	-1.66e-4	4.75e-7	-7.13e-6

El último *delay* esta de acuerdo con lo valores obtenidos por el programa utilizado en el laboratorio. Por otro lado se ve la gran estabilidad del error de fase de la fuente.

Referencias

- [1] Endre Tóth, Ana María Ribeiro Franco and Rosane M. Debatin, "Power and Energy Reference System, Applying Dual-Channel Sampling", *IEEE Trans. Instrum Meas.*, vol.54, no. 1, pp. 404-408, Feb 2005.
- [2] Umberto Pogliano, "Use of Analog-to-Digital Converters for High-Precision Measurement of Electrical Power", *IEEE Trans. Instrum Meas.*, vol.50, no. 5, pp. 1315-1318, Oct 2001.
- [3] Umberto Pogliano, "Precision Measurement of AC Voltage Below 20 Hz at IEN", *IEEE Trans. Instrum Meas.*, vol.46, no. 2, pp. 369-372, Apr 1997.
- [4] M. Kampik, H. Laiz, and M. Klonz, "Comparison of three accurate methods to measure ac voltage at low frequencies", *IEEE Trans. Instrum Meas.*, vol.49, no. 2, pp. 429-433, Apr 2000.
- [5] R.L. Swerlein, "A 10ppm Accurate Digital ac Measurement Algorithm", *Hewlett-Packard internal publication*, Aug 1991.
- [6] R.L. Swerlein, "Precision AC Voltage Measurement Using Digital Sampling Techniques", *Hewlett-Packard Journal*, Apr 1989.
- [7] G.N. Stenbakken, "Dual-channel sampling systems", *Electronic Instrumentation and Metrology, Electrosystems Division, National Bureau of Standards*, vol.MD 20899, pp. 55-73.
- [8] G.N. Stenbakken, "A wideband sampling wattmeter", *IEEE Trans. on Power Appar. and Syst.*, vol.PAS-103, pp. 2919-2926, Oct. 1984.
- [9] C.G. Hughes, III and H.A. Musk, "A Least Squares Method for Analysis of Pair Comparison Measurements", *Metrología*, vol. 8, no. 3, pp. 109-113, 1972.
- [10] IEEE Standard 1057-1994, "IEEE Standard for Digitizing Waveform Recorders", Dec 1994.
- [11] S. Svensson, "Power Measurement Techniques for nonsinusoidal Conditions", Göteborg, Sweden: Chalmers Univ. Technol., 1999.
- [12] G.A. Kyriazis and M.L.R. de Campos, "Bayesian inference of linear sine-fitting parameters from integrating digital voltmeter data", *Meas. Sci. Technol.*, 15, pp. 337-346, Feb 2004.
- [13] G.A. Kyriazis, "Extension of Swerlein's Algorithm for AC Voltage Measurement in the Frequency Domain", *IEEE Trans. Instrum Meas.*, vol. 52, no. 2, Apr 2001.

- [14] G.A. Kyriazis, "Exension of Swerlein's Algorithm for AC Voltage Measurement in the Frequency Domain", CPEM 2002, Ottawa, Canada.
- [15] G.A. Kyriazis and M.L.R. de Campos, "An Algorithm for Accurately Estimating the Harmonic Magnitudes and Phase Shifts of Periodic Signals With Asynchronous Sampling", IEEE Trans. Instrum Meas., vol. 54, no. 2, Apr 2005.
- [16] G.A. Kyriazis and M.L.R. de Campos, "An Algorithm for Accurately Estimating the Harmonic Magnitudes and Phase Shifts of Periodic Signals With Asynchronous Sampling", Simposio de Metrología, Querétaro, México, Oct 2004.
- [17] G.A. Kyriazis and R. Swerlein, "Evaluation of Uncertainty in AC Voltage Using a Digital Voltmeter and Swerlein's Algorithm", in CPEM Dig., 2002.
- [18] R. Lapuh, "Accurate Phase Measurement with Two Sampling Voltmeters", IEEE Trans. Instrum Meas., Tech. Conf. 2001.
- [19] A. Muciek, "A Method for Precise RMS Measurement of Periodic Signals at Low Frequencies", Worclaw Univ. of Technol., vol. 56, pp. 513-516, Apr 2007.



Explicación del programa

El programa principal es el *swerlein-pogliano.vi* que se explica a continuación y en cada una de las secciones que siguen se explican los subprogramas necesarios.

Toma de datos: (swerlein-pogliano.vi)

La medición de potencia se basa en el trabajo *Use of Integrative Analog-to-Digital Converters for High Precision Measurement of Electrical Power* en IEEE Trans. on Inst. and Meas., vol.50, No.5, Oct.2001, publicado por Humberto Pogliano. A pesar de que este trabajo no habla de la manera de obtener las muestras de tensión y de corriente con las que posteriormente va a trabajar Pogliano tiene publicado un trabajo anterior en el que sí hace mención a ello (*Precision Measurement of AC Voltaje Below 20 Hz at IEN*, IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol.46, No.2, Apr.1997).

En el trabajo desarrollado aquí se utiliza el *Algoritmo de Swerlein*¹ para obtener las muestras citadas. Éste algoritmo permite que mediante los multímetros digitales HP 3458 se puedan obtener muestras que prácticamente coincidan (con muy poco error) con una cantidad entera de períodos de la señal.

Los parámetros de entrada al programa son los que utiliza la implementación del algoritmo de Swerlein y consisten en:

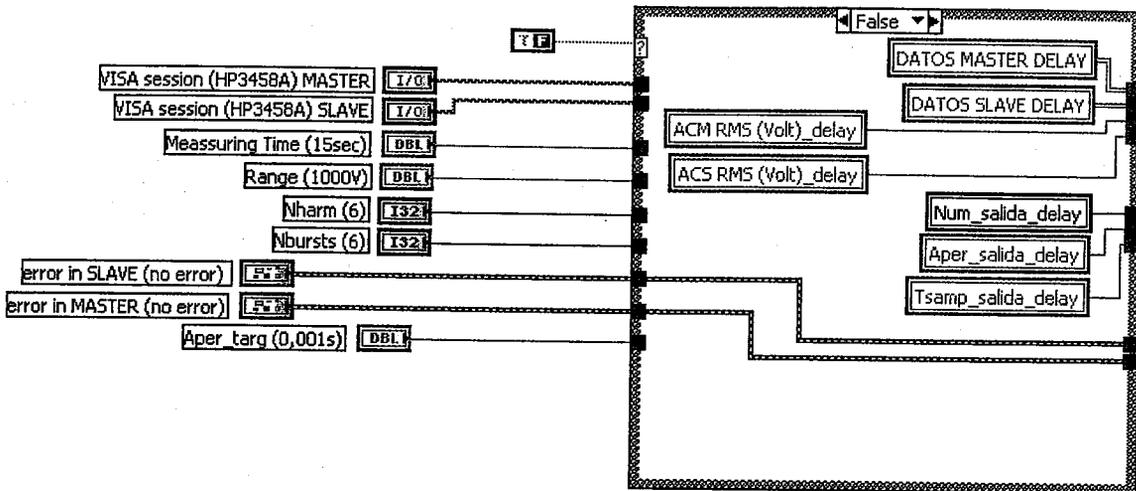
- Measuring time
- Number of harmonics (Nharm)
- Range
- Number of bursts (Nburst)
- Aperture target (Aper_targ)

Todos estos parámetros junto con las direcciones GPIB de ambos multímetros (master y slave) se mandan como entradas a la subrutina .

Debido a unas pruebas que se hicieron comparando los valores medidos entre el C12 y el presente método es que en el programa *swerlein-pogliano.vi* todo se repite una cantidad *Numeric* de veces por medio de un ciclo.

Ambos multímetros se encuentran sincronizados entre sí por medio de un cable que vincula sus señales de disparo. Existe un desfase entre ambos disparos que introduce un error sistemático a la medición pero que puede ser medido y corregido. Para ello cada vez que se realiza una medición de potencia se realiza antes otra medición a fin de conocer el *delay* entre ambos multímetros. En esta medición se ingresa la misma señal ambos 3458 y mediante el procesamiento de las señales medidas por ambos se determina dicho tiempo. Se detecto mediante ensayos que el valor de este *delay* es muy estable por lo que se decidió medirlo una sola vez y utilizar esa medida para todas las subsecuentes medidas de potencia (por lo menos para todas las mediciones de potencia del día). Es por esta razón que en la siguiente figura (frame 3 del programa) se tiene:

¹ A 10ppm Accurate Digital AC Measurement Algorithm, in Proc.NCSL,pp17-36, Albuquerque,USA,Aug1991.



donde en caso que el true/false este en T se toman muestras por Swerlein (*Swerlein2CANALES-dc.vi*) para la determinación del delay, y que caso contrario se utilizan todos los datos de la última medición del mismo.

En el siguiente tab se inicializa el convertidor de potencia C12 con el que se va a comparar el valor de potencia que se obtenga.

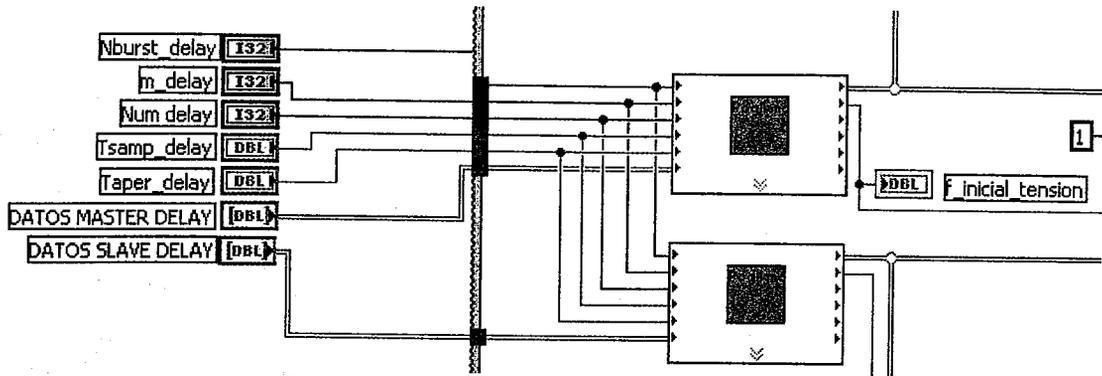
El siguiente paso es la medición de las señales de tensión y de corriente de las que se quiere conocer la potencia que entregan. Es importante resaltar el hecho que la primer medición que se hizo para la determinación del delay se hizo colocando la misma señal en ambos canales. Cada vez que se desee realizar una medición de potencia se deberán hacer dos mediciones: una para determinar el delay y otra con la medición en sí. Es por esta razón que cuando se realizan muchas mediciones seguidas se calcula el delay una sola vez y este valor se utiliza para todas las mediciones que siguen. De la misma manera que se comentó al principio se mandan los parámetros de entrada al algoritmo de Swerlein (*Swerlein2CANALES-dc.vi*).

Contando con todas las mediciones obtenidas por Swerlein (4 arrays en total, master y slave para el delay y master y slave para potencia) se envían al programa *pogliano-potencia.vi*.

Determinación de la potencia: (*pogliano-potencia.vi*)

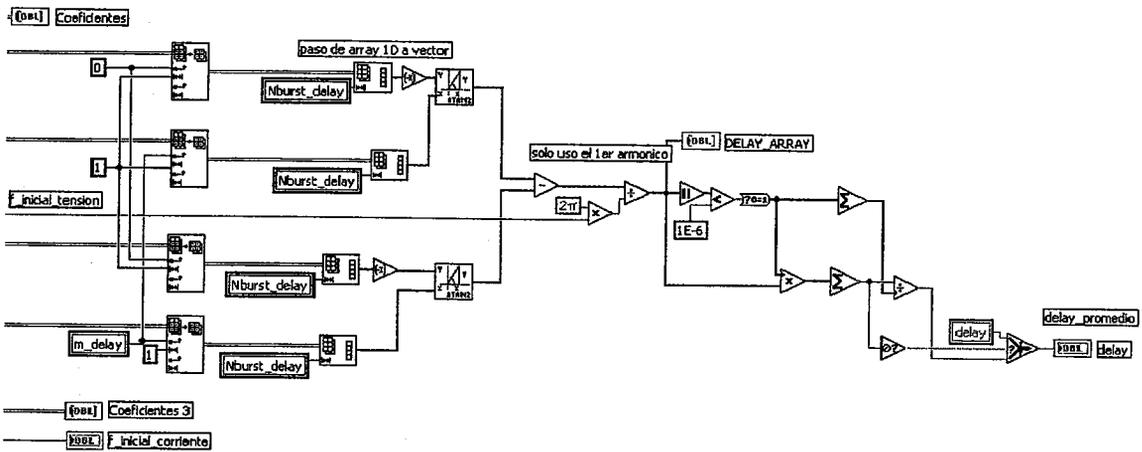
Aquí lo primero que se hace es mandar todos los datos medidos y los parámetros ingresados al subprograma *pogliano.vi*, que devuelve los coeficientes de la serie de Fourier ajustada a los mismos. La serie de Fourier esta troncada y va desde el término de DC hasta el armónico Nharm. El algoritmo de Swerlein citado en la sección anterior se encarga, como se dijo, de tomar muestras en un intervalo que sea lo más parecido posible a una cantidad entera de períodos de la señal medida. A su vez el muestreo contempla dejar pasar hasta el armónico Nharm es decir que la frecuencia de muestreo $fsamp \geq 2 fseñal Nharm$. Por lo tanto, la serie de Fourier considera hasta el último armónico que el muestreo permite discernir.

En una sección próxima se analizará como funciona este subprograma.



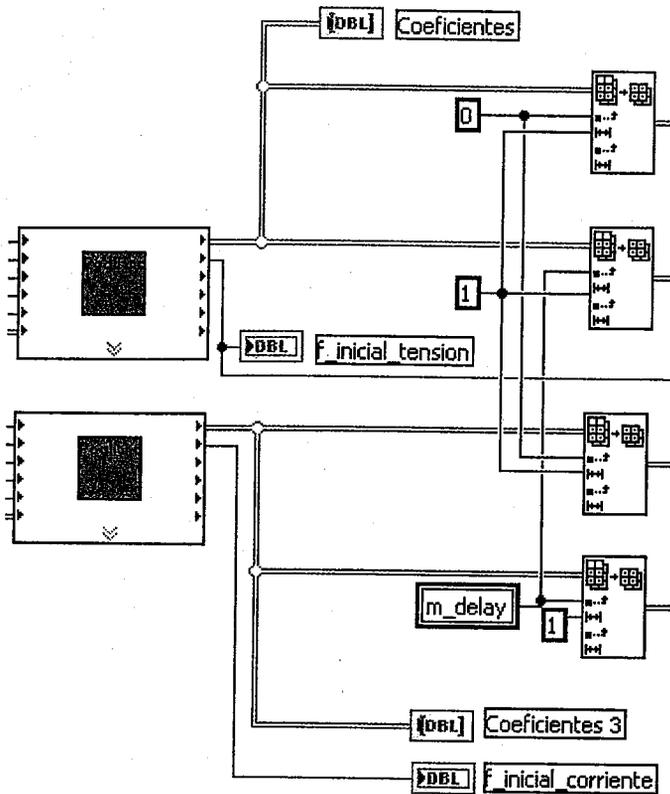
Al punto que muestra la figura anterior se cuenta con los coeficientes (líneas gruesas) de las series de Fourier, en senos y cosenos, ajustadas a los datos tomados por cada uno de los multimetros, y con las frecuencias (fundamentales) ajustadas a cada una dichas señales (líneas finas).

Como se mencionó anteriormente los datos ajustados corresponden a la medición del delay. Para determinarlo se utiliza el siguiente pedazo de programa (que se continua de la imagen anterior):



incia que estimo para la tension y la usa para la corriente usando para esta cuadrados mirimos glano para ambos canales.

A continuación se analiza cada bloque por separado.



de la línea de más arriba se obtiene un array con los coeficientes de los cosenos de la serie que ajusta a los datos de tensión (en realidad a los datos del multimetro master que no necesariamente coinciden con la medición de tensión). La segunda línea yendo de arriba hacia abajo corresponde a los coeficientes del seno de la misma serie de datos. Para los datos por el otro multimetro se descompone de la misma manera obteniendo los coeficientes del coseno y del seno para el slave, en la anteúltima y última posiciones respectivamente, siguiendo el mismo orden.

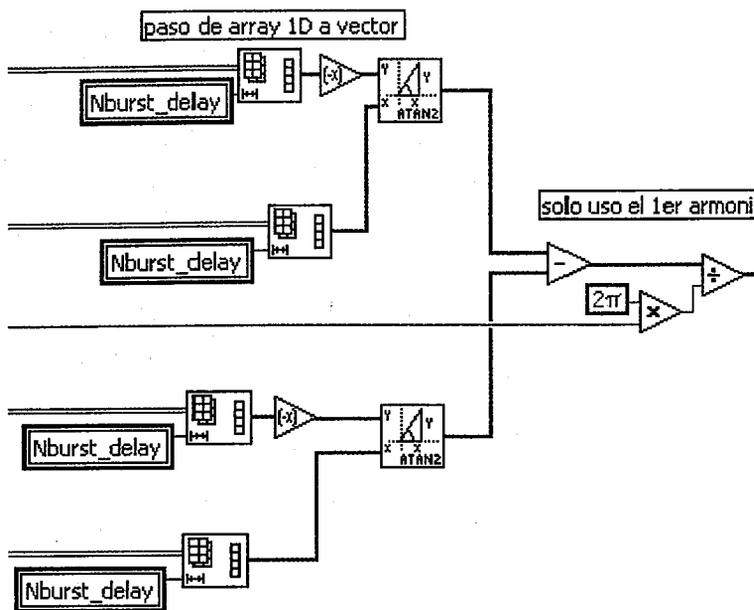
Cada array resultante contiene N_{harm} o m coeficientes. Sin embargo el array inicial que sale del subprograma *pogliano.vi* tiene dimensión $2m + 2$ ya que también incluye la corrección de la DC y la corrección de la frecuencia.

A partir de la serie de Fourier en término de senos y cosenos se puede llegar a la misma serie pero como suma de exponenciales. Esta representación es útil para tener en un solo término toda la información de cada armónico. De esta forma se conoce el módulo con que participa cada armónico en la serie y la fase. Si se llama A_i a los coeficientes que acompañan a los cosenos y B_i a los del seno las siguientes relaciones son válidas:

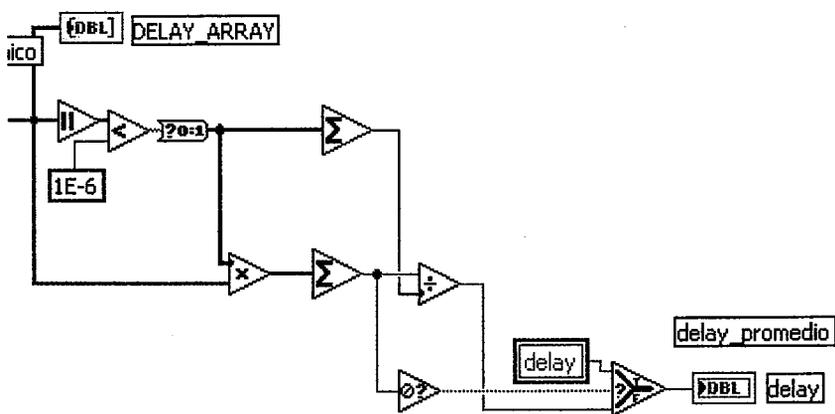
$$|C_i| = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}$$

$$\phi_i = \tan^{-1}\left(-\frac{B_i}{A_i}\right)$$

Para el cálculo de la arco-tangente se usa la función *atan2(.)* que devuelve un ángulo en el cuadrante que corresponda.

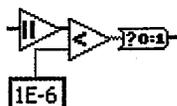


Se obtiene por lo tanto dos nuevos arrays que contienen las fases de cada armónico para cada una de las señales. Restando elemento a elemento ambos arrays se obtienen los desfases por armónico entre la señal del master y la del slave. Dado que esta señal esta en radianes y se quiere conocer en tiempo se divide a cada elemento del array por $2\pi f$. Como se mencionó al comienzo este es el *delay* que hay entre los dos multímetros y que hace que las muestras tomadas por cada uno de ellos no coincidan en el instante en que se toman.



Una cosa que no se indicó es que el algoritmo de Swerlein toma varias secuencias de datos. Cada una de ellas se denomina burst y dicho algoritmo las usa para que en el promedio de los valores eficaces de cada uno de estos bursts se minimice uno de los errores sistemáticos que aparecen. Esto es porque el algoritmo de Swerlein sirve para medir de forma muy exacta el valor eficaz.

Por lo tanto todos los arrays columna mencionados en realidad son matrices donde cada columna son los coeficientes de los ajustes de cada burst. Así que se tienen N_{burst} determinaciones de *delay*. Dado que el valor esperable de delay es de alrededor de 500ns es que en la figura anterior se compara con un límite (en este caso 1us):

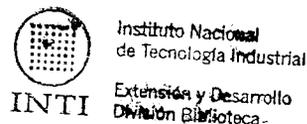
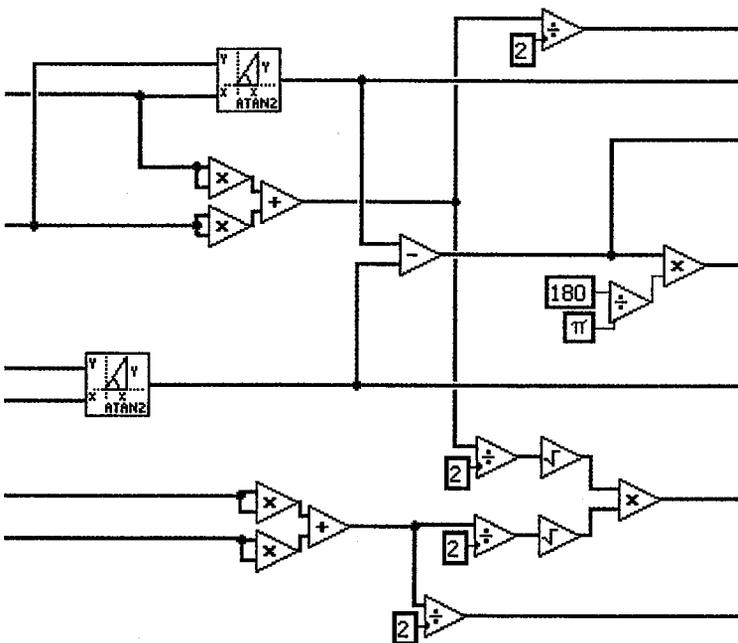


de la comparación se genera otro array donde en la posición de los valores que superan dicho límite se colocan ceros y uno en las restantes. Multiplicando este array auxiliar con el array que contiene los delay de todos los bursts se obtiene un array que conserva los delay menores al límite. Estos, por último, se promedian, es decir, se suman y se los divide por la cantidad de delays que no superan el límite. Para determinar esta última cantidad se suman los elementos del array auxiliay ya que tiene tantos unos como cantidad de delay menores al límite hay en el array original.

El paso final es ver si por alguna cuestión el delay dio nulo. Se sabe que no puede ocurrir. Si llegara a ocurrir se tomará el último valor de delay distinto de cero almacenado. Esto se logra con:



Para la determinación del módulo y la fase de cada uno de los armónicos de las dos señales medidas se procede de la misma manera que con el delay. Con las salvedades que se exponen a continuación:

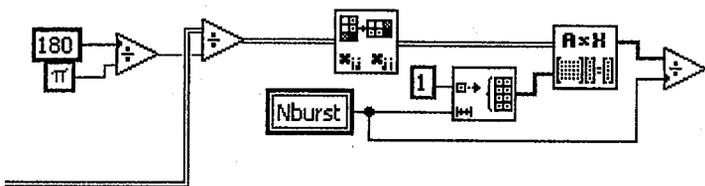


La línea superior de la derecha corresponde a los coeficientes del coseno de la serie de Fourier que ajusta a las muestras del master. La que le sigue, hacia abajo, son los del seno. Los dos que siguen corresponden a los coeficientes de senos y cosenos de la serie que ajusta al slave respectivamente. Se pueden reconocer fácilmente las funciones utilizadas para el cálculo de los desfases. Por otro lado, también se ve que los módulos de cada armónico de cada señal se obtienen elevando los coeficientes de seno

y coseno respectivos al cuadrado (multiplicándolos por sí mismos) y sumando por armónico. Para a partir de esto determinar el valor eficaz se divide por 2 y se toma la raíz. Hasta aquí se cuenta con los valores eficaces de cada armónico en dos arrays diferentes uno por cada canal. Se multiplican estos arrays elemento a elemento para utilizar más adelante.

Como aparecían problemas con la fase pues en algunos de los bursts el desfase superaba los 360° se toma sólo el resto de la división del desfase con 360. De ésta se confina a los desfasajes a estar entre 0 y 360° .

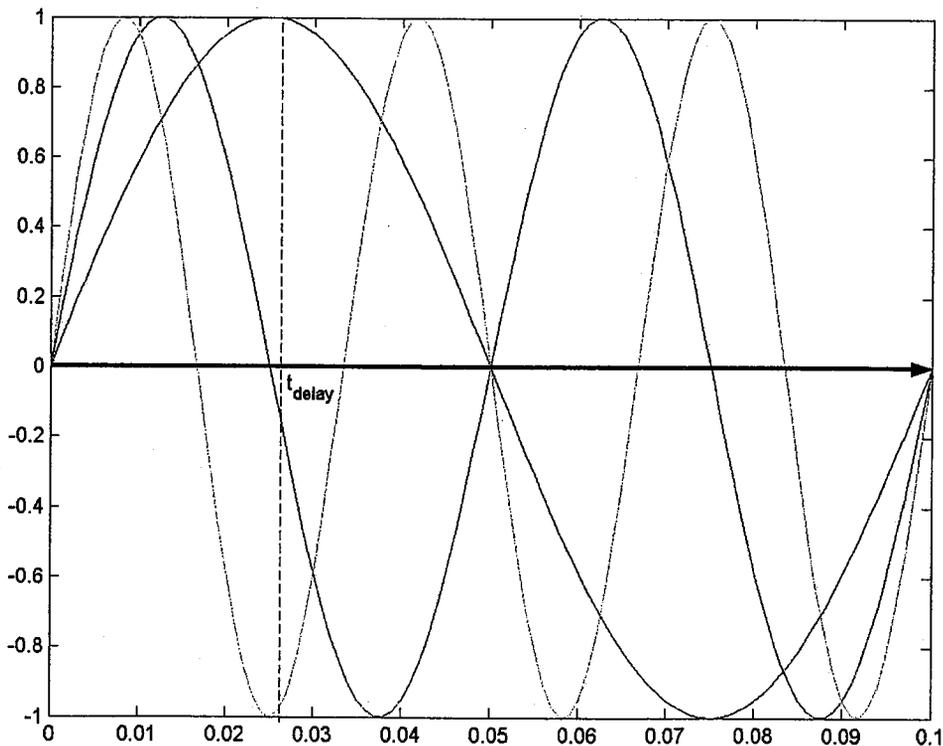
De todos los desfasajes que se tienen que son Nburst por armónico se deben promediar. Los datos que se tienen forman una matriz donde cada columna corresponde a los desfasajes por burst. Lo que se busca es tener un valor de desfase por armónico. Si se multiplica esa matriz por un vector columna de 1's y se divide por Nburst se obtiene el mencionado promedio.



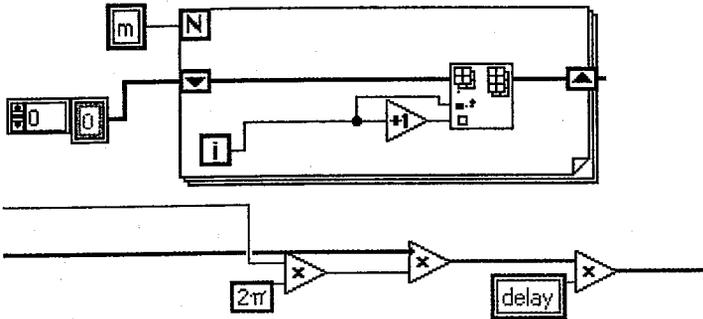
En el cálculo de fase se pasa varias veces de radianes a $^\circ$ y viceversa según sea para cálculo o para mostrar.

A la salida del divisor de la última figura se obtiene un array donde cada elemento es el desfase (promediado sobre todos los bursts) entre los armónicos i de las señales medidas en el master y en el slave.

El delay calculado al comienzo de esta sección afecta a cada armónico introduciendo un desfase que depende de la frecuencia del mismo. Es decir, en la siguiente figura:



Se ve que el ángulo de desfasaje que representa para cada armónico se calcula como: $2\pi f h t_{delay}$, siendo h el número de armónico. Este cálculo en el programa se hace con:



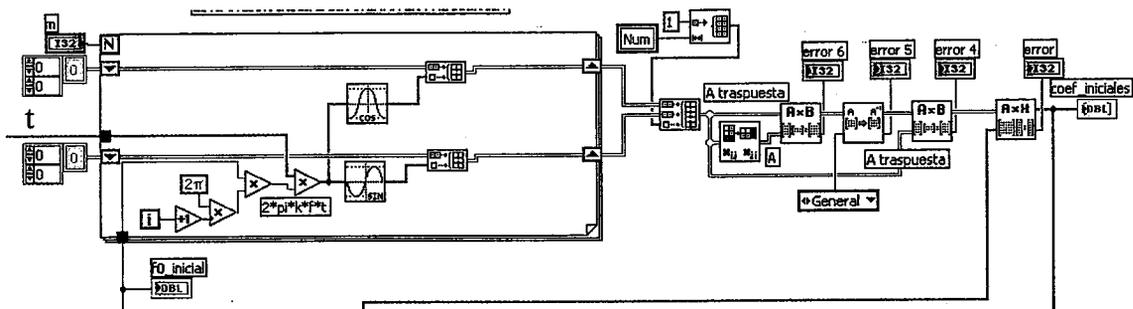
donde el cable naranja es la frecuencia determinada por el trabajo de Pogliano para uno de los canales y el cable azul es el mismo en las dos figuras.

Con el delay pasado a ángulo se construye un array que se le resta a los desfasajes previamente calculados. Esta cuenta constituye la fase por armónico, ϕ_i .

Finalmente para determinar la potencia activa se multiplican el coseno del desfasaje con los productos de los valores eficaces de tensión y corriente para cada uno de los armónicos determinado unas líneas más arriba.

Ajuste de la serie de Fourier a un conjunto de datos: (pogliano.vi)

El método seguido por Umberto Pogliano consiste en un ajuste de la serie de Fourier basado en el algoritmo 4PSF (four parameter sine fitting)². En el mismo se ajustan los datos a un modelo dado por la serie de Fourier en senos y cosenos truncada en el armónico N_{harm} (m). A diferencia del algoritmo 3PSF que es lineal y por lo tanto implementable con matrices y sus inversas aquí la frecuencia también es un parámetro a ajustar. Dado que éste cálculo es alineal se propone una aproximación de primer orden. Lo primero que se realiza es un ajuste por cuadrados mínimos considerando a la frecuencia de la fundamental igual a la estimada a partir de los datos utilizando la *improved-FFT (ipFFT.vi)*. Esta frecuencia aparece como f0_inicial.



donde en el ciclo for se arma la matriz A, luego se hace $(A^T A)^{-1} A$. De aquí se obtienen los coeficientes iniciales de la serie.

Más adelante se hará uso del algoritmo de cuadrados mínimos linealizado que es iterativo. En cada iteración se necesitarán las estimaciones de las amplitudes de los armónicos de la iteración anterior. Esta primer estimación sirve para determinar los coeficientes de la "iteración anterior" que se utilizarán en la primera iteración.

² IEEE Standard for Digitizing Waveform Recorders (IEEE Std 1057-1994)

El valor de frecuencia utilizado en éste cálculo no es el medido con el multimetro sino el que se obtiene por medio de la *improved FFT* (ipFFT.vi) que determina un buen punto de partida. Es importante tener un buen punto de partida pues dado que el algoritmo es iterativo una maña elección equivale a que el algoritmo diverja.

La matriz A esta formada de la siguiente manera:

$$A = \begin{pmatrix} \cos(2\pi f t_1) & \cos(2\pi f t_2) & \cdots & \cos(2\pi f t_{Num}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos(2\pi(mf)t_1) & \cos(2\pi(mf)t_2) \cdots \cos(2\pi(mf)t_{Num}) \\ \sen(2\pi f t_1) & \sen(2\pi f t_2) & \cdots & \sen(2\pi f t_{Num}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sen(2\pi(mf)t_1) & \sen(2\pi(mf)t_2) \cdots \sen(2\pi(mf)t_{Num}) \end{pmatrix}$$

Debe considerarse que para el *labview* no son lo mismo un array de dimensión 1xL que un vector de dimensión 1. Es por esta razón que durante el programa se hacen pasajes entre una y otra.

El método de Pogliano ajusta el siguiente modelo a los datos:

$$v^* = v^*(t, df) = V_0 + \sum_{h=1}^m [V_{ch} \cos(2h\pi f t) + V_{sh} \sen(2h\pi f t)] + \left[\sum_{h=1}^m 2h\pi t [-V_{ch} \sen(2h\pi f t) + V_{sh} \cos(2h\pi f t)] \right] df$$

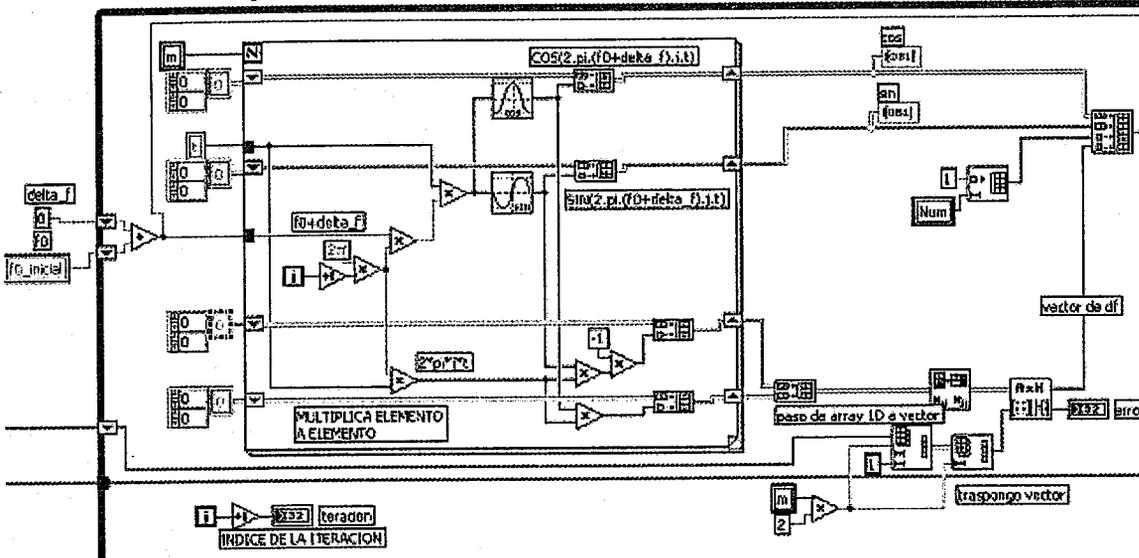
Donde los V_{ch} y V_{sh} son las amplitudes en el coseno o seno del armónico h respectivamente. Este modelo aproximado permite ir corrigiendo la frecuencia a partir de df . Dado que el modelo es lineal se define una nueva matriz A:

$$A = \begin{pmatrix} \cos(2\pi(f+df)t_1) & \cos(2\pi(f+df)t_2) & \cdots & \cos(2\pi(f+df)t_{Num}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos(2\pi(m(f+df))t_1) & \cos(2\pi(m(f+df))t_2) \cdots & & \cos(2\pi(m(f+df))t_{Num}) \\ \sen(2\pi(f+df)t_1) & \sen(2\pi(f+df)t_2) & \cdots & \sen(2\pi(f+df)t_{Num}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sen(2\pi(m(f+df))t_1) & \sen(2\pi(m(f+df))t_2) \cdots & & \sen(2\pi(m(f+df))t_{Num}) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2\pi h t_1 \left[\sum_{h=1}^m [-V_{ch} \sen(2h\pi f t_1) + V_{sh} \cos(2h\pi f t_1)] \right] \cdots 2\pi h t_{Num} \left[\sum_{h=1}^m [-V_{ch} \sen(2h\pi f t_1) + V_{sh} \cos(2h\pi f t_{Num})] \right] \end{pmatrix}$$

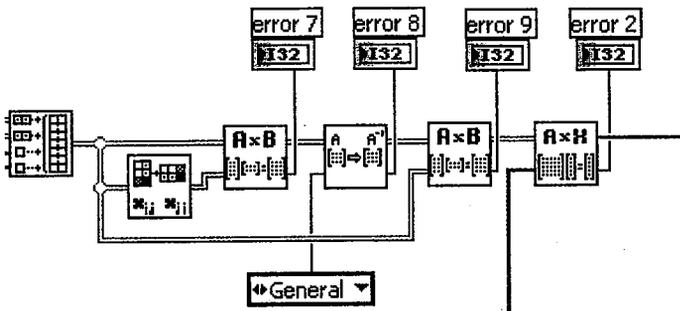
Entonces utilizando el mismo algoritmo de cuadrados mínimos pero con esta matriz A modificada se obtiene el siguiente vector de soluciones:

$$\begin{bmatrix} V_{c1} \\ \vdots \\ V_{cm} \\ V_{s1} \\ \vdots \\ V_{sm} \\ V_0 \\ df \end{bmatrix} \rightarrow (2m+2) \times 1$$

Es importante tener en cuenta que la última fila de la matriz A, en donde aparecen los V_{ch} y los V_{sh} se refieren a los de la iteración anterior, es decir, en la determinación de los coeficientes actuales intervienen los coeficientes de la iteración anterior. Luego se comienza a iterar hasta que el delta_f sea pequeña (menor a un cierto límite). En el caso del trabajo el límite es $1e-12$.

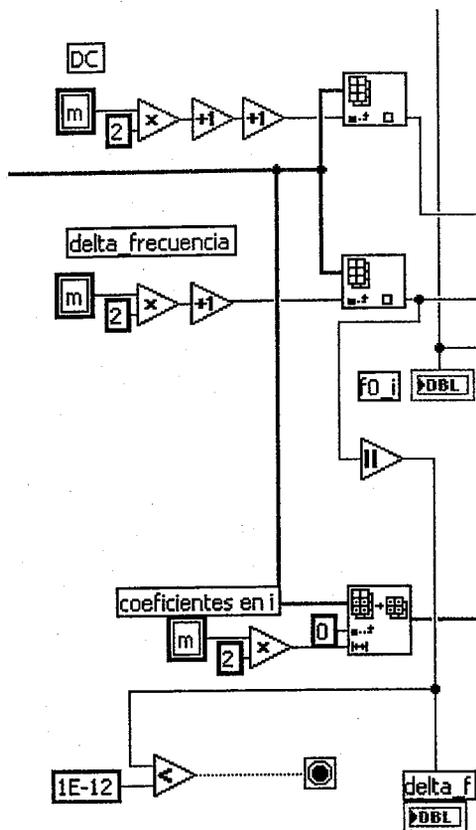


En realidad en esta última imagen del programa se calcula A^T y la matriz pseudoinversa $(A^T A)^{-1} A$ se obtiene en la siguiente:



donde el vector x del último bloque es el vector de datos de entrada a los que se desea ajustar.

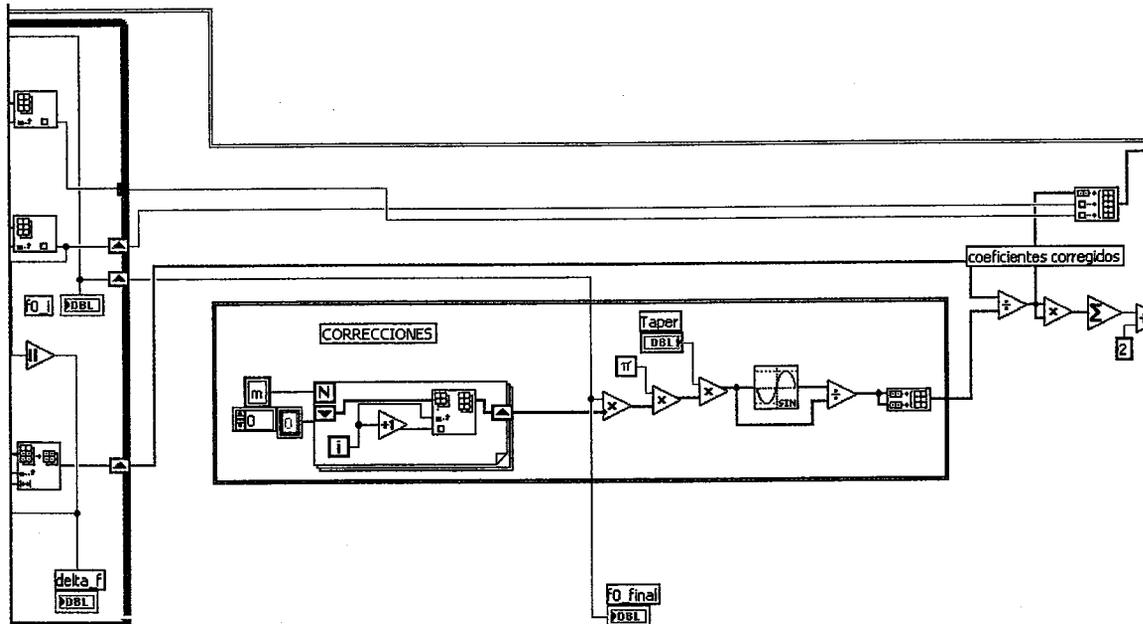
El siguiente paso consiste en separar del vector de estimaciones por un lado a la DC, por otro lado a df y por otro a las amplitudes de cada armónico.



Llegados a este punto sólo resta corregir los coeficientes por errores sistemáticos. Pogliano sólo considera la corrección por el ADC integrativo. Esta corrección depende del armónico³ y se obtiene como:

$$cf_h = \frac{\pi h f T_i}{\text{sen}(\pi h f T)}$$

donde T_i es el tiempo de apertura del IADC. La corrección debe aplicarse a cada uno de los coeficientes estimados. Los mismos se calculan en:



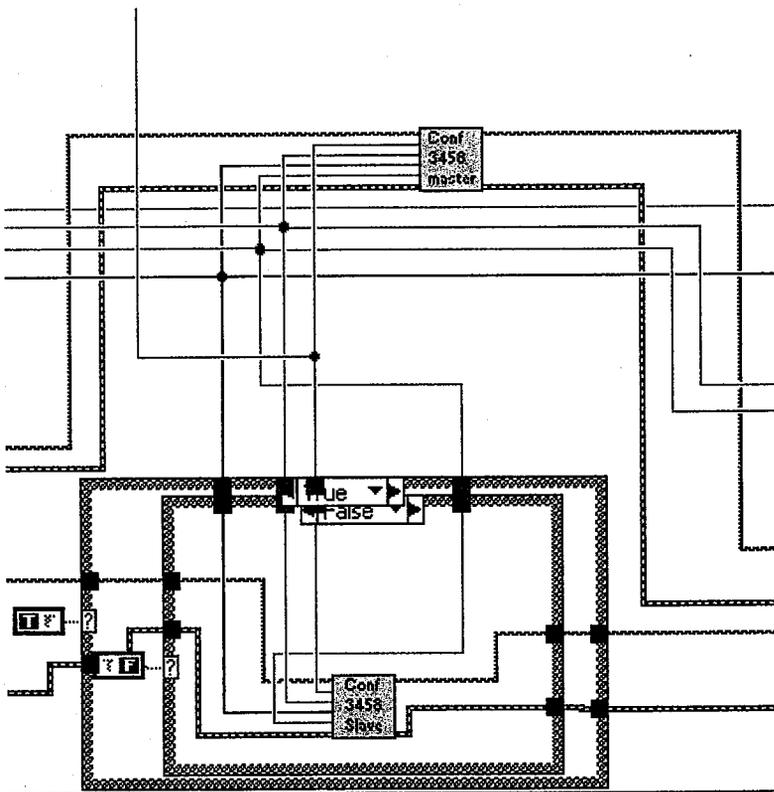
³ Swerlein en su trabajo corrige a todos los armónicos con ésta corrección calculada para el primero de ellos.

y a partir de los coeficientes corregidos se rearma el vector de estimaciones. Con los coeficientes corregidos se calcula el valor eficaz de la señal para compararlo con el valor eficaz dado por Swerlein. Esto último se hace porque el algoritmo de Swerlein implementado esta contrastado contra el método de transfer. Así que al comparación de los valores eficaces sirve en un principio para dar seguridad acerca de los valores que se obtienen por medio del trabajo de Pogliano.

Todo lo hecho hasta aquí en el presente apartado corresponde al ajuste de los datos de uno sólo de los burst. Pero aprovechando que se cuenta con más datos se ajusta cada burst y de con las estimaciones de cada uno de ellos se realizan cálculos estadísticos.

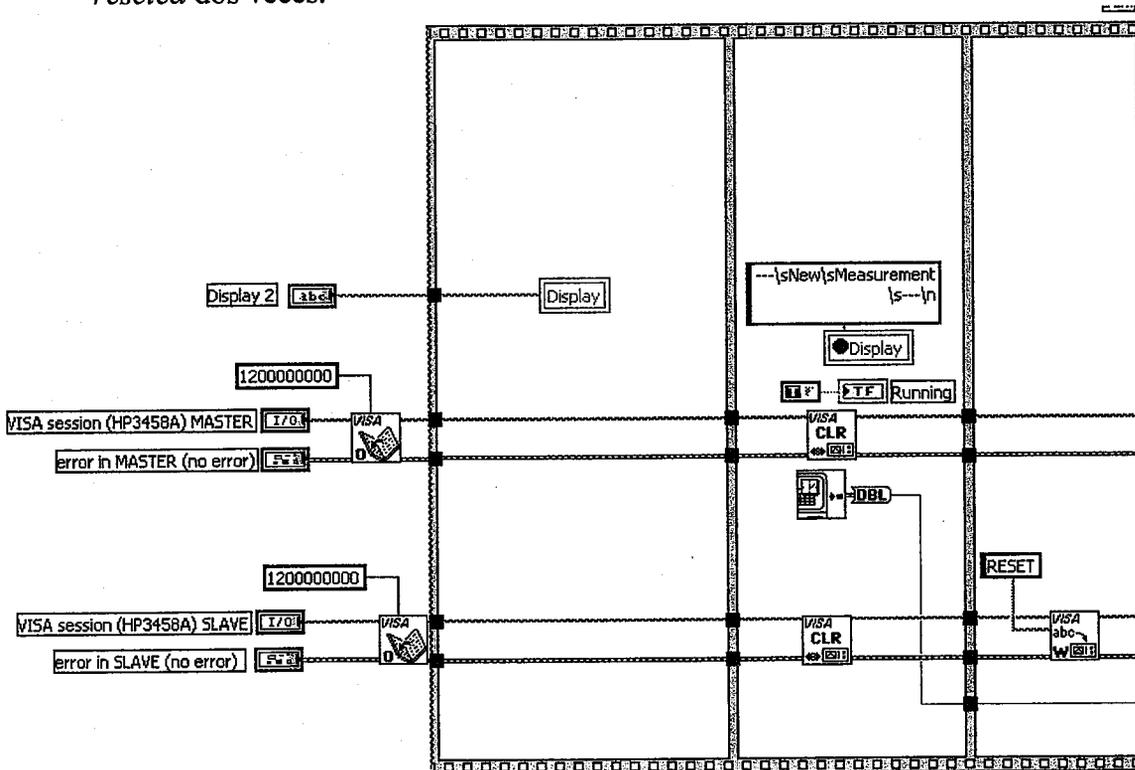
Algoritmo de Swerlein: (Swerlein2CANALES-dc.vi)

Este programa se encarga de aplicar el algoritmo de Swerlein a las señales tomadas por dos multímetros 3458. Esta basado en una implementación anterior que sólo media a uno de ellos. Los dos multímetros se encuentran en configuración *master-slave* por lo que se tornó complicada la toma de muestras de ambos instrumentos ya que el primero comanda al segundo. A raíz de los problemas que surgieron a lo largo del desarrollo es que las partes que se encargan de la medición con el *slave* se encuentran dentro de una estructura *true/false* para poder deshabilitarla para realizar pruebas sin borrarla.



En la figura anterior se ve que la configuración del *slave* esta dentro de dos estructuras *true/false* esto se debe a dos razones. La estructura más externa es la que deshabilita la configuración del *slave*, mientras que la más interna elige entre dos subprogramas para configurar al mismo. La opción mostrada en la figura es la que se esta utilizando actualmente.

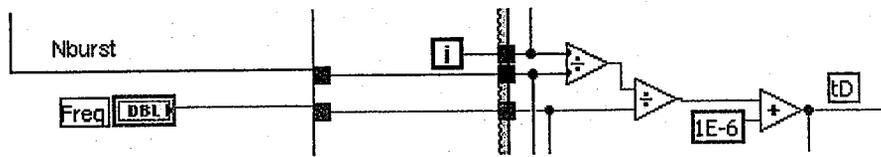
En lo que sigue se ven muchos agregados que fueron pruebas para eliminar los problemas que surgieron con el *slave*. Los problemas consistían en que el master tomaba las $Num * Nburst$ muestras que debía, sin embargo el slave sólo tomaba unas pocas. Midiendo la salida de *clock* del *masteres* veía que existía pero parecía que algún pulso se perdía. Al no poder el *slave* tomar la cantidad de muestras pedida se quedaba esperando hasta producir un *timeout error*. Esto explica que en la siguiente imagen cuando se abre el visa el valor dado al timeout sea astronómicamente grande. Incluso puede verse que el *slave* se *resetea* dos veces.



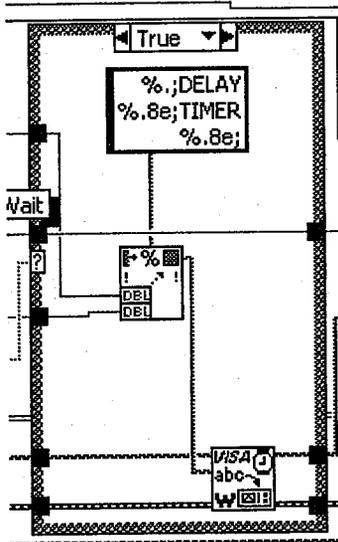
Con todos los parámetros de la configuración de los multimetros obtenidos y las correcciones calculadas en base a ellos se ingresa a *Launch-bursts2CANALES-dc.vi*. Los valores de salida de este bloque son: *sum*, *sum_sq*, *sum SLAVE*, *sum_sq SLAVE* y los datos almacenados en la memoria de los multimetros.

Disparo de los bursts en el algoritmo de Swerlein: (*Launch-bursts2CANALES-dc.vi*)

En este programa hay muchas cosas que se fueron modificando y por lo tanto partes de programa viejas que conviven con otras más nuevas. Por ejemplo, en el algoritmo de Swerlein se tienen que tomar una dada cantidad de bursts y estos deben estar desplazados uno con respecto a los demás. Es decir, una vez que se detecta el cruce por cero de la señal se comienzan a tomar las Num muestras que forman parte de cada burst. En el siguiente burst se detecta el cruce por cero y por medio de la función *delay* del 3458 se espera una cantidad de tiempo estipulada t_D .



Con cada burst se agrega un tiempo de demora adicional. Esta espera de tiempo se realizaba en el presente subprograma por medio del siguiente bloque:



Ya no se utiliza así que este *true/false* se encuentra en *F*. La realización de este tarea se efectua en *PROBANDO_STAT.vi*. En la versión original de éste último programa se esperaba una cierta cantidad de tiempo proporcional a $Num * T_{samp} + tD$ antes de preguntar al multímetro si se terminó de tomar todos los datos (leyendo el registro de estado del mismo). Este número ya no se utiliza aunque en el presente programa se sigue calculando.